DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201708062

基于变分贝叶斯推断的半盲信道估计

王 瑞, 芮国胜, 张 洋

(海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘 要: 现有MIMO中继通信系统中,基于张量分解的半盲信道估计不能有效地将信道先验信息引入估计过程中,为此提出一种基于变分贝叶斯推断的信道估计算法. 该算法首先利用NP(Nested PARAFAC)张量模型,引入有效精度、噪声精度等隐性超参数,建立信道估计概率图模型;由于所求信道参数后验概率分布较为复杂,传统最大似然和最大后验等点估计方法难以实现,算法采用变分贝叶斯推断,推导出信道矩阵、有效精度及噪声精度的递推公式,使具有因子分解形式的 q 分布逼近所求信道参数的后验分布;并分析了模型证据的下界、模型的初始化及算法复杂度等. 该算法能利用信道先验信息以提高信道估计性能,有效精度和噪声精度等参数可自动调节,且计算复杂度与数据的维度呈线性关系. 仿真结果表明:在平稳瑞利衰落信道条件下,与基于交替最小二乘(Alternating Least Square,ALS)的半盲估计算法相比,算法的计算复杂度较低,收敛速度较快;与带监督序列的双线性最小二乘(Bilinear Alternating Least Square,BALS)非盲估计算法,基于ALS及非线性最小二乘(No-linear Least Square,NLS)的半盲估计算法相比,算法具有较高的估计精度.

关键词: MIMO中继;信道估计;变分贝叶斯;张量模型

中图分类号: TN911.22 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2018)05-0192-07

Semi-blind channel estimation based on variational bayesian inference

WANG Rui, RUI Guosheng, ZHANG Yang

(Naval Aeronautical University, Yantai 264001, Shandong, China)

Abstract: The prior information of channel can´t be induced in the process of channel estimation in MIMO relay communication system. To solve the problem, a novel semi-blind channel estimation based on variational inference is proposed. In this algorithm, some latent hyper-parameters such as factor precision, noise precision are introduced into the algorithm, and channel estimation probability model is built based on nested PARAFAC tensor decomposition. Since the posterior probability distribution of the channel parameters is complex, some point estimation methods, such as traditional maximum likelihood and maximum posteriori algorithm, are difficult to implement. The iteration formulas of factor matrix, factor precision and noise precision are deduced by the idea of variational inference principle, making the q distribution, which has the factor decomposition form, approach the unknown parameter posterior distribution. In addition, low bound of model evidence, model initiation and algorithm complexity are also analyzed. The algorithm can utilize the prior information of channel to improve channel estimation performance. The parameters can be tuned automatically, and complexity is linear with the dimension of observed data. Simulations show that the proposed algorithm has better estimation performance under flat Rayleigh channel condition, compared with No-blind algorithm, Alternating Least Square (ALS) based algorithm and No-linear Least Square (NLS) based algorithm, and has lower complexity and faster convergence speed, compared with alternating least square algorithm.

Keywords: MIMO Relay; channel estimation; variational inference; nested PARAFAC

随着未来无线通信多媒体和交互式应用业务的深入推广,移动用户对通信系统的高传输率和可靠性的需求越来越高. MIMO中继通信系统可充分利用时间、空间、频率及协同中继等分集技术,进一步提高通信系统的覆盖范围和信道容量[1-2].

在MIMO中继通信系统中,无论是发射端功率优化、中继节点选择或是符号检测,多是以已知信道矩阵为前提的[3]. 因此对MIMO中继系统信道估计的研究已引起了越来越多的重视. 传统方法通过监督训练序列来得到信道矩阵,此时,信道估计是被监督的,或者说是非盲的. 一方面,训练序列的使用降低了频谱利用效率,另一方面,如果信道系数变化较快时,难以估计出较为准确的CSI. 盲接收则在接收端不需要任何信息的情况下,就能估计出信道信息和符号. 而半盲接收仅要求已知编码矩阵和中继增

收稿日期: 2017-08-17
基金项目: 国家高技术研究发展计划(863计划)项目(2015AA7015087)
作者简介: 王 瑞(1985—),男,博士研究生;
芮国胜(1968—),男,教授,博士生导师
通信作者: 王 瑞,610864396@qq.com

益矩阵，因此可提升系统的频谱利用效率.

在监督估计算法方面，Rong 提出了监督序列的双线性交替最小二乘方法（Bilinear Alternating Least Square，BALS）来估计中继单向 AF（Amplify and Forward）系统的信道[4]. 该算法由源节点向中继节点发送接收端已知的正交训练序列，中继节点采用满秩的增益矩阵对信号进行放大转发，接收到的信号满足 PARAFAC 模型，可利用基于交替最小二乘算法对信道矩阵进行估计. Lioliou 提出了 LS-SVD（Least-Square Singular Value Decomposition）估计算法，该算法考虑接收信号的模 3 展开，利用最小二乘与奇异值相结合的方法进行信道估计[5]. 值得一提的是，有文献表明这两种算法性能相同[6].

在半盲估计算法方面，Ximenes 提出基于 PARATUCK2 模型的半盲估计算法，该算法在信源端利用 KRST（Khatri-Rao Space Time）编码，中继端采用放大转发策略，接收端利用最小二乘算法进行信道估计[6]. Ximenes 提出基于嵌套 NP（Nested PARAFAC）张量模型的半盲接收算法[7]，该算法在信源端及中继端均利用 KRST 编码提高分集和复用增益，在接收端利用最小二乘算法方法进行信道和符号估计. 由于接收信号为四维张量，每次迭代过程中涉及多次求逆运算，计算复杂度较高. 文献[9]提出基于 DKRF（Double Khatri-Rao Factorization）的接收算法，相比交替最小二乘算法，该算法避免迭代操作，在一定程度上降低计算复杂度，但唯一性条件要求比较严苛. 在降低复杂度方面，有关张量分解算法已提出了许多优化的低复杂度非线性求解算法，如 NLS、部分最小二乘（Partial Least Square，PLS）等，但相对于 ALS，在多峰存在情况下，往往只能局部收敛[8].

可看出，目前在单向双跳 MIMO 中继系统中，基于张量分解的半盲估计大都采用确定性的算法. 当研究信道的统计特性已知的情况下（如瑞利衰落信道），确定性算法无法引入信道的先验统计特性. 因此需建立信道估计的概率模型. 常见的概率模型有最大似然估计（Maximum Likelihood，ML）、期望最大（Expectation Maximum，EM）、马尔科夫链蒙特卡洛（Markov Chain Monte Carlo，MCMC）等[10-11]. EM 和 ML 都无法利用已有的先验信息，而 MCMC 虽可利用已有先验信息，但收敛速度慢，且马尔科夫链的收敛性难以保证，难以在实际工程中应用和推广[12]. 近年来，一种能适应张量数据环境，以较少运算量进行参数估计的变分近似方法逐渐被关注. Attias 最早提出了将变分近似思想应用于图像模型的参数推断中[13]，成为了变分贝叶斯方法的雏形，人们将此方法用于不同领域的参数估计[14-15]，都取得了不错的成果. 相比同样作为逼近方法进行参数估计的 MCMC，变分贝叶斯在较好估计精度的前提下有更快的估计速度[16].

本文基于 Attias 的变分推断思想，提出了一种贝叶斯结构的 MIMO 中继系统信道估计算法. 该算法基于 Nested-PARAFAC 张量模型，引入有效精度、噪声精度等隐性超参数，建立信道估计概率模型，在最大化模型证据意义上，采用变分贝叶斯推断逼近信道参数及符号矩阵的后验分布. 算法可通过隐性超参数将信道先验信息引入到概率模型中，同时计算复杂度与数据维度呈线性关系，明显小于传统 NP-ALS 算法. 仿真结果表明：算法与传统基于监督序列的 BALS 算法，基于 ALS 及 NLS 的算法相比，具有较高的估计性能.

1　系统模型

单向双跳 MIMO 中继系统的基本框图见图 1[9]. 其中 S，R，D 分别为信源节点，中继节点，目的节点；M_S，M_R，M_D 分别表示信源、中继节点及目标节点的天线数量.

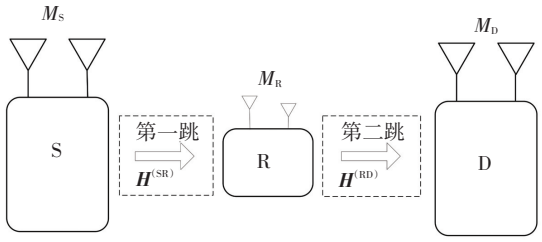


图 1　单向双跳 MIMO 中继系统

Fig.1　One-way and two-hop MIMO relay communication system

源节点至中继节点信道矩阵 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})} \in \mathbf{C}^{M_R \times M_S}$，中继节点至目的节点的信道矩阵 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})} \in \mathbf{C}^{M_D \times M_R}$. 传输信道均为平稳瑞利衰落信道. 符号矩阵 $\boldsymbol{S} \in \mathbf{C}^{N_S \times M_S}$，其中 N_S 为传输符号数. 整个传输过程分为两跳：第一跳，每个源天线经过空时 KRST 编码后，向中继节点发送信号；第二跳，源节点保持静默，中继节点将接收到的信号进行放大转发至目的节点.

假定源节点和中继节点的天线是独立的（在没有干扰的情况下），节点可看作是多天线的单个终端，或者是单天线的多个终端. 图 1 所示系统能适用于很多实际需求. 比如：$M_S \gg M_R$ 的场合对应于蜂窝移动通信系统，它是一种高度集中的中继网络，大量的用户共享几个转发器，以使信息发送至基站. 而 $M_S \ll M_R$ 适用于 Ad hoc 网络，点对点的通信会经过多个中继节点. 在文献[5]的基础上，对信息源模

型和中继链路模型进行建模.

NP-AF 方案基本原理见图 2. 在第一跳时,利用编码矩阵对符号矩阵 S 进行 KRST 编码,编码后信号经 SR 信道达到中继节点,此时信号为 $W \in \mathbf{C}^{M_{\mathrm{R}} \times PN_{\mathrm{S}}}$; 第二跳时,中继端利用编码矩阵 G 对信号 W 进行 KRST 编码,编码后信号经 RD 信号到达目的节点,此时接收信号矩阵 $X \in \mathbf{C}^{M_{\mathrm{D}} \times JPN_{\mathrm{S}}}$ 可表示为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})} (\boldsymbol{W}_{PN_{\mathrm{S}} \times M_{\mathrm{R}}} \odot \boldsymbol{G})^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})} ((\boldsymbol{S} \odot \boldsymbol{C}) (\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})})^{\mathrm{T}} \odot \boldsymbol{G})^{\mathrm{T}}. \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{P}$ 为编码矩阵 $\boldsymbol{G}$ 和编码矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的编码长度,T 表示矩阵的转置, $\odot$ 为 Khatri-Rao 算子. 值得一提的是,为保证系统分解的唯一性,通常要求编码矩阵 $\boldsymbol{C}$, 中继矩阵 $\boldsymbol{G}$ 为列满秩,信号矩阵 $\boldsymbol{S}$ 不包含零列,且信道矩阵为强散射条件下的瑞利信道,其元服从连续复高斯分布.

式(1)可看作是四阶张量 $\boldsymbol{X} \in \mathbf{C}^{M_D \times J \times N_S \times P}$ 的模 1 展开. 其它展开形式见文献[5].

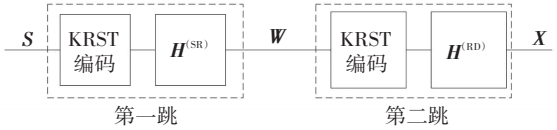


图 2 NP-AF 原理的方框图

Fig.2 Diagram of NP-AFprinciple

2 基于变分贝叶斯的半盲信道估计

2.1 基本模型

假设 $\boldsymbol{Y}$ 为四阶张量数据,其维度为 $M_{\mathrm{D}} \times J \times N_{\mathrm{S}} \times P$, 它是发送数据夹杂有噪声的观测张量,即 $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X} + \boldsymbol{\varepsilon}$, 其中 $\boldsymbol{X}$ 代表真实的接收数据张量, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为加性高斯白噪声.

对于四阶张量 $\boldsymbol{X}$, 其 Nested-PARAFAC 分解的因子矩阵可表示为

$$\boldsymbol{X} = [\![\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}, \boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}, \boldsymbol{G}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{C}]\!].$$

式中:增益矩阵 $\boldsymbol{G}$、编码矩阵 $\boldsymbol{C}$ 为已知, $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}$ 矩阵的维度为 $M_{\mathrm{R}} \times M_{\mathrm{S}}$, $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}$ 矩阵的维度为 $M_{\mathrm{D}} \times M_{\mathrm{R}}$, $\boldsymbol{S}$ 矩阵的维度为 $N_{\mathrm{S}} \times M_{\mathrm{S}}$.

构建在概率框架下的张量分解模型,需基于一定的假设引入以下模型. 一般地,观测张量 Y 的似然函数可表示为

$$p(\boldsymbol{Y} \mid \{\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}, \boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}, \boldsymbol{S}\}, \tau), \quad (2)$$

式中 τ 代表噪声精度. 式(2)可表示为一系列高斯分布函数乘积,表明接收张量的元素由多个因子的行向量产生,并受噪声精度的影响. 进一步地,为有效利用因子矩阵的先验信息,引入有效精度的后验分布

$$p(\{\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}, \boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}, \boldsymbol{S}\} \mid \lambda) = \prod_{i_n=1}^{I_N} N(\{h_{i_n}^{(\mathrm{SR})}, h_{i_n}^{(\mathrm{RD})}, s_{i_n}\} \mid 0, \Lambda^{-1}),$$

$$p(\lambda) = \prod_{r=1}^{R} \mathrm{Ga}(\lambda_r \mid c_0, d_0).$$

式中: λ 为因子矩阵的有效精度, $N(\cdot)$ 为高斯分布, i_n 为因子矩阵的行向量个数. 随着 λ 值的增大, $p(\lambda)$ 趋近于 0,所分解的因子矩阵有效性降低. 而当 $p(\lambda)$ 达到最大时,所分解的因子矩阵最有效. 另外, R 为数据张量的 k 秩. 超参数 λ 服从独立同分布的 Gamma 分布 $\mathrm{Ga}(x \mid a, b) = (b^a x^{a-1} e^{-bx} / \Gamma(a))$, 其中 $\Gamma(a)$ 是 Gamma 函数. $\boldsymbol{\Lambda} = \mathrm{diag}(\lambda)$ 代表逆协方差矩阵,代表因子矩阵交互关系.

在实际应用中,应结合具体场景指定,这里假定信道为平稳瑞利衰落信道,信道参数服从高斯分布,其有效性由精度参数 λ 所控制. 同时也引入噪声精度的先验信息,可表示为

$$p(\tau) = \mathrm{Ga}(\tau \mid a_0^{\tau}, b_0^{\tau}). \quad (3)$$

最终 Nested-PARAFAC 张量分解的概率图模型见图 3.

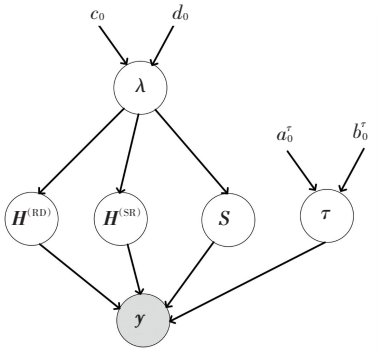


图 3 Nested PARAFAC 张量分解的概率图模型

Fig.3 Probability graph model of Nested PARAFAC tensor decomposition

为简化表示,所有需估计的因子矩阵和超参数表示为 $\boldsymbol{\Theta} = \{\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}, \boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}, \boldsymbol{S}, \lambda, \tau\}$, 模型的联合概率分布为 $p(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\Theta})$. 事实上,可采用最大似然或最大后验等点估计的方式,基于对数联合概率分布计算 $\boldsymbol{\Theta}$ 的后验估计. 由于联合概率分布函数较为复杂,上述方法难以实现. 本文利用变分贝叶斯推断计算 $\boldsymbol{\Theta}$ 的后验分布,即

$$p(\boldsymbol{\Theta} \mid \boldsymbol{Y}) = (p(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{Y}) / \int p(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{Y}) \mathrm{d}\boldsymbol{\Theta}). \quad (4)$$

2.2 变分贝叶斯估计

当似然分布和先验分布为共轭分布时,后验分布于先验分布为统一分布. 基于此,采用变分贝叶斯推断寻找具有因子分解形式的概率分布逼近未知参数的后验概率分布.

寻求 q 分布来近似真正的后验分布 $p(\boldsymbol{\Theta}\mid\boldsymbol{Y})$，以使 KL 距离最小，即

$$\mathrm{KL}(q(\boldsymbol{\Theta})\,\|\,p(\boldsymbol{\Theta}\mid\boldsymbol{Y}))=\ln p(\boldsymbol{Y})-L(q),$$

$$L(q)=\int q(\boldsymbol{\Theta})\ln\left\{\frac{p(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta})}{q(\boldsymbol{\Theta})}\right\}\mathrm{d}\boldsymbol{\Theta}. \tag{5}$$

式中：$\ln p(\boldsymbol{Y})$ 代表模型证据(Model Evidence)，是个常量，它的下限为 $L(q)$；KL 距离的最小值意味着 $L(q)$ 的最大值. 采用平均场近似理论[17]，假设后验可以分解为

$$q(\boldsymbol{\Theta})=\prod_{n=1}^{3}q(\boldsymbol{A}^{(n)})q(\lambda)q(\tau).$$

最小化式(4)可得：

$$\ln q(\boldsymbol{\Theta}_k)=\mathbb{E}_{\Theta\setminus\Theta_k}[\ln p(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta})].$$

式中 $\mathbb{E}_{\Theta\setminus\Theta_k}[\cdot]$ 表示关于分布 $q(\boldsymbol{\Theta}_j)$，$\forall j\neq k$ 的期望. 然后交替优化 $q(\boldsymbol{\Theta}_k)$ 直到收敛. 据此，可进一步推导未知参数的更新方式.

1)因子矩阵的后验分布

由于因子矩阵的推导具有一致性，令 $\boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{A}^{(n)}\}_{n=1}^{3}=\{\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})},\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})},\boldsymbol{S}\}$，从图 3 中可看出，因子矩阵的推断可利用式(3)中似然函数中观测数据中信息，并结合式(4)先验知识进行推导，可得因子矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}^{(n)}$ 的后验参数更新公式

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{A}}^{(n)}=\mathbb{E}_q[\tau](\boldsymbol{Y}_{(n)})\,\mathbb{E}_q[\boldsymbol{A}^{(\backslash n)}]\boldsymbol{V}^{(n)},\\&\boldsymbol{V}^{(n)}=(\mathbb{E}_q[\tau]\,\mathbb{E}_q[\boldsymbol{A}^{(\backslash n)\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{(\backslash n)}]+\mathbb{E}_q[\boldsymbol{\Lambda}])^{-1}.\end{aligned} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{Y}_{(n)}$ 代表张量数据 $\boldsymbol{Y}$ 的模 n 矩阵，$\boldsymbol{V}^{(n)}$ 为辅助矩阵，$\mathbb{E}_q[\cdot]$ 代表涉及所有变量后验期望. 式(6)中 $\boldsymbol{V}^{(n)}$ 首先利用因子先验 $\mathbb{E}_q[\boldsymbol{\Lambda}]$ 和其它因子矩阵的协方差更新，而这两项的权重通过 $\mathbb{E}_q[\tau]$ 控制调节，因此 $\mathbb{E}_q[\tau]$ 与模型的拟合度相关. 相对因子先验信息，较优的拟合应从现有模型中获取更多的信息，较大的观测值意味着模型与隐性因子具有更多相似性. 然后 $\tilde{\boldsymbol{A}}^{(n)}$ 通过 $V^{(n)}$ 旋转，并根据模型的拟合度 $\mathbb{E}_q[\tau]$ 进行尺度变换.

2)超参数 λ 的后验分布

从图 3 可看出，λ 的推断可利用因子矩阵的信息和参数的先验信息. 假设 λ_r，$\forall r\in[1,R]$ 的后验是独立的 Gamma 分布，$q(\lambda)=\prod_{r=1}^{R}\mathrm{Ga}(\lambda_r\mid c_M^r,d_M^r)$，其中 R 为张量的 k 秩，c_M^r,d_M^r 代表从 M 个观测值中学习到的后验参数，且能够通过下式更新：

$$c_M^r=c_0+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}I_n,$$

$$d_M^r=d_0+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\mathbb{E}_q[\boldsymbol{a}_{\cdot r}^{(n)T}\boldsymbol{a}_{\cdot r}^{(n)}]. \tag{7}$$

式(7)中的后验期望项可利用式(6)中的后验参数计算，有

$$\mathbb{E}_q[\boldsymbol{a}_{\cdot r}^{(n)\mathrm{T}}\boldsymbol{a}_{\cdot r}^{(n)}]=\tilde{\boldsymbol{a}}_{\cdot r}^{(n)\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{a}}_{\cdot r}^{(n)}+\sum_{i_n}(\boldsymbol{V}_{i_n}^{(n)})_{rr}.$$

可进一步简化 $\boldsymbol{d}_M=[d_M^1,\cdots,d_M^R]^{\mathrm{T}}$ 的计算，有

$$\boldsymbol{d}_M=\sum_{n=1}^{N}\{\mathrm{diag}(\tilde{\boldsymbol{A}}^{(n)\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{A}}^{(n)})+\mathrm{I}_n\boldsymbol{V}^{(n)}\}.$$

3)超参数 τ 的后验分布

噪声精度 τ 的更新可利用超参数信息先验和观测数据联合估计信息推导得出，它的变分后验是 Gamma 分布，即 $q(\tau)=\mathrm{Ga}(\tau\mid a_M^\tau,b_M^\tau)$，其后验参数可利用下式更新

$$a_M^\tau=a_0^\tau+\frac{M}{2},$$

$$b_M^\tau=b_0^\tau+\frac{1}{2}\mathbb{E}_q[\,\|(\boldsymbol{Y}-[\![H^{(\mathrm{RD})},\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})},\boldsymbol{S},\boldsymbol{G},\boldsymbol{C}]\!])\,\|_{\mathrm{F}}^2]. \tag{8}$$

式中 τ 的后验期望可通过 $\mathbb{E}_q(\tau)=a_M^\tau/b_M^\tau$ 更新，其中 a_M^τ 与观测值数量相关，b_M^τ 与模型残差的 F 范数后验相关.

4)模型证据的下界

可计算式(5)的变分下界. 由于在迭代重新估计过程的每一步，这个值是增加的，可以通过监视这个值来检测是否收敛. Log 的边缘似然下界可表示为[18]

$$L(q)=\mathbb{E}_q[\ln p(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\Theta})]+H(q(\boldsymbol{\Theta})). \tag{9}$$

式中：第一项表示联合概率密度的后验期望，第二项表示 q 分布的熵. 根据式(3)~(6)的表达式，式(9)可表示为

$$\begin{aligned}L(q)=\;&\mathbb{E}_q[\ln p(\boldsymbol{Y}\mid\{\boldsymbol{A}^{(n)}\},\tau^{-1})]+\\&\mathbb{E}_q\Big[\sum_{n=1}^{N}\ln p(\boldsymbol{A}^{(n)}\mid\lambda)\Big]+\mathbb{E}_q[\ln p(\lambda)]+\\&\mathbb{E}_q[\ln p(\tau)]-\mathbb{E}_q\Big[\sum_{n=1}^{N}\ln q(\boldsymbol{A}^{(n)})\Big]-\\&\mathbb{E}_q[\ln q(\lambda)]-\mathbb{E}_q[\ln q(\tau)].\end{aligned} \tag{10}$$

将式(6)~(8)的更新关系式代入上式，可得出精确解，在此不再展开.

5)模型推断的初始化

避免迭代过程中的跟踪停滞问题，选择一个初始值较为关键[17]. 模型中 $a_0^\tau,b_0^\tau,c_0,d_0$ 设定为 10^{-6}，使之产生非信息的先验. 此时超参数的期望初始值为 $\mathbb{E}[\boldsymbol{\Lambda}]=I$，$\mathbb{E}[\tau]=I$. 对因子矩阵 $\mathbb{E}[\boldsymbol{A}^{(n)}]$ 来说，可采用两种不同初始化方案. 一种是对每个行向量 $\{\boldsymbol{a}_{i_n}^n\}$，从 $N(0,I)$ 中随机选择；另一种是设定为 $\boldsymbol{A}^{(n)}=\boldsymbol{U}^{(n)}\Sigma^{(n)1/2}$，其中 $\boldsymbol{U}^{(n)}$ 代表左奇异向量，$\Sigma^{(n)1/2}$ 代表奇异值的对角阵，它们从接收数据的模 n 矩阵的 SVD 分解中得到. $\boldsymbol{V}^{(n)}$ 设定为 $\mathbb{E}[\boldsymbol{\Lambda}^{-1}]$. 张量的秩 R 为信源节点的发射天线数.

整个算法推断过程见表 1.

表 1 算法流程

Tab.1 Algorithm flow

算法:基于 NP 模型的变分贝叶斯推断的信道估计
Input:四阶观测张量 $\boldsymbol{Y}$
初始化:$\{\tilde{\boldsymbol{H}}^{(\mathrm{RD})},\tilde{\boldsymbol{H}}^{(\mathrm{SR})},\tilde{\boldsymbol{S}}\}$,$\boldsymbol{V}^{(n)},\forall n\in[1,3]$,超参数 λ,τ 顶层超参数 $c_0,d_0,a_0^{\tau},b_0^{\tau}$
计算因子矩阵:
Forn = 1 to 3
更新:$q(\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}),q(\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}),q(\boldsymbol{S})$ 由(6)式
End for
更新:$q(\lambda)$ 由(7)式
更新:$q(\tau)$ 由(8)式
估计下确界由(10)式
直至收敛.

3 仿真分析

在计算复杂度方面,由于本文算法与 ALS 及 NLS 算法均属于迭代类算法,在每次迭代计算复杂度和收敛速度方面可进行对比;而文献[4~5,9]属于非迭代类算法,与本文算法不具有可比性,值得强调的是,这些算法的复杂度要小于本文算法. 在信道估计性能方面,本文算法可与基于监督序列的 BALS 算法,基于 ALS 和 NLS 半盲算法进行对比.

设定信道矩阵 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}$ 及 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}$ 是独立同分布的,其元服从复数高斯分布,分布的均值为零,方差分别为 $1/M_{\mathrm{S}}$, $1/M_{\mathrm{R}}$. 信道噪声为零均值,单位方差的加性高斯白噪声. 信息源符号矩阵 $\boldsymbol{S}=\sqrt{E_{\mathrm{S}}}S_0$ 从 8PSK 字母表随机产生,服从高斯分布,其中 S_0 为单位能量的符号矩阵, E_{S} 为每个符号的平均能量. $\boldsymbol{S}$ 和 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}$ 的第一行是已知的,这样满足了消除尺寸模糊的条件. 选用的编码矩阵为截断 DFT 矩阵,保证了 $\boldsymbol{C}$ 是列满秩. 中继增益 $\boldsymbol{G}$ 为随机生成器产生的范德蒙矩阵. 这种设计避免了 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{RD})}$ 和 $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{SR})}$ 的置换模糊.

3.1 计算复杂度

对算法每次迭代过程中运算复杂度进行分析比较. 算法式(6)中因子矩阵的计算成本为 $o(R^2M_{\mathrm{D}}JPN_{\mathrm{S}}\Sigma_nI_n+M_{\mathrm{S}}^3\Sigma_nI_n)$,式(7)中 λ 的计算成本是 $o(M_{\mathrm{S}}{}^2\Sigma_nI_n)$,式(8)中 τ 的计算成本是 $o(M_{\mathrm{S}}{}^2M_{\mathrm{D}}JPN_{\mathrm{S}})$. 因此在本文算法总的计算复杂度是 $o((M_{\mathrm{S}}{}^3+M_{\mathrm{S}}{}^2M_{\mathrm{D}}JPN_{\mathrm{S}})(M_{\mathrm{D}}+P+N_{\mathrm{S}}))$,与接收数据的维度大小呈线性关系,而与源天线数成多项式关系. 算法 NP-NLS 与 NP-ALS 的计算复杂度见表 2. 设定一定场景对三种算法的单次迭代运算复杂度进行对比,场景参数为: $P=J=4,N=8$,计算结果如图 4 所示. 从图中可看出,本文算法计算复杂度明显低于 NP-ALS,但高于 NP-NLS,这是因为 NLS 采用了非线性搜索方法. 值得一提的是,当 M_{S} 等于 1 和 2 时,计算复杂度仅为 ALS 的一半左右,此时计算复杂度的优势较为明显.

表 2 三种算法的运算复杂度

Tab.2 Complexity of three algorithms

算法类型	$o(\cdot)$
NP-BAYES	$o((M_{\mathrm{S}}{}^3+M_{\mathrm{S}}{}^2M_{\mathrm{D}}JPN)(M_{\mathrm{D}}+P+N))$
NP-ALS[20]	$o((M_{\mathrm{S}}{}^3+M_{\mathrm{S}}{}^2M)(M_{\mathrm{D}}N+PN+M_{\mathrm{D}}N))$
NP-NLS[21]	$o(PNJM_{\mathrm{R}}^2+M_{\mathrm{D}}JPN(M_{\mathrm{R}}M_{\mathrm{S}})^2+PM_{\mathrm{D}}JM_{\mathrm{S}}^2)$

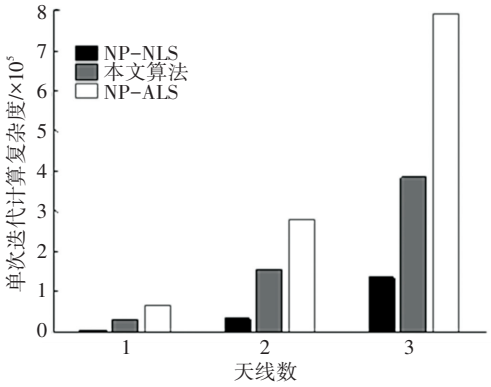


图 4 三种算法的运算复杂度对比

Fig.4 Computation complexity comparison of three algorithms

3.2 收敛速度

验证算法的收敛速度,并将其与 NP-ALS 及 NP-NLS算法进行对比. 仿真参数为: $M_{\mathrm{S}}=M_{\mathrm{D}}=M_{\mathrm{R}}=2,E_{\mathrm{S}}=15$ dB, $N_{\mathrm{S}}=8$. 因子矩阵 $\{\tilde{\boldsymbol{H}}^{(\mathrm{RD})},\tilde{\boldsymbol{H}}^{(\mathrm{SR})},\tilde{\boldsymbol{S}}\}$ 的初始值分别采用以下两种赋值方法:1)从高斯分布中随机取值(Randn);2)对接收数据进行 SVD 分解后,对其进行赋值(SVD). 引入平均重建误差(Reconstruction Error),并将其与迭代次数建立联系. 重建误差定义为[7]

$$\varepsilon_k=\|\boldsymbol{x}-(\boldsymbol{S}_k^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\odot(\boldsymbol{C}\otimes\hat{\boldsymbol{H}}_k^{(\mathrm{RD})})\boldsymbol{h}_k^{(\mathrm{SR})}\|_2^2.$$

式中 $\boldsymbol{x}$ 为接收张量的向量表示形式, $\otimes$ 为 Kronecker 积.

仿真结果如图 5 所示. 从图中可看出:整体上看,第二种赋值方法的收敛速度要明显快于第一种,这是因为 DKRF 首先对接收数据进行主成分分析,锁定了因子矩阵所在取值区域,然后再进行局部搜索. 上述过程省去了全局搜索的迭代过程. 两种赋值方法中,本文算法的收敛速度要快于 NP-ALS,接近 NP-NLS. 但值得注意的是,虽然 NP-NLS 的收敛速度较快,但收敛时的平均 RE 要明显大于另二者,从另一角度来说,NP-ALS 的信道估计精度要差于本文算法.

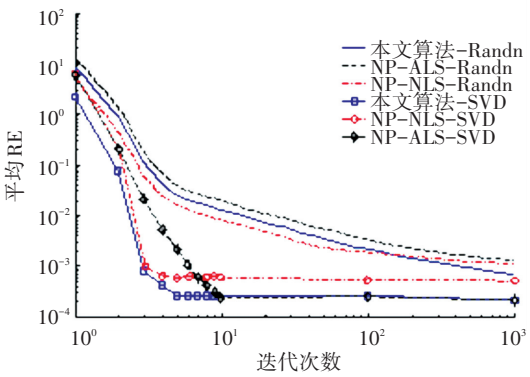


图 5　三种算法的收敛速度对比

Fig.5　Convergence speed comparison of three algorithms

3.3　估计性能

对算法的估计性能进行分析，将其与基于监督序列的 BALS 算法，基于 ALS 和 NLS 半盲算法进行对比. 具体方式是通过在 CSI 完全已知的场景下，利用提出的接收算法完成符号和信道估计，并对结果进行评估，评估的指标为误符号率（Symbol Error Rate，SER）性能和信道均方误差（Normalized Mean Square Error，NMSE）. SER 为多次 Monte Carlo 仿真的 SER 取平均，而信道的 NMSE 定义为

$$\mathrm{NMSE}=\frac{1}{K}\left(\sum_{k=1}^{K}\frac{\|\boldsymbol{H}_k-\hat{\boldsymbol{H}}_k\|_{\mathrm{F}}^2}{\|\boldsymbol{H}_k\|_{\mathrm{F}}^2}\right).$$

式中：K 为 Monte Carlo 运行次数，$K=10\,000$，每次运行数据流 $NKM_{\mathrm{S}}=10\,000\,NM_{\mathrm{S}}$. $\boldsymbol{H}_k$ 为第 k 次运行所产生的模拟信道，$\hat{\boldsymbol{H}}_k$ 为经过算法估计后的信道，其余仿真参数为：$M_{\mathrm{S}}=M_{\mathrm{D}}=M_{\mathrm{R}}=2$，$N_S=P=J=N=2$，ALS 及 NLS 收敛误差为 10^{-3}，$a_0^{\tau},b_0^{\tau},c_0,d_0$ 设定为 10^{-6}，噪声方差为 1.

信道 NMSE 和 SER 分别见图 6、7. 由于采用的噪声方差为 1，图中的信噪比即为符号能量. 从图中可以看出：信道 NMSE 方面，在相同信号能量情况下，算法引入了信道的先验信息，其信道估计性能优于 BALS，NP-ALS 及 NP-NLS 算法，由于非线性搜索易产生局部收敛，NP-NLS 性能较差；当符号能量增大时，NP-NLS 的性能提升有限，而本文算法的估计性能要大幅优于其它三种算法. 在 SER 方面，由于符号矩阵与信道矩阵同为接收数据的因子矩阵，本文算法的估计性能也优于其它三种方法，另一角度的解释是，仿真场景假设了符号矩阵也服从随机高斯分布，并将其引入因子矩阵的先验信息. 从以上可以看出，本文算法的估计性能优于其它三种算法. 尤其是在符号能量较大时，本文算法性能优势更为明显.

值得一提的是，该仿真中的信道特性为平稳瑞利衰落，在实际应用中，可根据实际信道特性对概率模型分布进行修正；若没有真正的先验知识或要使估计更客观，可选择无信息的先验，比如 Jeffrey 先验等；另外，该算法分析了基于 Nested-PARAFAC 张量分解的信道估计模型，在分析过程中，推导过程不失一般性，即该算法可推广至其它的张量分解模型，如 Nested-Tucker 张量分解中[7].

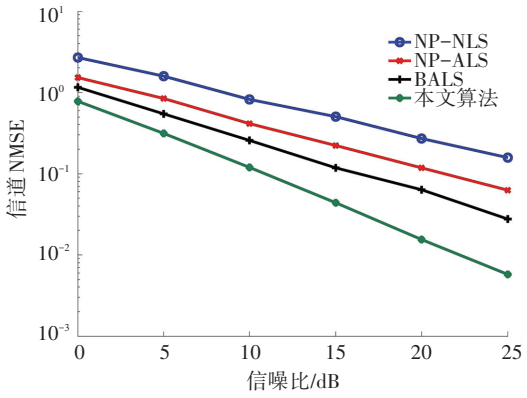


图 6　与 NP-ALS、NP-NLS 及 BALS 算法的信道 NMSE 比较

Fig.6　Channel NMSE comparison with BALS, NP-ALS and NP-NLS

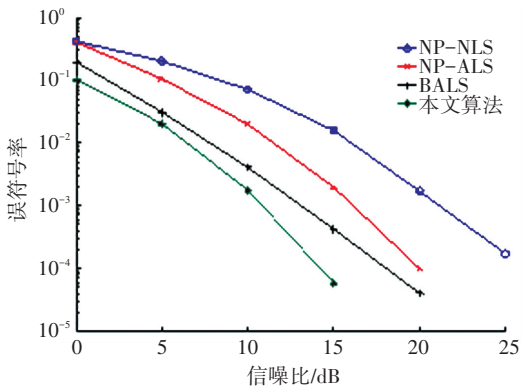


图 7　本文算法与 NP-ALS、NP-NLS 及 BALS 算法的误码率比较

Fig.7　SER comparison with BALS, NP-ALS and NP-NLS

4　结　语

本文设计一种基于贝叶斯架构的信道估计方法. 该算法基于 Nested- PARAFAC 张量模型，引入因子矩阵精度、噪声精度等隐性超参数，建立信道估计概率模型，在最大化模型证据意义上，采用变分贝叶斯推断逼近信道参数及符号矩阵的后验分布. 该算法可通过隐性超参数将信道先验信息引入到概率模型中，并具有闭环解的后验近似及计算高效率的优势. 仿真结果表明算法与现有监督序列的估计算法，基于 ALS 及 NLS 的算法相比，具有较高的估计性能. 本文所提算法的推导过程具有一般性，可推广至基于其它张量分解的 MIMO 中继系统的半盲信道估计中.

参考文献

[1] CAO Lei, ZHANG Jinyun, KANNO N. Multi-user cooperative communications with relay-coding for uplink IMT-advanced 4G systems [C]// Global Telecommunications Conference, 2009. Honolulu, HI: IEEE Press, 2009:1-6.

[2] DOHLER M, LI Yonghui. Cooperative communications: hardware, channel and PHY[M]. Chichester: Wiley Publishing, 2010:118-120.

[3] FAVIER G, COSTA M N D, ALMEIDA A L F D, et al. Tensor space-time (TST) coding for MIMO wireless communication systems [J]. Signal Processing, 2012, 92(4):1079-1092. DOI:10.1016/j.sigpro.2011.10.021.

[4] RONG Yue, KHANDAKER M R A, XIANG Yong. Channel estimation of dual-hop MIMO relay system via parallel factor analysis[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(6): 2224-2233. DOI: 10.1109/TWC.2012.032712.111251.

[5] LIOLIOU P, VIBERG M. Least-squares based channel estimation for MIMO relays[C]// International Itg Workshop on Smart Antennas. Vienna: IEEE Press, 2008:90-95.

[6] XIMENES L R, FAVIER G, ALMEIDA A L F D, et al. Parafac-paratuck semi-Blind receivers for two-hop cooperative MIMO relay systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(14): 3604-3615. DOI: 10.1109/TSP.2014.2328323.

[7] XIMENES L R, FAVIER G, ALMEIDA A L F D. Semi-blind receivers for non-regenerative cooperative MIMO communications based on nested parafac modeling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(18):4985-4998. DOI: 10.1109/TSP.2015.2454473.

[8] SIDIROPOULOS N D, BUDAMPATI R S. Khatri-rao space-time codes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(10): 2396-2407. DOI: 10.1109/TSP.2002.803341.

[9] XIMENES L R, FAVIER G, ALMEIDA A L F D. Closed-form semi-blind receiver for MIMO relay systems using double khatrirao space-time coding[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(3):316-320. DOI: 10.1109/LSP.2016.2518699.

[10] SHEN Yuan, DAN C, OPPER M, et al. Variational markov chain monte carlo for bayesian smoothing of non-linear diffusions[J]. Computational Statistics, 2012, 27(1):149-176. DOI:10.1007/s00180-011-0246-4.

[11] WEN Jiechang, ZHANG Dan, CHEUNG Y, et al. A batch rival penalized expectation-maximization algorithm for gaussian mixture clustering with automatic model selection[J]. Computational & Mathematical Methods in Medicine, 2012, 2012(2012):425730. DOI: 10.1155/2012/425730.

[12] 朱慧明, 韩玉启. 贝叶斯多元统计推断理论[M]. 北京:科学出版社, 2006:86-91.
ZHU Huiming, HAN Yuqi. Bias multivariate statistical inference theory[M].Beijing: Science Press, 2016:86-91.

[13] ATTIAS H. A variational bayesian framework for graphical models [C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. Cambridge, MA: MIT Press, 1999:209-215.

[14] VRETTAS M D, DAN C, OPPER M. Estimating parameters in stochastic systems: a variational Bayesian approach[J]. Physica D Nonlinear Phenomena, 2011, 240(23): 1877-1900. DOI: 10.1016/j.physd.2011.08.013.

[15] SUN Shijun, PENG Chenglin, HOU Wensheng, et al. Blind source separation with time series variational bayes expectation maximization algorithm[J]. Digital Signal Processing, 2012, 22(1): 17-33. DOI: 10.1016/j.dsp.2010.09.005.

[16] HUANG Qinghua, YANG Jie, ZHOU Yue. Variational bayesian method for speech enhancement[J]. Neurocomputing, 2007, 70(16-18):3063-3067.DOI: 10.1016/j.neucom.2007.04.005.

[17] STROBACH P. Bi-iteration SVD subspace tracking algorithms[J]. Signal Processing IEEE Transactions on, 1997, 45(5): 1222-1240. DOI: 10.1109/78.575696.

[18] FOX C W, ROBERTS S J. A tutorial on variational bayesian inference[J]. Artificial Intelligence Review, 2012, 38(2): 85-95. DOI: 10.1007/s10462-011-9236-8.

[19] BRO R. PARAFAC. Tutorial and applications[J]. Chemometrics & Intelligent Laboratory Systems, 1997, 38(2):149-171. DOI: 10.1016/S0169-7439(97)00032-4.

[20] KOLDA T G, BADER B W. Tensor decompositions and applications [J]. Siam Review, 2009, 51(3): 455-500. DOI: 10.1137/07070111X.

[21] FAVIER G, FERNANDES C A R, ALMEIDA A L F D. Nested tucker tensor decomposition with application to MIMO relay systems using tensor space-time coding (TSTC) [J]. Signal Processing, 2016, 128:318-331. DOI: 10.1016/j.sigpro.2016.04.009.

(编辑 苗秀芝)