DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201707192

基于管线对偶图模型的供水管网可靠性分析

曾 文[1],时圣磊[2],丁晶晶[1]

(1.中国地质大学(武汉) 信息工程学院,武汉 430074;2.北京山维科技股份有限公司,北京 100043)

摘 要: 为了利用复杂网络理论对供水管网进行结构测度和鲁棒性分析,提出一个新的管网模型——管线对偶图模型.该模型将顺序相连、无大角度转折的同口径同材质管段序列看作统一实体,即管线.将管线抽象为节点,两相交管线对应的节点用边相连,由此形成的无向图即为管线对偶图.使用这一模型对3个城市的供水管网进行结构测度,结果显示,管线对偶图具有明显的无标度特性.利用无标度网络鲁棒性分析方法中的模拟攻击方法,使用3种攻击策略进行实验.结果表明,管网在不同攻击策略下结构变化规律呈现较强的相似性,都会经过初始期、分裂期和崩溃期3个阶段;不同的攻击策略下供水管网进入分裂期和崩溃期的进程差异明显;基于节点度的攻击策略对管网的影响最大,基于节点介数中心性其次,随机攻击对管网的影响最小,高度连接的管线是供水管网中关键和脆弱的部分.对结构测度和模拟攻击的结果进行分析,发现谱隙和进入分裂期的去点率可作为衡量供水管网可靠性的重要指标.针对管线对偶图模型提出的可靠性分析方法可以用于指导供水管网的设计和运维.

关键词: 复杂网络;供水管网;管线对偶图;可靠性分析;鲁棒性

中图分类号: TU990.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2018)08-0056-08

Reliability analysis for water supply networks based on pipeline dual graph model

ZENG Wen[1], SHI Shenglei[2], DING Jingjing[1]

(1. Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;
2. Beijing Sunway Technology Co., Ltd., Beijing 100043, China)

Abstract: A novel water supply network model, pipeline dual graph (PDG), is proposed for structure measurement and robustness analysis of water supply networks using complex network theory. If water pipes of same diameter and material are sequentially connected in rather small angle changes, this model takes them as a unified entity called pipeline. A PDG is an undirected graph constructed by taking every pipeline as a node and inserting a link between two nodes corresponding to a couple of intersected pipelines. Structure measurement for 3 Chinese cities' water supply networks shows that pipeline dual graphs are scale-free networks. Attack simulations using 3 strategies based on scale-free network robustness analysis methods were designed and conducted. Experimental results indicated that structural change processes of these networks were similar under different attack strategies, which all consisted of the initial phase, the splitting phase and the collapsing phase. However, every network entered the splitting phase and the collapsing phase at a distinctly different speed. Among the 3 strategies, the strategy based on node degree had the greatest impact on water supply networks, followed by the strategy based on betweenness, while random attacks had the least influence. Highly connected pipelines are critical and vulnerable components. Structure measurement and attack simulations prove that spectral gap and node removal rate while entering the splitting phase can be adopted as important indicators for evaluating the reliability of water supply networks. The proposed reliability analysis method based on PDG model can be used to guide design and operation of water supply networks.

Keywords: complex networks; water supply networks; pipeline dual graph; reliability analysis; robustness

供水管网可靠性是指供水管网在一定时间内一定运行条件下完成预定功能的性质[1].管网可靠性分析是供水系统重点研究的问题[2],对管网的设计和运维具有重要指导意义.主流方法大多是在Wagner等(1988)提出的解析法和模拟法的基础上不断深化或者将二者相结合而发展起来的[3-4].解析法主要从管网结构分析发生故障时管网的连通性及从水源点到取水点的可达性;模拟法侧重通过水力模型计算评价供水需求的满足程度.在解析法可靠性分析方面,Quimpo和Shamsi[5]提出了结点对可靠性(NPR)模型,其中,NPR是指某个结点与水源保持连通的可能性;Kansal等[6]基于附加生成树的概念,将管网的整体连通性定义为源结点与所有需求结点同时连通的可能性;Walski[7]将管道故障时关阀停水形成的封闭区域定义为单元(segment),提

收稿日期: 2017-07-30
作者简介: 曾 文(1969—),男,教授
通信作者: 曾 文,zengwen@cug.edu.cn

出单元 – 阀门(segment-valve,SV)图模型,运用图论方法分析阀门的数量和布局是否满足管网可靠性需求;Jun 等[8]则进一步基于 SV 图提出一系列指标来衡量管网的可靠性.

结构分析之所以成为管网可靠性的重要手段,是因为结构显著影响功能[9],供水需求的满足,依赖于管网结构中从水源到用户的传输路径[10]. 复杂网络理论为管网结构分析提供了新的思路和方法. Yazdani 和 Jeffrey[11]应用复杂网络测度指标研究供水管网结构特征,进而探究保障可靠性的管网扩建策略;Hawick[12]用图分析理论通过模拟故障分析供水管网可靠性,研究提高可靠性的措施.

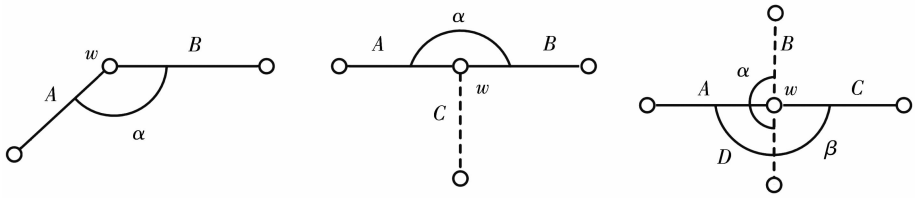
既往研究一般使用节点 – 连边模型分析供水管网的复杂网络特性[13]. 但是,节点 – 连边模型存在一定局限:管段由相邻接的管点所界定,相对较短,空间分布呈现明显的局部化特点;节点连通度绝大多数在 1 ~4,拓扑连接呈现均质性和规则化特征. 上述局限使得复杂网络研究的很多理论成果和分析方法,不便运用于供水管网. 本文把具有相同口径和材质的顺序相连管段看作同一实体,即“管线”,提出管线对偶图(pipeline dual graph,PDG)模型,在此模型基础上运用复杂网络的理论和方法,对中国 3 个城市的实际供水管网进行结构测度和鲁棒性分析. 由此得到一种适用于 PDG 模型的供水管网可靠性评价方法和相应的评价指标,可用于设计和运维方案的制定.

1　管线对偶图模型

节点 – 连边模型将三通、四通、阀门、水表等管件统称为管点,相连管点间的管道称为管段,将管点和管段分别抽象为节点和连边,从而形成一个图(graph). 但在供水管网规划设计和工程实施中,一般在同一条道路上敷设口径和材质统一的一条完整管道,在接水、维修的施工情境下才会将管道作开管或截断处理. 这样的一条管道在供水服务质量方面也具有高度统一性. 基于这种观察,本文提出一种新的管网拓扑模型,将顺序相连、无大角度转折的同口径同材质管段序列——管线(pipeline),看作一个统一实体,并抽象为节点,如果两条管线相交,则两管线对应节点用边相连. 由此形成的无向图即为管线对偶图(PDG)模型.

1.1　管线生成的连接规则

本文中的管线,意指管段按照一定连接规则顺序相连而形成的最大线性实体. 由管段相接形成管线的连接规则可描述如下:设管段 A 的一个端点是 w,则与 w 关联的另一管段 B 与管段 A 属于同一管线的充分必要条件是:1)口径和材质与管段 A 相同(属性一致性规则);2)与管段 A 在 w 处的夹角不小于 135°,且在所有与 w 关联的相同口径和材质的管段中与管段 A 的夹角最大(夹角最大化规则). 夹角最大化规则的提出,是基于设计和铺设中管道的实际排布规律. 假设图 1 中所有管段均具有相同口径和材质,对于图 1(a)中的拐点,因为夹角 $\alpha \geqslant 135°$,两管段被认为属于同一管线;对于图 1(b)中的三通,考虑与管段 A 连接的管段 B,因为二者的夹角 $\alpha \geqslant 135°$,且该夹角比管段 C 与管段 A 的夹角大,所以,管段 A 与管段 B 属于同一管线;对于图 1(c)中的四通,因为 α、$\beta \geqslant 135°$,则管段 A 与 C 属于同一管线,管段 B 与 D 属于同一管线.



(a) 拐点　(b) 三通　(c) 四通

图 1　管段连接类型

Fig. 1　Pipe connection forms

1.2　构造管线对偶图

PDG 生成的第一步是依据连接规则对管段集合求解最小划分(使得到的管线数量最小),接着将集合划分中的每个子集(即一条管线)抽象为一个图的节点,最后检查管线间的相交关系. 如果两管线相交,则将对应的节点用边相连,从而完成 PDG 模型.

图 2(a)为原始管网的节点 – 连边模型,对应的 PDG 如图 2(b)所示. 可以看出,PDG 模型同时凸显了管道及其连通关系,有利于分析管网结构及其对管网功能的影响.

2　基于管线对偶图的结构测度

2.1　供水管网数据

选用广西省某城市和江苏省两个城市口径 DN200 以上实际供水主干管网作为研究对象,分别记为 GW1、GW2 和 GW3. 3 个城市的管网总体分布如图 3 所示. 由于城市形态不同,3 个供水管网的空间形态也存在明显差异:GW3 管网空间分布范围明显大于前两者,但郊区管网分布稀疏;GW1 与 GW2 的空间范围相近,GW2 所在城市地形平坦,管网分布均匀,

整体呈网格状分布,而 GW1 所在的城市多山地和丘陵,城市分布受地形限制,管网分布也不均匀.

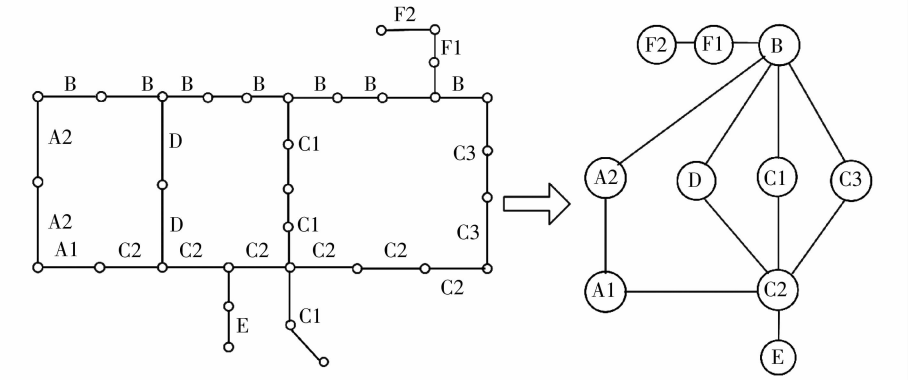


图 2 节点 – 连边模型及其对应的管线对偶图模型

Fig. 2 Node-edge model and the corresponding pipeline dual graph model

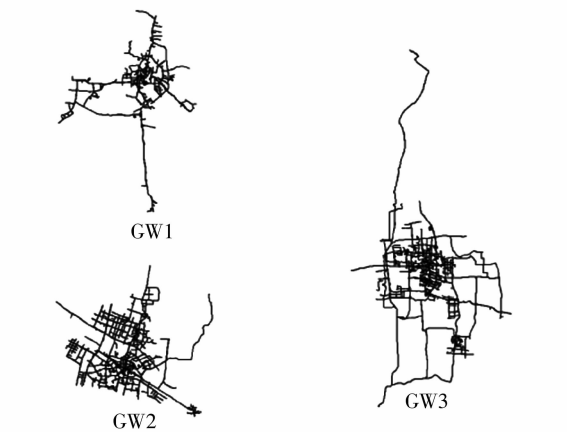


图 3 供水管网分布

Fig. 3 Distribution maps of the water supply networks

图 4 为 3 个供水管网对应 PDG 的可视化表达,其中每个节点的坐标设定为原始管网中对应管线全部坐标点的平均值. 管网 PDG 与原始管网的范围和布局大致相同,但是放大局部区域(图 5)可以看出,PDG 与原始管网的结构和形态差异较大,PDG 中的节点度(连边数量)有明显多样性.

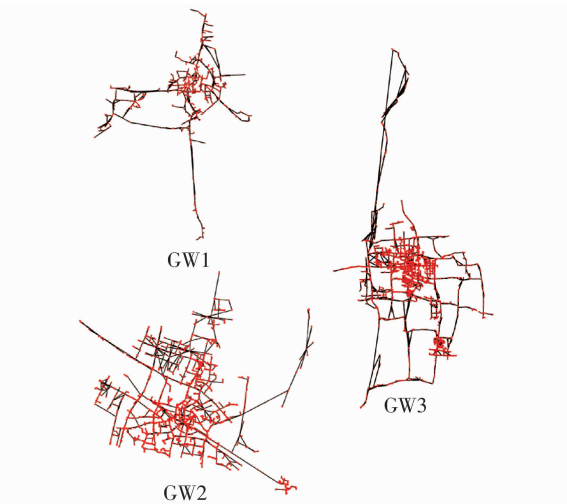


图 4 管网 PDG 模型

Fig. 4 PDG models of the 3 water supply networks

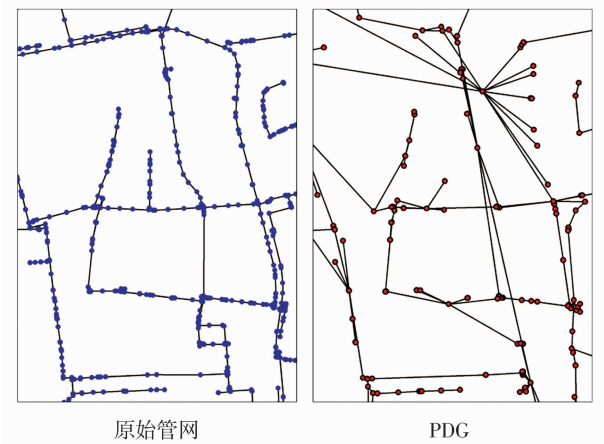


图 5 GW3 局部放大

Fig. 5 Partial enlargement of GW3

各管网相应 PDG 模型的总体特征如表 1 所示. 其中 n 表示管点数,m 表示管段数,N 代表管线数(即 PDG 中的节点数),M 代表管线交叉数(即 PDG 中的边数),m/N 代表管段管线转化比. 由表 1 可以看出,GW1 和 GW2 的总体规模相近,GW3 的规模则是二者的近 2 倍;GW1 管段管线转化比明显大于 GW2 和 GW3,GW2 略大于 GW3,说明 GW1 管线规模(包含管段数)较大.

表 1 3 个管网的特征

Tab. 1 Characteristics of the 3 networks

管网	n	m	N	M	m/N
GW1	15 139	15 220	1 969	2 140	7.73
GW2	15 447	15 642	2 699	3 016	5.79
GW3	29 507	29 694	5 976	6 291	4.97

2.2 结构测度指标

供水管网结构测度指标可分为基本拓扑特征、网络冗余度和网络连通性 3 类,如表 2 所示. 其中,平均度 $<k>$ 与度分布、平均路径长度 L 都是体现供水管网拓扑结构总体特征的统计指标. 聚类系数

C[14]和网格系数 R_m[15]主要体现网络的冗余度. 谱隙(spectral gap)$\Delta\lambda$ 定义为网络连接矩阵的最大与次大特征值之差[16-17]，代数连通度(algebraic connectivity)λ_2定义为图的标准化拉普拉斯矩阵的第二小特征值[18-19]，二者均是衡量网络连通性强度的指标.

表 2　供水管网结构测度指标

Tab. 2　Structure metrics of water supply networks

类别	测度指标
基本拓扑特征	平均度 度分布 平均路径长度
网络冗余度	聚类系数 网格系数
连通性	谱隙 代数连通度

2.3　供水管网结构测度指标统计分析

通过 R 软件平台环境，运用 igraph、Matrix 等开源程序包对 3 个 PDG 实例进行结构测度，结果如表 3 所示. 总体看 GW2 的测度指标全面优于 GW1 和 GW3，特别是谱隙指标 $\Delta\lambda$，领先 2 个数量级以上，表明 GW2 具有更好的可靠性. GW1 和 GW3 的指标普遍接近，除 $\Delta\lambda$ 之外的其他指标都在一个数量级以内，不足以体现冗余度和连通性的差异[12-13]. GW1 的谱隙指标 $\Delta\lambda$ 相比 GW3 有一个数量级的优势，表明 GW1 的割点、割边等传输瓶颈较少，这类关键部件失效或遭受攻击造成大面积停水的风险较小.

表 3　基于 PDG 模型的结构测度结果

Tab. 3　Structure metrics based on PDG model

管网	$<k>$	L	C	R_m	$\Delta\lambda$	λ_2
GW1	2.17	28.91	6.21E-02	4.35E-02	4.20E-03	1.83E-04
GW2	2.23	26.29	5.71E-02	5.88E-02	5.02E-01	2.05E-04
GW3	2.11	30.28	2.39E-02	2.64E-02	1.59E-04	1.30E-04

进一步的可靠性比较，可以在分析度分布的基础上，考察管网对抗攻击(即移除部件)保持结构稳定的鲁棒性. 首先考察 3 个 PDG 模型的节点度分布是否具有无标度(scale-free)特性. 所谓无标度特性，意指节点度为 k 的可能性 $p(k)$ 随 k 的增大而减小，满足 $p(k) \sim k^{-r}$，其中 r 为幂律分布指数. 如果节点度满足幂律分布，复杂网络研究中称之为无标度网络[20]，常用模拟攻击方法来考察其结构鲁棒性. 这类网络在随机攻击下有较强的鲁棒性，而在高连接度节点遭到攻击时，网络会被分解成独立部分甚至崩溃[21]. PDG 模型下的度分布图和累计度分布图如图 6(a)、(b)所示，其中纵坐标表示度对应概率. 可以看出，3 个管网的累计度均呈现明显长尾分布，符合无标度特征.

分别对累计度分布概率 $p(k)$ 及 k^{-r} 取对数，绘制双对数累计度分布图，如图 7 所示. 可以看出，3 个实例管网的双对数累计度分布图均呈近似线性关系. 通过回归分析，求出 3 个 PDG 的 $\lg k$ 系数和判定系数 R^2：GW1 为 −2.669 和 0.948；GW2 为 −2.706 和 0.956；GW3 为 −2.611 和 0.968. 两系数存在明显的线性相关关系，进一步验证了供水管网在 PDG 模型下是无标度网络，从而可以应用复杂网络理论常用的模拟攻击分析方法，研究管网部件被移除(发生随机故障或遭到蓄意破坏)时供水管网的拓扑完整性和连通度[22].

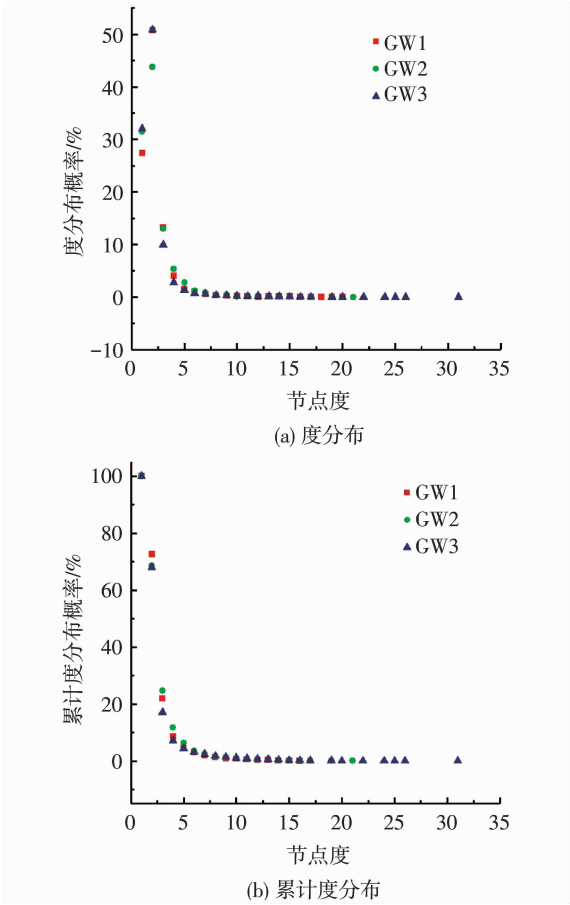


图 6　基于 PDG 模型的管网度分布与累计度分布

Fig. 6　Degree distribution and cumulative degree distribution based on PDG model

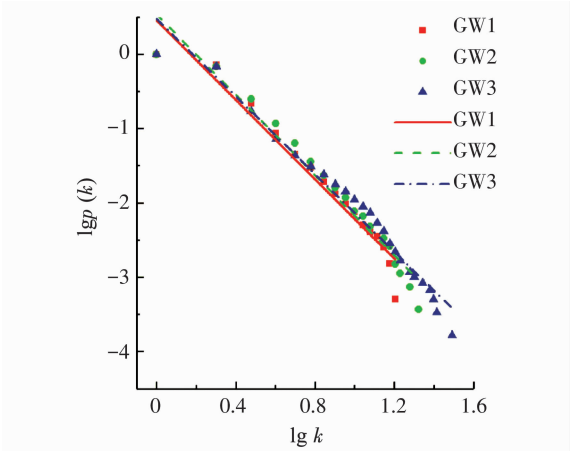


图 7　双对数累计度分布

Fig. 7　Double logarithmic cumulative degree distribution

3 基于管线对偶图的鲁棒性分析

3.1 供水管网结构鲁棒性及其分析策略

供水管网的结构鲁棒性指管网整体结构对外部干扰和故障的容忍度[20]，是可靠性的重要表现，可以模拟管网受到攻击后结构指标的变化来分析. 本文选用平均路径长度 L，聚类系数 C，网络簇数 CL 和最大连通子图的相对大小 S 来测度管网结构的变化. L 和 C 分别反映网络全局传输效率和局部传输效率. 当网络受到攻击后，逐渐分裂成若干个连通子图，称为网络簇. 网络簇数 CL 可以用于衡量网络结构破坏的程度. S 是指最大连通子图节点数与全局网络节点数的比值，能够反映管网受到攻击时保持服务功能的完整度.

模拟攻击的方式是每次选择一个节点，删除该节点及其相连的边，同时删除生成的孤立点，记录去点率 f（去除节点的个数占总节点数的比率），计算管网结构测度指标 L、C、CL、S；反复执行直至网络中所有节点都被删除为止. 对于随机攻击，删除节点的选择是随机的；对于蓄意攻击，一般是根据具体的攻击策略对节点重要性进行降序排列，按照从最重要到次重要的次序来删除节点，观察结构受到的影响. 考虑到供水管网 PDG 的无标度特性，采用复杂网络研究中结果较为显著的两种策略进行蓄意攻击模拟：基于节点度和基于节点介数中心性（betweenness centrality）[24]. 节点度是与该节点邻接的节点个数，在 PDG 模型中代表与一条管线连通的其他管线数量；节点介数中心性是经过该节点的最短路径数量占所有节点间最短路径总数的比例[25].

3.2 结果分析

分别采用随机攻击、基于节点度攻击和基于节点介数中心性攻击 3 种策略对 3 个供水管网进行模拟攻击，各测度指标结果如图 8 ~ 11 所示. 每幅图从左到右分别代表随机攻击、基于节点度攻击和基于节点介数中心性 3 种策略，3 种不同线型的曲线代表 3 个管网，横坐标代表去点率，纵坐标代表结构测度指标的值.

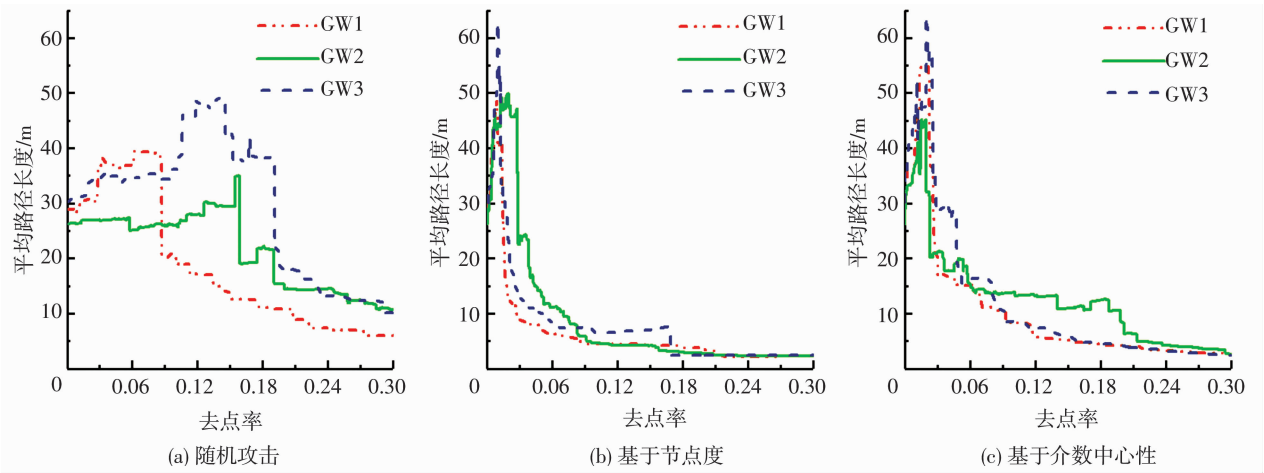


图 8 不同攻击策略下 L 变化

Fig. 8 Changes of L under different attack strategies

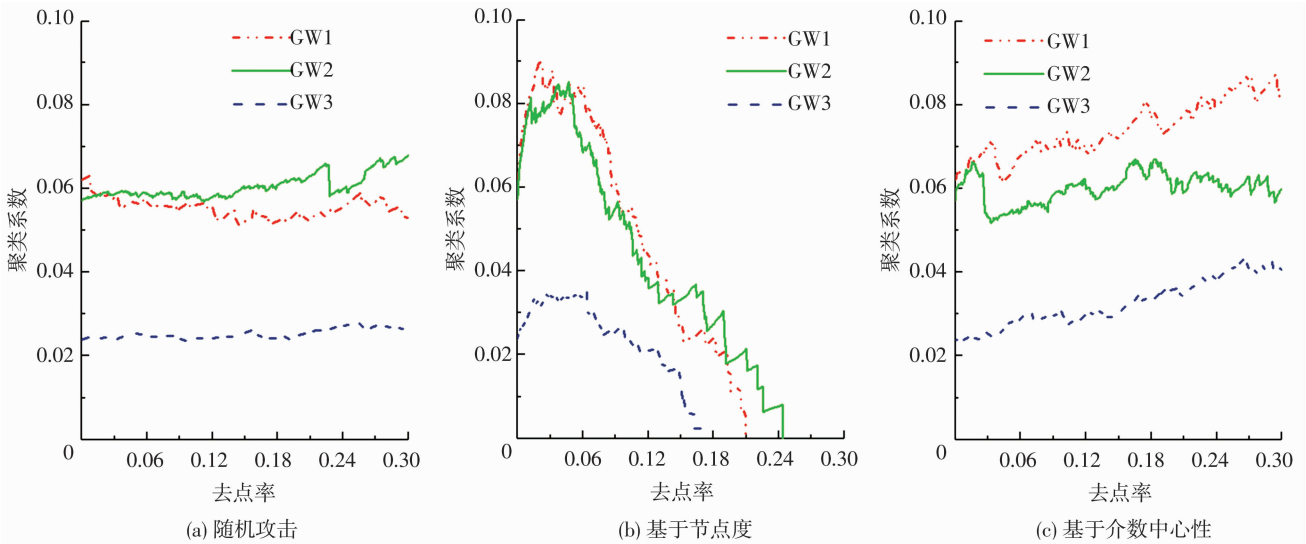


图 9 不同攻击策略下 C 变化

Fig. 9 Changes of C under different attack strategies

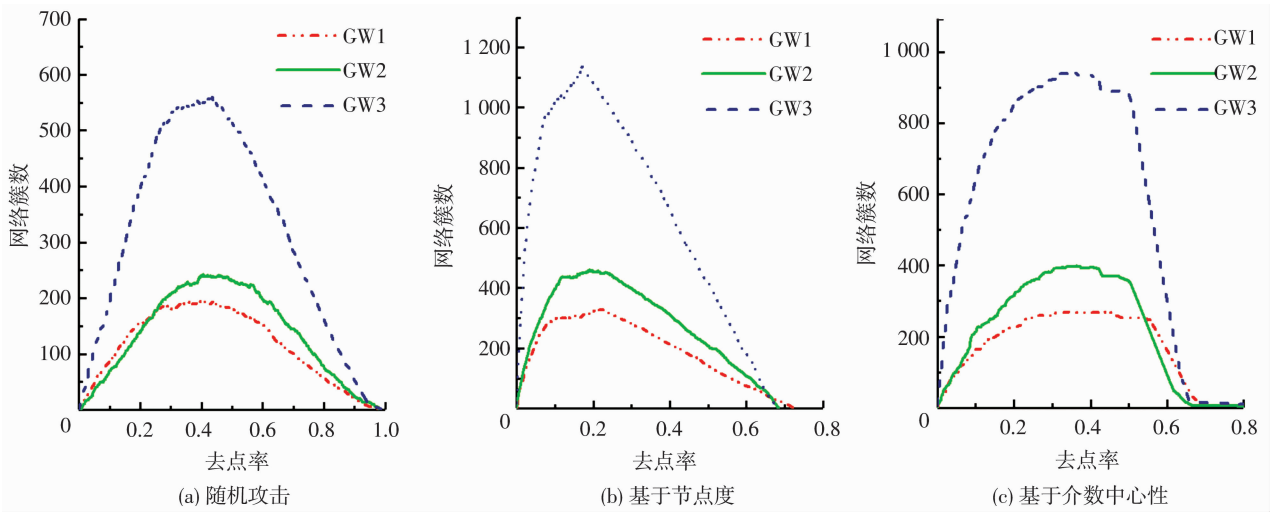


图 10　不同攻击策略下 *CL* 变化

Fig. 10　Changes of *CL* under different attack strategies

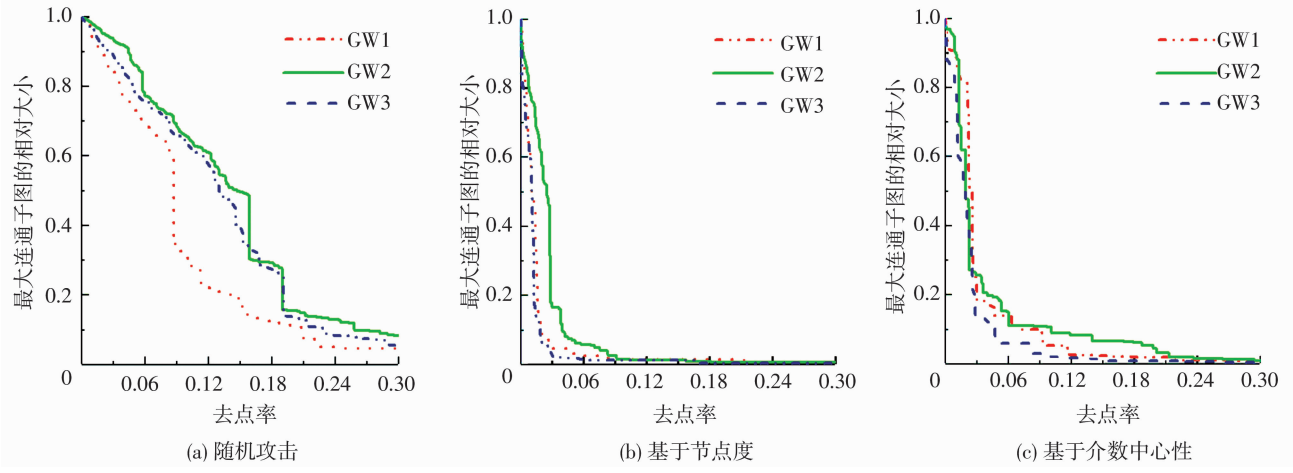


图 11　不同攻击策略下 *S* 变化

Fig. 11　Changes of *S* under different attack strategies

在不同攻击策略下，随着删除节点的增多（去点率 f 增大），管网结构变化均可分为 3 个阶段：1）初始期：L 急剧增加，网络的传输效率受到明显影响. 同时 S 逐渐下降，CL 逐渐上升，说明攻击不断产生规模较小的碎片，但网络尚未分裂，总体运行仍能保持相对平稳. 2）分裂期：L 到达峰值，然后开始大幅下降，同时 S 直线下降，CL 继续上升. 说明网络结构变化剧烈，开始分裂为多个规模相近且相互独立的子图，管网基本瘫痪. 3）崩溃期：L 和 S 由剧烈下降转变为缓慢下降，并逐渐下降至 0. 此期间 CL 继续上升并达到最大值，而后由最高点开始下降直至为 0. 此时网络已失效.

不同攻击模式下管网的结构变化有明显差异. 由图 9 看出，基于介数中心性攻击和随机攻击两种模式下，聚类系数 C 变化相对平稳；而在基于节点度的攻击模式下，管网结构变化则相对剧烈.

同一管网在不同攻击策略下，网络结构的变化各不相同. 在节点被不断删去时，体现管网结构特征的平均路径长度 L、聚类系数 C、网络簇数 CL 和最大连通子图相对大小 S 4 个指标的变化趋势存在明显差异，相应地进入分裂期和崩溃期的先后大不相同. 表 4 列出了管网结构发生阶段性变化时的去点率. f_1 表示由初始期进入分裂期时的去点率，f_2 表示由分裂期进入崩溃期的去点率. 可以看到，基于节点度攻击策略下 f_1 和 f_2 最小，其次是基于介数中心性攻击策略，随机攻击策略下 f_1 和 f_2 最大. 这说明基于节点度的攻击是对管网影响最严重的策略，最易造成管网分裂和崩溃，因而连接度大的管线是应该重点保护的对象.

不同管网在相同攻击策略下，f_1、f_2 也各不相同，f_1 的差异尤为明显. 由表 4 可以看出：在节点度和随机攻击策略下，f_1 的大小顺序均为 GW2 > GW3 > GW1，GW2 的鲁棒性最好，其次是 GW3，GW1 的鲁棒性最差. 在介数中心性攻击策略下，GW1 的 f_1 和 f_2 略大于后两者，与 GW1 谱隙测度较高的情况相对应，说明这种攻击策略对管网传输瓶颈比较敏感.

通过结构测度和鲁棒性分析的结果，可以反观 3 个实际管网的特点. GW1 分布很不均匀，管线规模

大,管线替代通路少,连通性对管线依赖度高,连接度高的管线对连通的影响很大,但割点割边等传输瓶颈较少;GW2 分布均匀规整,环路多,冗余度和健壮性好;GW3 管线规模适中,替代通路较充分,但割点割边相对较多,成为管网中的脆弱部分. 认识上述特点有助于对管网进行有针对性的保护和优化.

表 4 管网不同攻击策略下不同阶段的去点率

Tab. 4 Removal rate of different attack strategies in different phase

管网	随机攻击		基于介数中心性攻击		基于节点度攻击	
	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2
GW1	0.065 5	0.086 8	0.020 8	0.029 9	0.009 1	0.018 3
GW2	0.158 2	0.189 7	0.019 6	0.060 4	0.019 6	0.028 1
GW3	0.141 5	0.190 7	0.019 5	0.028 3	0.010 0	0.012 4

3.3 基于 SV 图的可靠性评价

作为对比,对上述 3 个实际管网使用 Jun 等[8]提出的基于 SV 图的 3 个基本指标进行可靠性评价:单元平均管道长度 L_a;单元内平均管线数 N_a;长度阀门比 L/V. 结果如表 5 所示.

L_a和 N_a越小,管道故障的影响范围越小,管网可靠性越高. L/V 越小,单位长度管道内阀门数量越多,故障越容易控制在局部范围,管网可靠性越高. 分析结果显示管网可靠性排序为 GW2 > GW3 > GW1. 单元完整覆盖管网,总体呈现均匀分布,所以,单元故障与随机攻击的效果类似. 上述 SV 图分析结果符合 PDG 模型下的分析结论,与随机攻击下 PDG 结构的健壮性一致,验证了 PDG 模型对可靠性评估的价值.

表 5 3 个管网的 SV 模型分析结果

Tab. 5 Results of SV model analysis for the 3 networks

管网	L_a	N_a	L/V
GW1	398.881	17.653	324.604
GW2	257.445	8.159	219.538
GW3	330.917	11.798	256.733

4 结 论

提出一种新的管网拓扑模型——PDG 模型作为供水管网可靠性分析工具,并基于此模型提出了管网可靠性分析方法. 针对 3 个城市供水管网 PDG 模型,运用复杂网络理论进行管网的结构测度和鲁棒性分析,得出以下结论:

1)供水管网的 PDG 模型具有明显的无标度特性,突破了节点 - 连边经典网络模型的局限性,能更好地表征在发生故障或者遭受攻击时管网性能受到的影响.

2)不同管网在不同的攻击策略下结构变化规律呈现较强的相似性,都会经过初始期、分裂期和崩溃期 3 个阶段. 不同的攻击策略下供水管网进入分裂期和崩溃期的进程差异明显. 基于节点度的攻击策略对管网结构的影响最大,基于节点介数中心性其次,随机攻击最小. 高度连接的管线应作为系统维护的重点.

3)结构测度与鲁棒性分析相结合,是一种有效地评价管网可靠性的方法. 谱隙在度量供水管网连通性时区分度较好,而管网进入分裂期时的去点率可作为衡量其鲁棒性的重要指标.

本文提出的 PDG 模型分析方法,可用于比较和优选供水管网设计和运维的不同方案. 该方法以及用于对比的基于 SV 图的经典可靠性分析方法,均侧重对管网结构和连通性的分析,属于解析法范畴,难以细致体现在各种攻击策略中压力和流量对需求的满足程度. 针对此局限,后续研究可将解析法和模拟法相结合,以水力模型为辅助工具,将 PDG 模型与原始管网关联起来,进一步分析攻击对管网流量、压力等参数的影响,发展更为细致的攻击策略和评价指标,更为全面地分析供水管网的可靠性.

参考文献

[1] GUPTA R, BHAVE P R. Reliability-analysis of water-distribution systems[J]. Journal of Environmental Engineering, 1994, 120(2):447 - 461. DOI: 10.1061/(ASCE)0733 - 9372(1994)120:2(447).

[2] SHA Z, PANCHAL J H. Towards the design of complex evolving networks with high robustness and resilience [J]. Procedia Computer Science, 2013, 16:522 - 531. DOI: 10.1016/j.procs.2013.01.055.

[3] WAGNER J M, SHAMIR U, MARKS D H. Water distribution reliability: analytical methods[J]. Journal of Water Resources Planning & Management, 1988, 114(3):253 - 275. DOI: 10.1061/(ASCE)0733 - 9496(1988)114:3(253).

[4] WAGNER J M, SHAMIR U, MARKS D H. Water distribution reliability: simulation methods[J]. Journal of Water Resources Planning & Management, 1988, 114(3):276 - 294. DOI: 10.1061/(ASCE)0733 - 9496(1988)114:3(276).

[5] QUIMPO R G, SHAMSI U M. Reliability-based distribution system maintenance[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 1991, 117(3): 321 - 339. DOI: 10.1061/(ASCE)0733 - 9496(1991)117:3(321).

[6] KANSAL M L, KUMAR A, SHARMA P B. Reliability analysis of water distribution systems under uncertainty [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1995, 50(1):51 - 59. DOI: 10.1061/(ASCE)0733 - 9372(1995)121:9(674).

[7] WALSKI T M. Practical aspects of providing reliability in water distribution systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1993, 42(1):13 - 19. DOI: 10.1016/0951 - 8320(93)90050 - 9.

[8] JUN H, LOGANATHAN G V, DEB A K, et al. Isolating subsystems in a water distribution network[C]// World Water and

Environmental Resources Congress. 2004:1 - 8. DOI: 10.1061/40737(2004)466.

[9] STROGATZ S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(6825):268. DOI: 10.1038/410268a0.

[10] YAZDANI A, OTOO R A, JEFFREY P. Resilience enhancing expansion strategies for water distribution systems:A network theory approach[J]. Environmental Modelling & Software, 2011, 26(12):1574 - 1582. DOI: 10.1016/j.envsoft.2011.07.016.

[11] YAZDANI A, JEFFREY P. Applying network theory to quantify the redundancy and structural robustness of water distribution systems[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2012, 138(2):153 - 161. DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943 - 5452.0000159.

[12] HAWICKK A. Water distribution network robustness and fragmentation using graph[C]// Proc Int Conf on Water Resource Management (AfricaWRM 2012). IASTED, 2012:304 - 310. DOI: 10.2316/P.2012.762 - 037.

[13] WATTSD J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks [J]. Nature, 1998, 393(6684):440 - 442. DOI:10.1038/30918.

[14] BOCCALETTI S, BIANCONI G, CRIADO R, et al. The structure and dynamics of multilayer networks[J]. Physics Reports, 2014, 544(1): 1 - 122. DOI:10.1016/j.physrep.2014.07.001.

[15] DE CORTE A, SÖRENSEN K. HydroGen: An artificial water distribution network generator [J]. Water Resources Management, 2014, 28(2): 333 - 350. DOI: 10.1007/s11269 - 013 - 0485 - y.

[16] ESTRADA E. Network robustness to targeted attacks. The interplay of expansibility and degree distribution[J]. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 2006, 52(4): 563 - 574. DOI: 10.1140/epjb/e2006 - 00330 - 7.

[17] MALLIAROSF D, MEGALOOIKONOMOU V, FALOUTSOS C. Estimating robustness in large social graphs[J]. Knowledge and Information Systems, 2015, 45(3):1 - 34.

[18] FIEDLER M. Algebraic connectivity of graphs [J]. Czechoslovak Mathematical Journal, 1973, 23(2): 298 - 305. DOI: 10.1007/s10115 - 014 - 0810 - 7.

[19] ZHOU H, BABAEI A, MAO S, et al. Algebraic connectivity of degree constrained spanning trees for FSO networks [C]// Communications (ICC). 2013 IEEE International Conference on IEEE, 2013: 5991 - 5996. DOI: 10.1109/ICC.2013.6655558.

[20] ALBERT R, JEONG H, BARABASI A L. Internet: Diameter of the world-wide web[J]. Nature, 1999, 401(6749): 130 - 131. DOI:10.1038/43601.

[21] ALBERT R, JEONG H, BARABASI A L. Error and attack tolerance of complex networks[J]. Nature, 2000,406(6794):378 - 382. DOI: 10.1038/35019019.

[22] YAZDANI A, JEFFREY P. Complex network analysis of water distribution systems. [J]. Chaos, 2011, 21(1):016111. DOI: 10.1063/1.3540339.

[23] BRUNEAU M, CHANG S E, EGUCHI R T, et al. A framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities [J]. Earthquake Spectra, 2003, 19(4):733 - 752. DOI: 10.1193/1.1623497.

[24] HOLME P, KIM B J, YOON C N, et al. Attack vulnerability of complex networks[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2002, 65(5 Pt 2):056109. DOI: 10.1103/PhysRevE.65.056109.

[25] BARTHELEMY M. Betweenness centrality in large complex networks [J]. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 2004, 38(2):163 - 168. DOI: 10.1140/epjb/e2004 - 00111 - 4.

(编辑　刘　彤)