DOI:10.11918/201906153

航姿参考系统的改进杆臂效应补偿方法

谭强俊,程永生,唐 彬,刘显学,周 浩,李寅鑫

(中国工程物理研究院 电子工程研究所,四川 绵阳 621000)

摘 要: 振动环境下叠加在航姿参考系统(AHRS)加速度计敏感轴上的杆臂效应会对加速度计测姿精度造成极大的影响.本文对杆臂效应处理算法中的低通滤波法和力学补偿法进行分析.低通滤波法滤除杆臂效应会有整流误差残存.力学补偿法对杆臂效应中向心加速度项的补偿受限于陀螺测量精度,对杆臂效应中切向加速度项的补偿会因为直接对角速度微分求取角加速度造成误差激剧放大.针对低通滤波法与力学补偿法各自存在的不足,提出一种改进的杆臂效应补偿方法.对杆臂效应中的向心加速度项的补偿,设定角频率阈值作为判定值.在低于给定角频率阈值工况下采用低通滤波法,而在高于给定角频率阈值工况下采用力学补偿 + 低通滤波法.对杆臂效应中的切向加速度项的补偿,提出 2 种多加速度计构型,根据加速度计构型中各加速度计输出值,构造解析公式求解角加速度,避免直接微分法造成的误差放大.通过对改进补偿方法的理论推导、分析和仿真,并与低通滤波法和力学补偿法相对比,改进补偿方法显著地提高了杆臂效应误差补偿精度.

关键词: 杆臂效应补偿;多加速度计;低通滤波;力学补偿;向心加速度;切向加速度

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367 - 6234(2020)05 - 0129 - 08

Improved method of lever arm effect compensation for AHRS

TAN Qiangjun, CHENG Yongsheng, TANG Bin, LIU Xianxue, ZHOU Hao, LI Yinxin

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621000, Sichuan, China)

Abstract: The lever arm effect superimposed on the accelerometer sensitive axis of the attitude and heading reference system (AHRS) under vibration environment will greatly affect the accuracy of the attitude measurement based on the accelerometer. This paper analyzes the low-pass filtering method and the mechanical compensation method in the lever arm effect processing algorithms. The low pass filtering method will have rectification error residual. The compensation of the centripetal acceleration term in the lever arm effect by the mechanical compensation method is limited by the gyro measurement accuracy. Meanwhile, the difference operation of angular velocity will greatly enlarge the compensation error of tangential acceleration term in lever arm effect. Aiming at the shortcomings of the low-pass filtering method and the mechanical compensation method, this paper proposes an improved compensation method of lever-arm effect. For the centripetal acceleration term, the angular frequency threshold is set as decision value. When the angular frequency is lower than the given angular frequency threshold, the low-pass filtering method is adopted; and when the angular frequency is higher than the given angular frequency threshold, the mechanical compensation + low-pass filtering method is adopted. For the tangential acceleration term, the angular acceleration can be solved analytically by multiple accelerometers, which can avoid the error amplification caused by differential operation. Through the theoretical derivation, analysis and simulation, the improved compensation method significantly improves the compensation precision of the lever arm effect, compared with the low-pass filtering method and the mechanical compensation method.

Keywords: lever arm effect error compensation; multiple accelerometers; low-pass filtering; mechanical compensation; centripetal acceleration; tangential acceleration

由于加速度计的安装位置很难与载体摇摆参考点相重合,在角运动环境下加速度计输出会产生相对参考点的干扰加速度,即杆臂效应[1-2].航姿参考系统(Attitude and Heading Reference System,AHRS)中加速度计测量重力加速度在载体系各坐标轴上的投影分量从而获取水平姿态角,同时修正陀螺漂移[3-5].在静态条件下可获得较高的姿态测量精度.但在动态环境,叠加在加速度计敏感轴上的干扰加速度会对加速度计测姿精度造成极大影响.

根据现有文献,杆臂效应误差补偿研究可分为三类:1)低通滤波法,将杆臂效应视为高频干扰,通过低通滤波抑制杆臂效应误差.如文献[6]采用 FIR 和 IIR 低通滤波方法对加速度计杆臂效应在频域内

收稿日期: 2019 - 06 - 22
基金项目: 中国工程物理研究院超精密重点实验室基金(ZM18006)
作者简介: 谭强俊(1978—),男,博士研究生;
程永生(1963—),男,研究员,博士生导师
通信作者: 周浩,zhh4513@163.com

进行滤除. 但低通滤波法无法滤除振动产生的直流分量. 2) 力学补偿法,将陀螺仪测量的角速度,以及对角速度微分得到的角加速度代入杆臂效应公式,分别补偿杆臂效应中的向心加速度项和切向加速度项. 文献[7-8]采用力学补偿法对弹载环境下的内外杆臂效应进行补偿. 由于角加速度是通过对角速度测量值直接数值微分得到,微分运算会放大误差,进而引起切向加速度项误差放大. 文献[9]根据 $\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{r}$ 的特点,将加速度计的敏感轴沿杆臂 $\boldsymbol{r}$ 的矢量方向布置,避免了求解切向加速度项. 但文献[9]只能消除敏感轴与杆臂 $\boldsymbol{r}$ 矢量方向平行的加速度计上的切向加速度项,其他两轴加速度计上的切向加速度项仍不可忽略. 3) 当杆臂长度未知时,将杆臂长度扩充为系统的状态变量,以速度误差作为系统观测量,引入卡尔曼滤波对杆臂效应误差予以补偿[10-16],但现有文献均采用高精度的陀螺仪,以减少角速度及角加速度测量误差对杆臂效应估计的影响,而在 AHRS 系统里,MEMS 陀螺仪的精度有限. 受篇幅限制,本文仅考虑杆臂长度已知时,以解析方式补偿杆臂效应,未对杆臂效应的估计进行展开分析.

本文基于 AHRS 系统,通过对杆臂效应的误差机理以及现有滤波、补偿方法的不足进行分析,提出了一种改进的杆臂效应补偿方法,与现有方法相对比,显著提高了杆臂效应误差补偿精度.

1 杆臂效应的误差机理

定义惯性坐标系(i 系)为 $o_i x_i y_i z_i$,载体坐标系(b 系)为 $o_b x_b y_b z_b$,加速度计安装在载体 P 处,o_b 点为载体的参考点,$\boldsymbol{R}$ 为 P 点在惯性系中的位置矢量,$\boldsymbol{R}_1$ 为载体参考点 o_b 在惯性系中的位置矢量,$\boldsymbol{r}$ 为从载体参考点到 P 点的位置矢量,即为杆臂. 位置示意图如图 1 所示.

在角运动环境下,由于载体参考点 o_b 与加速度计安装点 P 不重合,在加速度计的输出中就含有相对参考点的杆臂效应误差,如式(1)所示

$$\boldsymbol{f}_{iP}^{b} = \boldsymbol{f}_{ib}^{b} + \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times \boldsymbol{r}^{b} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^{b} \times \boldsymbol{r}^{b}. \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{f}_{iP}^{b}$ 为加速度计输出比力矢量在载体系 b 系下的投影,$\boldsymbol{f}_{ib}^{b}$ 为载体参考点 o_b 的比力矢量在载体系 b 系下的投影,$\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b}$ 为载体相对惯性坐标系的角速度在载体系 b 系下的投影.

杆臂效应引起的干扰加速度表示为

$$\delta \boldsymbol{f}^{b} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times (\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times \boldsymbol{r}^{b}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^{b} \times \boldsymbol{r}^{b}. \tag{2}$$

其中第 1 项定义为杆臂效应的向心加速度项,第 2 项定义为杆臂效应的切向加速度项.

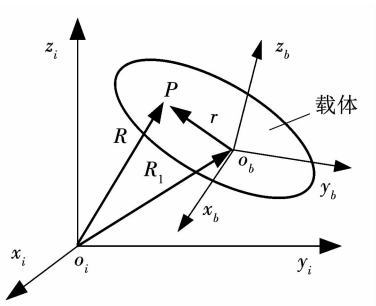


图 1 坐标系间矢量关系

Fig. 1 Schematic diagram of frame of axes

杆臂效应对加速度计测姿的影响航姿参考系统中加速度计通过测量重力加速度在载体系各坐标轴上的投影分量来获取水平姿态角,以 y 轴为例

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{f_y^b}{g}\right). \tag{3}$$

式中:f_y^b 为 y 轴加速度计输出比力,γ 为横滚角,g 为重力加速度,$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$.

动态环境下杆臂效应会对加速度计测姿造成极大的影响. 记叠加在 y 轴上的杆臂效应向心加速度项与切向加速度项分别为 $\Delta f_1, \Delta f_2$. 为简化分析,只考虑 z 轴上有角速度 ω_{ibz}^{b} 与角加速度 $\dot{\omega}_{ibz}^{b}$,其余轴上角速度与角加速度为 0.

$$\begin{cases} \omega_{ibz}^{b} = \omega; \\ \dot{\omega}_{ibz}^{b} = \dot{\omega}; \\ \omega_{iby}^{b} = \omega_{ibx}^{b} = \dot{\omega}_{iby}^{b} = \dot{\omega}_{ibx}^{b} = 0; \\ r_x = r, r_y = r_z = 0. \end{cases}$$

式中:$\omega_{ibx}^{b}, \omega_{iby}^{b}$ 为载体绕 x, y 轴转动的角速度,单位(°/s),$\dot{\omega}_{ibx}^{b}, \dot{\omega}_{iby}^{b}$ 为载体绕 x, y 轴转动的角加速度,单位(°/s^2),r_x, r_y, r_z 为杆臂矢量 $\boldsymbol{r}$ 在 x, y, z 轴上的投影,单位(m),记投影到 y 轴上的杆臂效应向心加速度项与切向加速度项分别为 $\Delta f_1, \Delta f_2$.

由式(2)、(3)可以得到,杆臂效应造成的横滚角误差 $\Delta\gamma$ 为

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta f}{g\cos\gamma} = \frac{\Delta f_1}{g\cos\gamma} + \frac{\Delta f_2}{g\cos\gamma}. \tag{4}$$

在横滚角 $\gamma = 0°$ 时,由 $\Delta f_1, \Delta f_2$ 分别造成的横滚角误差 $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2$ 如图 2 所示.

图 2 中,$\Delta\gamma_1$ 为向心加速度造成的姿态误差;$\Delta\gamma_2$ 为切向加速度造成的姿态误差. 由图 2 可见随着角速度、角加速度以及杆臂长度的增加,杆臂效应相应增大,加速度计测姿误差也越大,只有通过对加速度计杆臂效应进行有效的补偿,才能保证 AHRS 系统测姿精度.

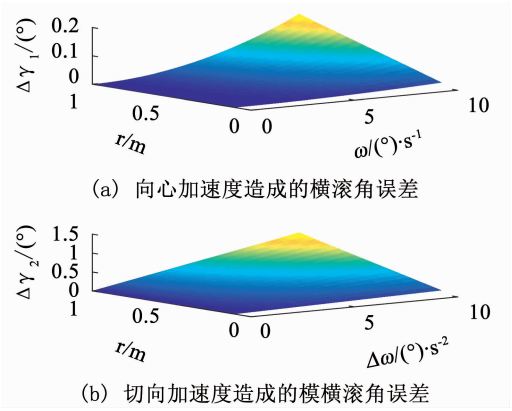


图 2　杆臂效应造成的测姿误差

Fig. 2　Attitude measurement errors caused by lever arm effect

2　现有杆臂效应补偿方法的不足

目前处理杆臂效应的解析方法主要为低通滤波法和力学补偿法. 在实际工程中二者应用广泛，但也存在其自身的不足.

2.1　低通滤波法的不足

从现有文献看，采用低通滤波法主要应用在初始对准场景中. 此时载体一般没有大的角机动，只有微幅晃动(振动). 该环境下的干扰频率远高于舒拉频率以及地球自转频率，可视为高频干扰[6]. 但是低通滤波无法滤除振动产生的直流分量.

设在振动环境下，载体沿俯仰轴、横滚轴有频率相同，相位差为 90°的角振动，即

$$\begin{cases}\theta(t)=\theta_{\mathrm{m}}\sin\Omega t,\\ \gamma(t)=\gamma_{\mathrm{m}}\cos\Omega t,\\ \psi(t)=0.\end{cases}\tag{5}$$

式中：Ω 为振动的角频率，θ 为俯仰角，θ_{m} 为俯仰角的振动幅值，γ 为横滚角，γ_{m} 为横滚角的振动幅值，ψ 为方位角.

由欧拉角微分方程，振动环境下的角速度为

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\omega_{\mathrm{nbx}}^{\mathrm{b}}\\ \omega_{\mathrm{nby}}^{\mathrm{b}}\\ \omega_{\mathrm{nbz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ \dot{\gamma}\\ 0\end{bmatrix}+\boldsymbol{C}_{\gamma}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\boldsymbol{C}_{\gamma}\boldsymbol{C}_{\theta}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -\dot{\psi}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\theta_{\mathrm{m}}\Omega\cos\Omega t\cos(\gamma_{\mathrm{m}}\cos\Omega t)\\ -\gamma_{\mathrm{m}}\Omega\sin\Omega t\\ \theta_{\mathrm{m}}\Omega\cos\Omega t\sin(\gamma_{\mathrm{m}}\cos\Omega t)\end{bmatrix}.\tag{6}$$

在微幅振动环境下，可以把 θ,γ 当作小角度处理，即

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\theta_{\mathrm{m}}\Omega\cos\Omega t\\ -\gamma_{\mathrm{m}}\Omega\sin\Omega t\\ \gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega\cos^2\Omega t\end{bmatrix}.\tag{7}$$

由于地球自转相对动态环境下的角速度可以忽略，因此可认为 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\approx\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}$. 将式(7)代入式(2)的向心加速度项中，可发现向心加速度项中存在直流分量：

$$\begin{cases}(\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})_{\mathrm{DC}}^2=\theta_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/2,\\ (\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}})_{\mathrm{DC}}^2=\gamma_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/2,\\ (\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})_{\mathrm{DC}}^2=3\gamma_{\mathrm{m}}^2\theta_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/8.\end{cases}\tag{8}$$

由式(8)可见，振动环境下向心加速度项存在直流分量，依靠低通滤波无法将直流分量滤除.

对式(6)求角加速度，可得

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}=\Omega^2\begin{bmatrix}-\theta_{\mathrm{m}}\sin\Omega t-\gamma_{\mathrm{m}}^2\theta_{\mathrm{m}}(\sin3\Omega t+\sin\Omega t)/4\\ -\gamma_{\mathrm{m}}\cos\Omega t\\ -\theta_{\mathrm{m}}\gamma_{\mathrm{m}}\sin2\Omega t\end{bmatrix}.$$

在振动环境下角加速度仍为振荡形式，通过低通滤波可滤除切向加速度. 但在机动环境下，若角加速度也包含有直流项时，低通滤波无法滤除角加速度直流项.

2.2　力学补偿法的不足

力学补偿法通过陀螺仪输出获取角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 补偿向心加速度项，通过对角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 求微分获得角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 补偿切向加速度项. 但是向心加速度项的补偿会受限于陀螺测量精度，同时直接通过对陀螺仪输出值微分计算获取角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$，不可避免会引起切向加速度项误差放大. 令通过对陀螺输出值微分获得的角加速度为 $\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{a}$，可表示为

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t+\Delta T)-\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t)=\boldsymbol{a}\Delta T.\tag{9}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 为陀螺仪所测角速度，ΔT 为采样间隔时间. 式(9)两边求方差

$$\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t+\Delta T)-\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t))=\mathrm{var}(\boldsymbol{a}\Delta T).\tag{10}$$

令 $\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t+\Delta T))=\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}(t))=\boldsymbol{Q}_{\omega}$，且不相关，则由方差性质，可得

$$\mathrm{var}(\boldsymbol{a})=2\boldsymbol{Q}_{\omega}/\Delta T^2.\tag{11}$$

由此可看出微分求角加速度 $\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}_{ib}^{b}$ 误差会放大，且采样时间越短，噪声放大越严重.

3　一种改进的杆臂效应补偿方法

利用低通滤波法，杆臂效应中的向心加速度项会残存整流误差项；再者当角加速度也含有直流分量时，杆臂效应中的切向加速度项也会出现低通滤波无法滤除的整流误差. 采用力学补偿法，向心加速度项的求解误差会受到陀螺测量误差的影响；而通过角速度微分获取角加速度，会引起切向加速度项误差激剧放大. 考虑到多加速度计可以直接解析地求解角加速度[17-18]，可避免角速度微分计算造成的误差放大. 因此综合考虑低通滤波法、力学补偿法以及多加速度计解析求解法，提出一种改进的杆臂效

应补偿方法见图 3. 对于杆臂效应中的向心加速度，在低于给定角频率阈值工况下采用低通滤波法，在高于给定角频率阈值工况下采用力学补偿 + 低通滤波法. 对杆臂效应中的切向加速度项，通过多加速度计解析求解角加速度.

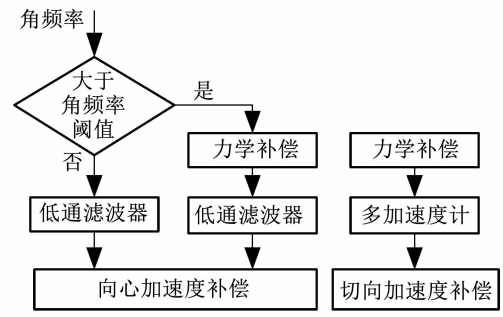


图 3 改进的杆臂效应补偿方法

Fig. 3 Improved compensation method for lever arm effect

3.1 基于角频率阈值判决的向心加速度项补偿

由于式(8)在振动环境下$(\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})^2$，$(\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}})^2$，$(\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})^2$项会产生低通滤波无法滤除的直流分量. 力学补偿法对这几项可由陀螺仪直接测量获取，令$\Delta\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}=\Delta\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}=\Delta\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}$为陀螺仪测量误差. 根据陀螺随机误差模型

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{n}. \tag{12}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$为陀螺仪测量角速度；$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$为真实的角速度；$\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$为角速度测量误差；$\boldsymbol{b}$为陀螺仪常值偏差；$\boldsymbol{n}$为陀螺仪随机漂移噪声.

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\left[\hat{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\quad\hat{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\quad\hat{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\right]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\left[\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\quad\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\quad\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\right]^{\mathrm{T}},\\ \Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}=\left[\Delta\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\quad\Delta\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\quad\Delta\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\right]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{b}=\left[b_x\quad b_y\quad b_z\right]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{n}=\left[n_x\quad n_y\quad n_z\right]^{\mathrm{T}}.\end{cases}$$

则根据式(12)，经过小波去噪后，可认为

$$\Delta\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}=\Delta\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}=\Delta\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}=b_x=b_y=b_z=b. \tag{13}$$

此时陀螺仪对$(\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})^2$项的测量误差绝对值为

$$|(\hat{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})^2-(\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})^2|\approx|2\Delta\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}|=|2\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}b|, \tag{14}$$

将式(7)代入式(14)，即

$$|2\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}b|=|2\theta_{\mathrm{m}}\Omega b\cos\Omega t|, \tag{15}$$

此时陀螺仪对$(\omega_{iby}^{b})^2$项的测量误差绝对值为

$$|(\hat{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}})^2-(\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}})^2|\approx|2\Delta\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}|=|2\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}b|, \tag{16}$$

将式(7)代入式(16)，即

$$|2\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}b|=|-2\gamma_{\mathrm{m}}\Omega b\sin\Omega t|, \tag{17}$$

此时陀螺仪对$(\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})^2$项的测量误差绝对值为

$$|(\hat{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})^2-(\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})^2|\approx|2\Delta\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}|=|2\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}b|, \tag{18}$$

将式(7)代入式(18)，即

$$|2\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}b|=|\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega b(1+\cos2\Omega t)|. \tag{19}$$

由式(15)、式(17)可以看出采用力学补偿后$(\omega_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}})^2$，$(\omega_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}})^2$的计算误差仍为振荡形式，通过低通滤波没有整流误差. 而由式(19)可以看出，力学补偿后$(\omega_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}})^2$再经过低通滤波仍有残存整流误差$|\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega b|$.

将力学补偿后的整流误差$|\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega b|$与对应的通过低通滤波后残存整流误差$3\gamma_{\mathrm{m}}^2\theta_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/8$比较.

设角频率阈值Ω_0为

$$\Omega_0=8|b|/(3\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}), \tag{20}$$

当$\Omega\geqslant\Omega_0$时，有

$$|\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega b|\leqslant3\gamma_{\mathrm{m}}^2\theta_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/8, \tag{21}$$

而在$\Omega<\Omega_0$时，有

$$|\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega b|>3\gamma_{\mathrm{m}}^2\theta_{\mathrm{m}}^2\Omega^2/8. \tag{22}$$

由式(21)、(22)可见，当角频率Ω大于角频率阈值Ω_0时，采用力学补偿 + 低通滤波法造成的残存整流误差小于直接采用低通滤波造成的整流误差；而在角频率Ω小于角频率阈值Ω_0时，直接采用低通滤波造成的整流误差小于采用力学补偿 + 低通滤波法造成的残存整流误差.

3.2 利用多加速度计补偿杆臂效应切向加速度项

因微分法求解角加速度会放大误差，而低通滤波无法滤除直流分量，因此提出两种利用多加速度计解析求解角加速度的改进方法.

3.2.1 6 加速度计构型 1

设置 6 加速度计构型，如图 4 所示. 6 个加速度计安装在立方体 6 个面的中心，其敏感轴沿着每个面的对角线. 令$\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{b}}$表示加速度计在载体系中敏感方向矢量，在 6 加速度计构型其中心位于 P 点，立方体的边长为$2l$时，由式(1)可得单个加速度计的输出表达式为

$$A=(\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{f}_{\mathrm{i}P}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{l}^{\mathrm{b}}+\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}\times\boldsymbol{l}^{\mathrm{b}}), \tag{23}$$

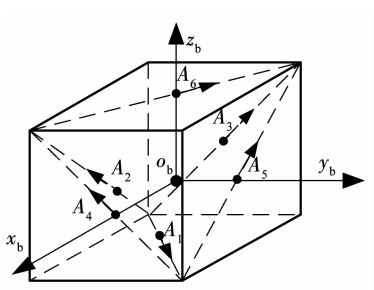


图 4 六加速度计构型 1

Fig. 4 Six accelerometer configuration 1

该构型方案的安装参数矩阵

$$\begin{cases}\boldsymbol{l}^{\mathrm{b}}=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{b}}\quad\cdots\quad\boldsymbol{l}_6^{\mathrm{b}}]=l\begin{bmatrix}0&0&-1&1&0&0\\0&-1&0&0&1&0\\-1&0&0&0&0&1\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{b}}=[\boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{b}}\quad\cdots\quad\boldsymbol{\theta}_6^{\mathrm{b}}]=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1&1&0&0&-1&-1\\1&0&1&-1&0&1\\0&1&1&1&1&0\end{bmatrix}.\end{cases}$$

将安装参数矩阵代入式(23)，可得角加速度

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\frac{\sqrt{2}}{4l}\begin{bmatrix}A_1+A_5-A_2-A_6\\A_3-A_1-A_4-A_6\\A_2+A_5-A_3-A_4\end{bmatrix}.\tag{24}$$

根据式(24)，可由 6 个加速度计直接求解角加速度，避免了微分求解角加速度致使误差放大的问题. 利用多加速度计求解角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 的误差

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\frac{\sqrt{2}}{4l}\begin{bmatrix}\Delta A_1+\Delta A_5-\Delta A_2-\Delta A_6\\\Delta A_3-\Delta A_1-\Delta A_4-\Delta A_6\\\Delta A_2+\Delta A_5-\Delta A_3-\Delta A_4\end{bmatrix}.\tag{25}$$

3.2.2　6 加速度计构型 2

构型 1 中加速度计的布局相对 6 个基准面为倾斜安装. 文献[20]指出斜置 IMU，存在大安装误差角，安装误差角二次项的影响不能忽略. 文献[21]指出斜装形式下的标定需要：1）设计倾斜的标定工装；2）设计专门的斜装标定算法. 由此可见构型 1 中加速度计的布局对实际安装以及标定都带来一定的困难. 文献[22]指出正交双加速度计可消除安装误差角影响. 文献[23]中给出了一种便于安装的 6 加速度计构型，但该方案将多个加速度计安装在同一点，若采用体积较大的石英挠性加速度计，会产生较大的安装误差. 为此设计了另一种构型：6 加速度计构型 2，如图 5 所示. 将各加速度计的安装位置移至各基准面的中心，避免了将多个加速度计安装在同一点造成的安装误差. 各加速度计距离质心的距离均为 l. 同时构型 2 不存在大安装误差角问题.

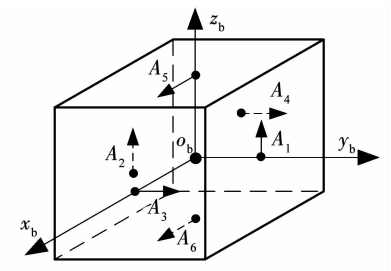


图 5　6 加速度计构型 2

Fig. 5　Six accelerometer configuration 2

该构型方案的安装参数矩阵

$$\begin{cases}\boldsymbol{l}^{\mathrm{b}}=[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{b}}\quad\cdots\quad\boldsymbol{l}_6^{\mathrm{b}}]=l\begin{bmatrix}0&0&1&-1&0&0\\-1&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&-1\end{bmatrix},\\ \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{b}}=[\boldsymbol{\theta}_1\quad\cdots\quad\boldsymbol{\theta}_6]=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&1\\0&0&1&1&0&0\\1&1&0&0&0&0\end{bmatrix}.\end{cases}$$

代入式(23)，可得角加速度为

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2l}\begin{bmatrix}A_1-A_2\\A_5-A_6\\A_3-A_4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\\\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}.\tag{26}$$

对比式(24)及式(26)可见，构型 1 的角加速度的求解只需利用加速度计即可求解，而构型 2 的角加速度的求解，还须引入陀螺测量角速度信息才能完成角加速度的求解. 该构型方案求解角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 的误差

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2l}\begin{bmatrix}\Delta A_1-\Delta A_2\\\Delta A_5-\Delta A_6\\\Delta A_3-\Delta A_4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\\\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}+\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix},$$

将式(7)代入，可得振动环境下，经低通滤波后，角加速度误差 $\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ 的整流残差为

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}\end{bmatrix}=\frac{1}{2l}\begin{bmatrix}\Delta A_1-\Delta A_2\\\Delta A_5-\Delta A_6\\\Delta A_3-\Delta A_4\end{bmatrix}-\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}\\\gamma_{\mathrm{m}}\theta_{\mathrm{m}}\Omega\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}\\0\end{bmatrix}.\tag{27}$$

相比构型 1，构型 2 在振动环境下会有整流残差，且随着角频率、振幅的增加，其残留整流误差也随之增大. 对比式(24)及式(26)，在角加速度项含有直流分量的情况下，构型 1 能很好地补偿切向加速度，而构型 2 求解角加速度的误差项中含有角速度信息，也即是构型 2 求解角加速度的误差会随着角速度的增大而增大.

4　仿真验证

4.1　杆臂效应向心加速度项补偿

设 $\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibx}}^{\mathrm{b}}=\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{iby}}^{\mathrm{b}}=\Delta\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ibz}}^{\mathrm{b}}=0.2°/\mathrm{s}$ 为 MEMS 陀螺仪测量误差. 俯仰角的振动幅值 θ_{m} 与横滚角的振动幅值 γ_{m} 范围为 0° ~ 10°，杆臂半径为 $r=1$ m. 分别采用低通滤波算法以及改进算法对杆臂效应向心加速度项进行仿真验算，如图 6 所示.

由图 6 可见，对于向心加速度的补偿，在角频率大于角频率阈值时，改进算法的残存整流误差小于低通滤波法残存整流误差. 随着振幅增大，角频率阈

值迅速减小,也即是在大振幅工况下,改进算法远胜于低通滤波法.

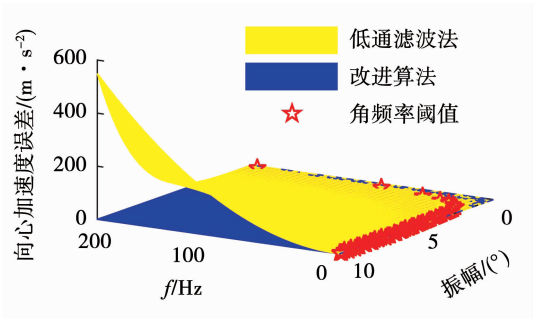


图 6 改进算法与低通滤波算法的比较

Fig. 6 Comparison between improved algorithm and low-pass filtering algorithm

4.2 杆臂效应切向加速度项补偿

在实际工程上应用的 MEMS 加速度计其精度已达到 1×10^{-4} g[19]. 因此在仿真中设定加速度计常值漂移服从 Gauss 分布,均方差为10^{-4} g.

4.2.1 非振动低动态环境

仿真时间设为 650 s,载体的角加速度取为 $\left[\dot{\omega}^{b}_{ibx}\quad \dot{\omega}^{b}_{iby}\quad \dot{\omega}^{b}_{ibz}\right]^{T}=[0.01\quad 0.01\quad 0.01]^{T}$(°/s²),初始角速度取为 $[\omega^{b}_{ibx}\quad \omega^{b}_{iby}\quad \omega^{b}_{ibz}]^{T}=[0\quad 0\quad 0]^{T}$(°/s),内杆臂 l 为 5 cm,由直接微分法、多加速度计构型 1 以及构型 2 求解杆臂效应的切向加速度项误差如图 7(a)所示(以 x 轴角加速度为例).

4.2.2 非振动高动态环境

角加速度为 $\left[\dot{\omega}^{b}_{ibx}\quad \dot{\omega}^{b}_{iby}\quad \dot{\omega}^{b}_{ibz}\right]^{T}=[0.5\ 0.5\ 0.5]^{T}$(°/s²),其余仿真设置与非振动低动态环境一致. 求解杆臂效应的切向加速度项误差如图 8(b)所示.

从图 7 可见,构型 1 解析求解的切向加速度比直接微分法的精度提高了 1 个数量级. 构型 2 的求解误差随着角速度的增大而增大,但在低动态环境下构型 2 的求解误差是可以接受的. 在仿真 650 s 时,构型 2 的求解误差达到 −0.042(m/s²),与直接微分法的求解误差相仿,而此时角速度达到 325(°/s). 也即是除了高动态环境下,一般的工程应用也可采用构型 2.

4.2.3 振动环境

设定振动频率范围为 0 ~ 20 Hz,俯仰角的振幅 θ_m 与横滚角的振幅 γ_m 设为 10°,仿真时间为 40 s,两种加速度计构型在振动环境下的求解杆臂效应的切向加速度项误差如图 9 所示(以 x 轴角加速度为例)

从图 9 可看到,振动频率对构型 1 影响较小,而构型 2 的切向加速度误差随着振动频率增加而增大.

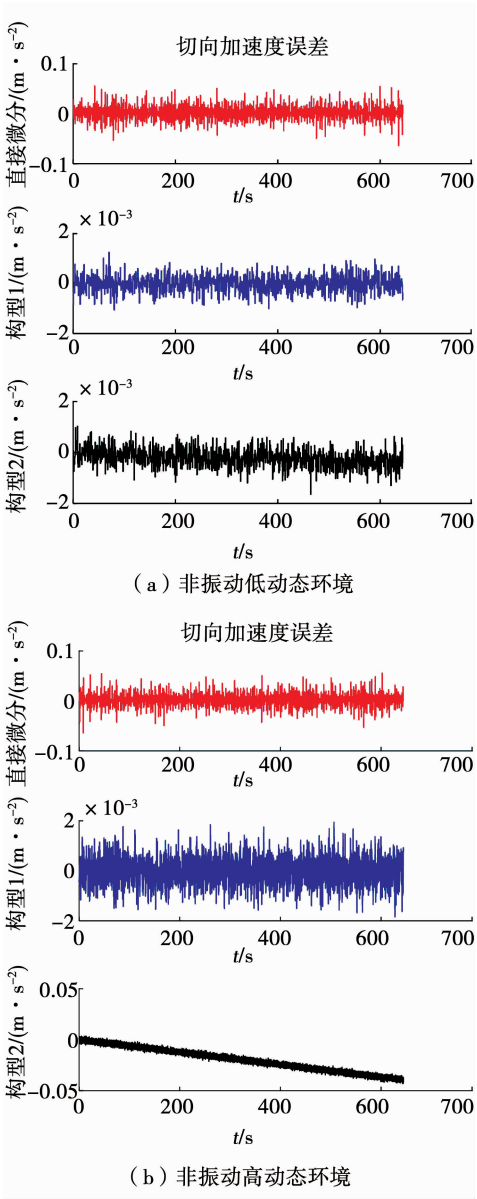


图 7 非振动环境下切向加速度误差对比

Fig. 7 Comparison of tangential acceleration errors in non-vibrating environment

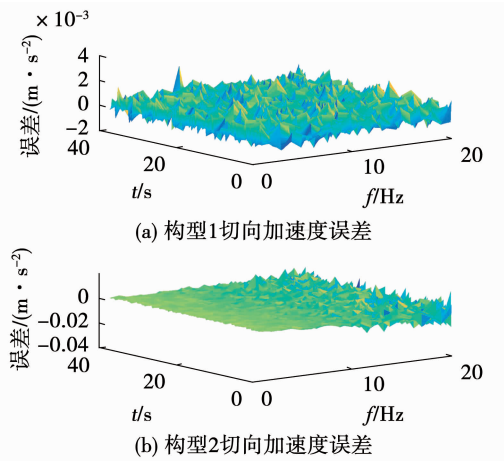


图 8 振动环境下切向加速度误差对比

Fig. 8 Comparison of tangential acceleration errors in vibrating environment

结合图 7、图 8 可看到，无论是振动环境或非振动环境，低动态或高动态，构型 1 的性能总是优于构型 2. 但是构型 1 的安装方式为斜置安装，需要设计专用的标定工装以及斜装标定算法，给工程实现带来一定的难度. 构型 2 为正交安装，可以利用重力加速度的幅值平方 g^2 作为参考基准，在标定过程中不受安装误差角的影响. 同时无须设计专用标定工装，给工程实现带来一定便利.

实际工程中，惯性器件经过一定时间的使用其自身性能参数会随时间的推移与应用环境的变化而发生改变，同时在使用过程中由于摩擦、振动等因素的影响，惯性器件的安装位置、安装误差角也可能发生变化，需重新标定才能满足使用要求. 因此对现场无精密标定设备、且工况为低振动、低动态环境，优先采用构型 2. 而高振动、高动态环境优先采用构型 1.

4.2.4　内杆臂对多加速度计测姿的影响

由式(24)、式(26)可看到，多加速度计的内杆臂长度越长，多加速度计测姿精度越高. 以非振动低动态环境下测姿为例，内杆臂 l 长度范围为 1 cm ~ 4 cm，构型 1 和构型 2 的切向加速度误差如图 9 所示.

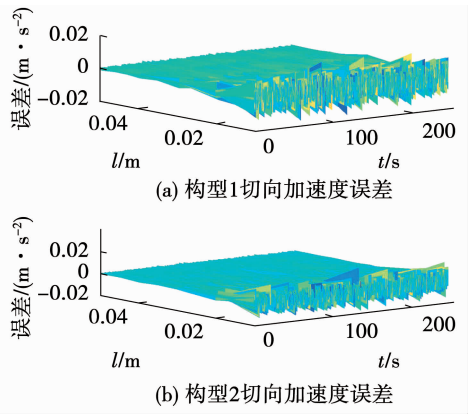


图 9　内杆臂长度对加速度计测姿的影响

Fig. 9　Influence of inner lever arm on accelerometer attitude measurement

从图 9 可以看到构型 1 和构型 2 内杆臂 l 越大，求解的角加速度误差越小. 但是在实际工程中，仪器安装的空间总是有限的，为提高求解精度在有限的安装空间里应尽可能增大内杆臂长度.

5　结　论

本文研究了杆臂效应误差对加速度计测姿精度的影响，针对低通滤波法与力学补偿法各自的不足，提出了一种改进的杆臂效应误差补偿方案. 1) 对向心加速度项，以振动角频率为判别标准，在低于给定角频率阈值时采用低通滤波法，在高于给定角频率阈值时采用力学补偿 + 低通滤波法. 与传统的低通滤波法对比，改进算法显著提高了向心加速度项的补偿精度. 2) 对切向加速度项，设计了两种多加速度计构型方式，通过多加速度计解析求解角加速度，避免了角速度直接微分造成的误差放大. 3) 对加速度计构型 1 和构型 2 在三种工况环境下的求解精度进行了分析，同时根据构型 1、构型 2 标定参数的难易，确定了构型 1 和构型 2 的适用范围.

参考文献

[1] 严恭敏，严卫生，徐德民. 捷联惯性测量组件中内杆臂效应分析与补偿[J]. 中国惯性技术学报，2008，16(2)：148
YAN Gongmin，YAN Weisheng，XU Demin. Analysis and compensation on inner lever arm effect of strapdown inertial measurement unit[J]. Journal of Chinese Inertial Technology，2008，16(2)：148. DOI：10.13695/j.cnki.12－1222/o3.2008.02.020

[2] 崔鹏程，邹志勤，王翌，等. 杆臂效应误差对晃动基座粗对准的影响[J]. 中国惯性技术学报，2013，21(4)：462
CUI Pengcheng，ZOU Zhiqin，WANG Yi，et al. Influence of lever-arm effect error on coarse alignment on shaking base[J]. Journal of Chinese Inertial Technology，2013，21(4)：462. DOI：10.13695/j.cnki.12－1222/o3.2013.04.003

[3] LEE B，LEE Y J，SUNG S. Attitude determination algorithm based on relative quaternion geometry of velocity incremental vectors for cost efficient AHRS design[J]. International Journal of Aeronautical & Space Sciences，2018(7)：1

[4] ROH M S，KANG B S. Dynamic accuracy improvement of a MEMS AHRS for small UAVs[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing，2018，19(10)：1457

[5] NOURMOHAMMADI H，KEIGHOBADI J. Fuzzy adaptive integration scheme for low-cost SINS/GPS navigation system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2018，99：434

[6] 程向红，仲小丽，冉昌艳，等. 箭载 SINS 杆臂效应频域处理方法[J]. 中国惯性技术学报，2013，21(1)：61
CHENG Xianghong，ZHONG Xiaoli，RAN Changyan，et al. Lever arm effect handling methods in frequency domain for launch vehicle SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology，2013，21(1)：61. DOI：10.13695/j.cnki.12－1222/o3.2013.01.017

[7] 王海明，李四海. 弹载惯组的杆臂效应补偿[J]. 中国惯性技术学报，2013，21(3)：332
WANG Haiming，LI Sihai. Lever arm effect compensation for missile inertial measurement unit[J]. Journal of Chinese Inertial Technology，2013，21(3)：332. DOI：10.13695/j.cnki.12－1222/o3.2013.03.025

[8] 杨其，刘新学，孟少飞，等. 舱内动环境对捷联惯导外杆臂误差补偿影响机理分析[J]. 系统工程与电子技术，2018，40(3)：630
YANG Qi，LIU Xinxue，MENG Shaofei，et al. Mechanism analysis of dynamic environment in apparatus cabin for strapdown inertial navigation system external lever arm effect compensation[J]. Systems Engineering and Electronics，2018，40(3)：630. DOI：10.3969/j.issn.1001－506X.2018.03.22

[9] 俞文伯，高国江，房建成. 基座角振动对捷联惯导加速度测量所产生的影响及其误差补偿方法[J]. 中国惯性技术学报，2002，10(2)：18

YU Wenbo, GAO Guojiang, FANG Jiancheng. Accelerations' measurement errors caused by base vibration and their eliminating approach[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2002, 10(2): 18. DOI:10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2002.02.004

[10]李杨, 孙伟强, 王兴岭, 等. 空间不一致在动态对准中影响分析及补偿方法[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(5):13
LI Yang, SUN Weiqiang, WANG Xingling, et al. Influence of space inconsistency on in-motion alignment and compensation method for large ship[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(5): 13. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2018.05.002

[11]高亢, 任顺清, 陈希军, 等. 一种 SINS/里程计行进间初始对准及杆臂补偿算法(英文)[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(5): 81
GAO Kang, REN Shunqing, CHEN Xijun, et al. Improved lever arm compensation algorithm for initial alignment of SINS/odometer [J] Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(5): 81. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2018.05.013

[12]姜述强, 刘繁明, 魏风梅, 等. 外杆臂效应对于船用捷联惯导罗经对准影响分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(9): 174
JIANG Shuqiang, LIU Fanming, WEI Fengmei, et al. Influence of outside lever-arm effect on gyrocompass alignment for a marine strapdown inertial navigation system[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(9): 174. DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.201609005

[13]GENG Chenghao, WU Falin, XU Shan, et al. Real-time estimation of dynamic lever arm effect of transfer alignment for wing's elastic deformation [C]//Proceedings of 2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). Piscataway: IEEE, 2018

[14]徐晓苏, 邹海军, 刘义亭, 等. 基于鲁棒滤波的挠曲变形和动态杆臂补偿算法[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(1): 9
XU Xiaosu, ZOU Haijun, LIU Yiting, et al. Compensation algorithm of flexural deformation and dynamic lever-arm based on robust filtering[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(1): 9. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2015.01.003

[15]BORKO A, KLEIN I, EVENTZUR G. GNSS/INS fusion with virtual lever-arm measurements[J]. Sensors, 2018, 18(7). DOI: 10.3390/s18072228

[16]CHANG Guobin, LIU Ming. Hybrid Kalman and unscented Kalman filters for INS/GPS integrated system considering constant lever arm effect[J]. Journal of Central South University, 2015, 22(2): 575

[17]杨杰. 无陀螺捷联惯导系统加速度计构型研究与误差分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011
YANG Jie. Accelerometer configuration and error analysis for GFSINS[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2011

[18]刘超军. 无陀螺惯性测量单元关键技术的研究[D]. 华中科技大学, 2016
LIU Chaojun. Research on key techniques of gyro-free inertial measurement units[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2016

[19]岳鹏, 史震, 王剑, 等. 基于 MEMS 加速度计的无陀螺惯导系统[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(2): 152
YUE Peng, SHI Zhen, WANG Jian, et al. Gyro free inertial navigation system based on MEMS accelerometer[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(2): 152. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2011.02.004

[20]郭鹏飞, 任章. 斜置惯性测量单元的一体化标定技术[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(3): 377
GUO Pengfei, REN Zhang. IMU integrated calibrating technique with skewed sensor axes[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(3): 377. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2007.03.028

[21]程耀强, 徐德民, 万彦辉, 等. 斜装激光陀螺石英加速度计标定算法研究[J]. 压电与声光, 2013, 35(3): 362
CHENG Yaoqiang, XU Demin, WAN Yanhui, et al. Study on calibration algorithm of skewed-installation laser gyros and quartz accelerometers[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2013, 35(3): 362

[22]蒋效雄, 刘雨, 苏宝库. 高精度加速度计重力场标定试验方法[J]. 吉林大学学报, 2010, 40(1): 287
JIANG Xiaoxiong, LIU Yu, SU Baoku. Calibration test method of high-precision accelerometer in gravitational field[J]. Journal of Jilin University, 2010, 40(1): 287. DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb2010.01.008

[23]李绵伟. GF-SIMU 中加速度计安装误差的标校方法研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2008
LI Mianwei. The study on the calibration method of accelerometers installation errors in GF-SIMU[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2008

(编辑 苗秀芝)