自由曲面的匹配检测新方法

徐 毅[1], 李泽湘[2]

(1. 哈尔滨工业大学 深圳研究生院,深圳 518055, aibahelloyou@gmail.com;
2 香港科技大学 电机与计算机工程系,香港)

摘 要: 为将测量坐标系匹配到CAD坐标系,研究了自由曲面检测中被测曲面和设计曲面的匹配方法,提出了多级匹配策略.首先进行曲面的粗匹配,使实测曲面和设计曲面保持大致相同的位置和姿态,即先定义曲面中心,然后搜索4个角点,通过这5个点的匹配实现粗定位.接着在粗定位的基础上进行精定位,通过对目标函数的变形,提出了一种新的方法来完成对位姿关系的求解.最后通过一个自由曲面的仿真实验,验证了方法的有效性.

关键词: 自由曲面; 曲面匹配; 五点预定位
中图分类号: TQ171.65 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2010)01-0106-03

New matching method for freeform surface inspection

XU Yi[1], LI Ze-xiang[2]

(1. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China, aibahelloyou@gmail.com;
2 Dept. of Electrical and Electronic Engineering, HongKong University of Science and Technology, HongKong)

Abstract: To match the coordinate system of measurement with CAD coordinate system, the methods for matching the measured surface and the designed surface in freeform surface inspection are studied and a multi-level matching strategy is proposed. First, the center point is defined and four corner points are searched, then the coarse matching is implemented by matching five key points to keep the measured surface and the designed surface in an approximate configuration.. Secondly, the fine matching is carried out. The objective function is modified and a new optimization method is proposed to compute the configuration. Finally, simulation on a freeform surface is performed and the validity of the proposed method is verified.

Key words: freeform surface; surface matching; pre-position of five feature points

自由曲面元件已经成为机电、航空和汽车等现代工业中的关键部件,然而由于自由曲面的几何复杂性和特殊性使其加工和检测远比普通曲面难度大,目前还没有国际通用的标准或技术来测量和评价自由曲面的加工精度,在一定程度上阻碍了自由曲面的推广应用[1-2].

在自由曲面的误差检测和评定中,设计曲面和实测曲面的匹配是一个很重要的前提,因为曲面的设计坐标系和测量坐标系往往不一致,只有消除了由于基准不统一而导致的系统误差,才能进行误差评定[3-4].目前,关于自由曲面匹配方法的研究虽然较多,但大都为针对特定场合所设计的方法.文献[5]的方法适合比较复杂的曲目,但是需要采集密集的点云;文献[6]的方法适合于相对平缓的曲目,因为需要根据离散点求取局部曲率,当曲目局部曲率变化较大时,算法的精度下降较快.本文针对这一问题进行了高精度匹配方法的研究,为自由曲面误差评定奠定基础.

收稿日期: 2009-05-31.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50705024);
广东省自然科学基金资助项目(07300029).
作者简介: 徐 毅(1979—),男,博士;
李泽湘(1961—),男,特聘教授,博士生导师.

1 数学模型

匹配问题实际就是求解实测曲面相对于设计曲面的一组自由位姿 $\boldsymbol{g}$, 该位姿的位形空间为 $\mathbb{R}^3$ 和 $SO(3)$ 的乘积空间,记为 $SE(3)$,它是三维李群[7].

设 C_M 是设计曲面的坐标系,C_W 是实测曲面坐标系,$P \in \mathbb{R}^3$ 和 $\boldsymbol{R} \in SO(3)$ 分别是 C_M 相对于 C_W 的平移位置和旋转方位,$\boldsymbol{g} = (\boldsymbol{R}, P) \in SE(3)$

表示 C_M 相对于 C_W 的欧式变换. $y \in \mathbb{R}^3$ 表示 C_W 中的点，$\boldsymbol{g}^{-1}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - P)$ 是 y 在坐标系 C_M 中的表示. 已知 $Y = \{y_i \in \mathbb{R}^3; i = 1, \cdots, n\}$ 是测量点集，S_i 为 y_i 到设计曲面的最近点集

$$S_i = \{\boldsymbol{x}_i \in \mathbb{R}^3 \mid \boldsymbol{x}_i = \varphi(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{v}_i)\}. \quad (1)$$

匹配问题可以描述为：已知测量数据 Y 和设计曲面，求出 $\boldsymbol{g} \in SE(3)$，使目标函数

$$\varepsilon(\boldsymbol{g}, \boldsymbol{x}) = \min \sum_{i=1}^{n} \| \boldsymbol{g}^{-1}\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{x}_i \|^2. \quad (2)$$

要使目标函数式(2)极小，则有

$$[\psi_{u_i}, \psi_{v_i}]^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{g}^{-1}y_i - x_i) = 0. \quad (3)$$

2　自由曲面匹配

采用分步多级的匹配方法来完成实测曲面到设计曲面的匹配. 首先按照预先规划在曲面上采一定数量的点，然后采用多级匹配方法进行曲面匹配. 第一级为粗定位，第二级为精定位. 进行分级处理，是为了克服精定位对初始值的敏感，因为它是个循环迭代的过程.

2.1　粗定位

粗定位是为了使实测曲面与设计曲面保持大致相同的位置和姿态，通过简单的操作为后续精调准做好准备. 首先做两个定义：

1）曲面的重心.

$$G(x_G, y_G, z_G) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(x_i, y_i, z_i).$$

式中：x_G, y_G, z_G 为曲面重心坐标；x_i, y_i, z_i 为曲面上坐标点；α_i 为加权系数，如果坐标点分布均匀，可取 $\alpha_i = 1/n$；对于理论曲面，满足 $\sum \alpha_i = 1$.

2）曲面 5 点特征点（中心点和 4 个角点）.

如图 1 所示，曲面上距离曲面重心最近的点定义为曲面中心点（点 C）；设曲面上距离重心最远点为 P_1，距离 P_1 最远的点位 P_2，到 P_1, P_2 距离和最大的点位 P_3，距离 P_3 最远点为 P_4，则 P_1, P_2, P_3, P_4 构成曲面的 4 个角点.

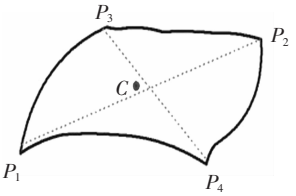

图 1　曲面的 5 特征

首先使实测曲面与设计曲面重心重合；然后进行5点粗定位，即实测曲面5个特征点到设计曲面的距离平方和最小，从而实现粗定位. 设实测曲面的 5 个特征点集为 $\boldsymbol{r}_U = [C, P_1, P_2, P_3, P_4]$，设计曲面对应点集为 $\boldsymbol{r}_U^* = [c, \boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3, \boldsymbol{p}_4]$，则两个曲面的粗略位姿关系为

$$\boldsymbol{g}' = [(\boldsymbol{r}_U^* \boldsymbol{r}_U^{\mathrm{T}})(\boldsymbol{r}_U^* \boldsymbol{r}_U^{\mathrm{T}})^{-1}]^{-1}.$$

此时获得的 $\boldsymbol{g}'$，即为实测曲面到设计曲面的粗略的位姿关系. 将实测曲面的数据乘以这个 $\boldsymbol{g}$，将获得一组新的数据. 这组新的数据将作为精定位中的输入数据，记为 Y'.

2.2　精定位

这个过程是为了精确的求解实测曲面和设计曲面的位姿关系. 首先将目标函数式(2)进行变形，其目的是为了后续优化方法做铺垫.

设 $\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{P} \in \mathbb{R}^{3\times n}$，

$$\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{y}_1 \cdots \boldsymbol{y}_n], \quad (4)$$

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}_1 \cdots \boldsymbol{x}_n], \quad (5)$$

$$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{p} \cdots \boldsymbol{p}]. \quad (6)$$

因此，式(2)又可以写成

$$\varepsilon(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}) = \| \boldsymbol{R}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{P} - \boldsymbol{X} \|^2. \quad (7)$$

从目标函数式(7)来看，可以将目标函数分成三步进行优化，分别为：$\boldsymbol{R}, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$. 从文献[10]来看，对于下式的最大化和最小化：

$$J(\boldsymbol{R}) = Tr(\boldsymbol{A}\boldsymbol{R}). \quad (8)$$

当 $\boldsymbol{R} \in SO(3)$，$A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ 为任意非奇异阵时，分别可写为

$$\boldsymbol{R}_{\max} = \begin{cases} \boldsymbol{V}\mathrm{Diag}\{1,1,1\}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{A}) > 0; \\ \boldsymbol{V}\mathrm{Diag}\{1,1,-1\}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{A}) < 0. \end{cases} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{R}_{\min} = \begin{cases} \boldsymbol{V}\mathrm{Diag}\{-1,-1,1\}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{A}) > 0, \\ \boldsymbol{V}\mathrm{Diag}\{-1,-1,-1\}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{A}) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

式中：$\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V} \in SO(3)$，他们来自于奇异分解 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}\sum \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$[8-9].

接下来采用循环优化方法，分别对每个变量进行优化，同时保持其他变量不变.

1）对于 $\boldsymbol{R}$ 的最小化. 保持其他变量不变，可以最小化函数 $Tr(\boldsymbol{A}\boldsymbol{R})$，$\boldsymbol{R} \in SO(3)$，其中

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}. \quad (11)$$

再依照式(10)求取 $\boldsymbol{R}$.

2）对于 $\boldsymbol{P}$ 的最小化. 保持其他变量不变，最小化函数

$$J(\boldsymbol{P}) = Tr(2(\boldsymbol{R}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X})\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}). \quad (12)$$

可得

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{R}\boldsymbol{y}_i). \quad (13)$$

3）对于 $\boldsymbol{X}$ 的最小化. 式(2) 和式(7) 是等价的，所以 $\boldsymbol{X}$ 的取值和式(3) 一样.

具体的算法步骤如下：

输入：Y' 和设计曲面 S_i.

输出：欧氏变换 $\boldsymbol{g}^{"}$.

步骤:1) 初始化 $k = 0, \boldsymbol{g}^0, \boldsymbol{x}_i^0$;

2) 计算

$$\boldsymbol{y}_i^0 = (\boldsymbol{g}^0)^{-1}\boldsymbol{y}_i, \quad \varepsilon^0 = \varepsilon(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}).$$

3) 置 $k = k + 1$,用 Newton 法解式(3),求 $\boldsymbol{x}_i^k$;

4) 根据式(10),式(11) 求取 $\boldsymbol{R}$;

5) 根据式(13) 求取 p,

$$\varepsilon^k = \varepsilon(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{X});$$

6) 若 $(1 - \varepsilon^k/\varepsilon^{k-1}) < \delta$,返回结果. 否则返回步骤 3) 迭代.

粗定位和精定位操作完后,则 $\boldsymbol{g}'\boldsymbol{g}''$ 为实测曲面到设计曲面的精确位姿关系.

3 仿真实例

构造一张均匀双三次 B 样条曲面作为 CAD 设计曲面,通过加入系统误差 $t_x = 0.15, t_y = 0.15, t_z = 0.10, \alpha = 0.15, \beta = 0.25, \gamma = 0.35$ 后得到实测曲面, 如图 2 所示.

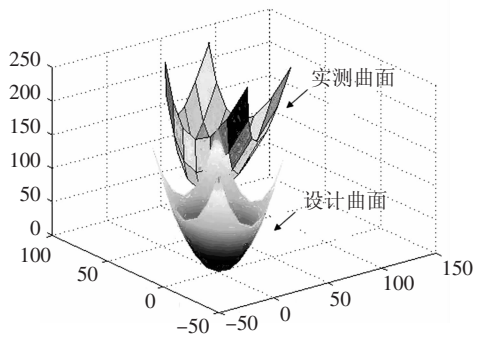

图 2 设计曲面和实测曲面(mm)

由于实测曲面和设计曲面只有系统误差,所以理论上定位后误差应该为零,但由于计算误差的存在,实际很难达到. 运用本文算法对这两个曲面进行定位,结果见图 3. 可以看出,设计曲面与实测曲面重合的很好. 终止算法时,目标函数式(2)的最小值可以达到 3.698 74e − 7 mm.

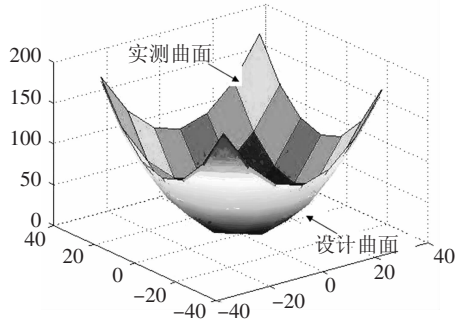

图 3 定位效果演示图(mm)

最后,实测了一个自由曲面零件,并且利用本文算法进行曲面匹配. 零件由 HAAS 超精密车床加工. 首先把零件固定在工作台上,按照预先规划的方法采一定数量的点. 将本文的算法作用在测量得到的数据点,首先实行粗定位,计算结果为

$$\boldsymbol{g}' = \begin{bmatrix} -0.7773 & -0.1577 & 0.6091 \\ 0.5709 & 0.2302 & 0.7881 \\ -0.2645 & 0.9603 & -0.0889 \end{bmatrix}.$$

再计算出 $\boldsymbol{Y}'$ 后,实行精定位,执行 2.2 节提出的算法,计算结果为

$$\boldsymbol{g}'' = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0012 & 0.0004 \\ 0.0012 & 1.0000 & 0.0001 \\ -0.0004 & 0.0001 & 1.0000 \end{bmatrix}.$$

此时目标函数式(2)的最小值可以达到 3.729 81e − 5 mm. 经实际验证,此零件符合预定的公差要求.

文献[10]先是估计实测曲面和设计曲面的位姿关系,再将匹配算法作用在实测数据上. 将此方法作用在本实验中,目标函数式(2)的最小值为 6.659 87e − 4 mm. 设本文提出的算法为方法 a,文献[13]的算法为方法 b. 两者运行曲线如图 4 所示. 从图中可以看出,与文献[13]算法相比,本文方法具有更高的精度.

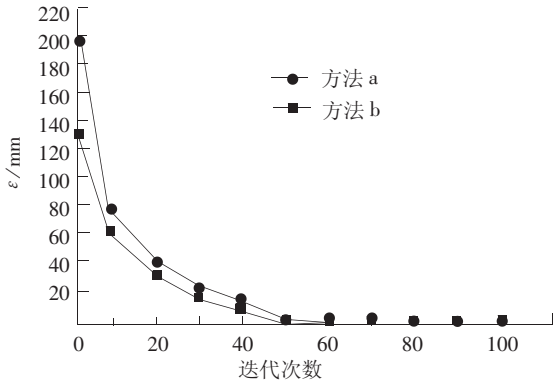

图 4 计算时间与误差关系

4 结 语

通过本文提出的算法,可以实现自由曲面的高精度匹配,为后续的检测及评定工作奠定了基础. 多级匹配策略有效地完成了匹配功能. 先是提出五点粗定位,使被测曲面和设计曲面能够基本重合. 在精定位中,新的优化方法能更有效地计算两个曲面之间的位姿关系. 最后的仿真结果充分验证了方法的有效性.

(下转第 114 页)