第42卷 第11期
2010年11月
哈 尔 滨 工 业 大 学 学 报
JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Vol. 42 No. 11
Nov. 2010

无网格方法在爆轰数值模拟中的应用

陈海龙，陈 娟，初文华，位 莎

（哈尔滨工程大学 船舶工程学院，哈尔滨 150001，chenhailong@hrbeu.edu.cn）

摘 要： 以SPH算法为代表的无网格方法在爆轰波的数值模拟中具有明显的优势，采用SPH算法模拟高能炸药水下爆炸爆轰过程，得到了压力、速度等时历曲线. 将数值模拟结果与理论和实验方法得到的结果进行了对比分析，表明SPH算法非常适宜处理高能炸药水下爆炸的极短瞬时具有大变形和高度非均匀的动力学极端情形，且求解结果已达到了较高的精度.

关键词： SPH算法；爆轰；无网格；高能炸药

中图分类号： U661.6 **文献标志码：** A **文章编号：** 0367-6234(2010)11-1818-05

Numerical research on the detonation process based on SPH method

CHEN Hai-long, CHEN Juan, CHU Wen-hua, WEI Sha

(College of Shipbuilding and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China, chenhailong@hrbeu.edu.cn)

Abstract: Mesh-free method, such as the SPH method, has great advantage in numerical simulation of detonation wave. Based on previous research, the SPH method is applied to simulate the underwater explosion process of high explosives in the paper, and the time-history curves of pressure and velocity are obtained. The numerical results are compared with the theoretical and experimental results, and these show that SPH method is suitable for solving such problems as underwater explosion with extremely large deformation and large inhomogeneity in dynamic characteristics. The numerical results have reached high precision.

Key words: SPH method; detonation; meshfree; high explosive

国内外学者对于高能炸药爆炸问题的数值模拟展开了大量的研究，取得了一系列非常有价值的研究成果. 尽管如此，传统网格方法在爆轰波传播数值模拟中仍然存在很多难以解决的、艰涩的问题，这是由于高压爆轰得复杂物理特性决定的. 对于这些用网格方法难以解决的问题，无网格方法[1]具有自身的优势，光滑质点流体动力学[2](SPH)算法，就是一种无网格粒子方法，该方法通过一个称为“核函数”的积分核进行“核函数估值”近似，将流体力学基本方程组转换成数值计算的SPH方程. 整个流场离散成一系列“粒子”，所有力学量由这些粒子负载. 流体粒子的运动历程很自然地被捕获，并且很容易地描绘出物质交界面、自由表面以及运动交界面. SPH方法的自适应、无网格和拉格朗日等特性使得SPH方法适宜处理高能炸药爆炸的极短瞬时具有大变形和高度非均匀的动力学极端特性. 本文应用SPH方法对高能炸药爆轰过程进行数值模拟分析，为水下爆炸等爆炸相关领域研究的进一步发展提供了新的途径.

1 爆轰理论基础

由于爆炸和膨胀的速度相当高，可假设气体生成物是非粘性的，且整个爆轰过程是绝热的，故应用欧拉形式下的控制方程与恰当的状态方程共同构成描述高能炸药爆轰产物流动的控制方程组[3]为

收稿日期： 2009-05-02.
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(50779007)；
青年科学基金资助项目(50809018).
作者简介： 陈海龙(1980—)，男，博士研究生.

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\rho\dfrac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta}, \\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x^\beta}, \\ \dfrac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{p}{\rho}\dfrac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta}, \\ p = p(\rho, e). \end{cases} \tag{1}$$

式中：ρ，u，p，e 分别为所描述问题的密度、速度、压力和内能.

在控制方程中，质量守恒方程、动量守恒方程和能量守恒方程比较固定，而状态方程则多种多样，状态方程一般采用半经验半理论的公式，方程中的主要参数由实验决定. 本文中采用 JWL 状态方程[4]. JWL 状态方程是典型的动力学状态方程，它是一种不显含化学反应、由实验方法确定参数的经验状态方程，能比较精确地描述爆轰产物的膨胀驱动做功. 其形式为

$$p = A\left(1 - \frac{\omega\rho}{R_1\rho_0}\right)\mathrm{e}^{-\frac{R_1\rho_0}{\rho}} + B\left(1 - \frac{\omega\rho}{R_2\rho_0}\right)\mathrm{e}^{-\frac{R_2\rho_0}{\rho}} + \omega\rho e. \tag{2}$$

式中：p 为爆轰产物的压力，ρ 为爆轰产物的密度，ρ_0 为高能炸药初始密度，A，B，R_1，R_2，ω 分别为与炸药状态有关的常数，$e = \rho_0 e_0$，e_0 为单位初始体积的内能.

2　基于 SPH 算法爆轰模拟关键技术

2.1　SPH 算法基本方程

在 SPH 方法中，整个系统由具有独立的质量、占有独立空间的粒子表示函数及其导数需要转化为支持域内所有粒子叠加求和的离散化形式，则在粒子 i 处函数及导数的粒子近似式为

$$\langle f(x_i)\rangle = \sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)W(x_i - x_j, h) = \sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)W_{ij}. \tag{3}$$

$$\langle \nabla f(x_i)\rangle = \sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)\cdot\nabla_i W(x_i - x_j, h) = \sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)\cdot\nabla_i W_{ij}. \tag{4}$$

式中：$W(x - x', h)$ 为光滑核函数，h 为光滑长度，用来定义光滑核函数 $W(x - x', h)$ 的影响区域，m_j，ρ_j 分别为粒子 j 的质量和密度（$j = 1, 2, \cdots, N$），N 为在粒子 j 支持域内的粒子总数.

2.2　基于 SPH 算法的离散化爆轰控制方程

为得到爆轰控制方程的 SPH 粒子近似式，式(1)等号右侧表达式根据函数求导法可转化为

$$-\rho\frac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta} = -\left(\frac{\partial(\rho u^\beta)}{\partial x^\beta} - u^\beta\cdot\frac{\partial\rho}{\partial x^\beta}\right), \tag{5}$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x^\beta} = -\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left(\frac{p}{\rho}\right) - \frac{p}{\rho^2}\frac{\partial\rho}{\partial x^\beta}, \tag{6}$$

$$-\frac{p}{\rho}\frac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta} = -\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left(\frac{pu^\beta}{\rho}\right) + u^\beta\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left(\frac{p}{\rho}\right), \tag{7}$$

$$-\frac{p}{\rho}\frac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta} = \frac{p}{\rho^2}\left(-\rho\frac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta}\right) = -\frac{p}{\rho^2}\left(\frac{\partial(\rho u^\beta)}{\partial x^\beta} - u^\beta\cdot\frac{\partial\rho}{\partial x^\beta}\right). \tag{8}$$

将 SPH 粒子近似公式分别应用于式(5)和式(6)右边的梯度算子，并令 $u_{ij}^\beta = u_i^\beta - u_j^\beta$，可以得到爆轰控制方程式(1)中质量守恒和动量守恒的粒子近似式为

$$\frac{\mathrm{d}\rho_i}{\mathrm{d}t} = \sum_{j=1}^{N} m_j u_{ij}^\beta\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}. \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_i^\beta}{\mathrm{d}t} = -\sum_{j=1}^{N} m_j\left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}. \tag{10}$$

将 SPH 粒子近似公式分别应用于式(7)和式(8)右边的梯度算子，并将得到的粒子近似式相加，从而得到爆轰控制方程式(1)中能量守恒的粒子近似式为

$$\frac{\mathrm{d}e_i}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} m_j\left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}\right)u_{ij}^\beta\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}. \tag{11}$$

3　基于 SPH 算法一端引爆半无限长装药模型研究

所建立的装药模型为处于刚性管内的 TNT 炸药，装药密度 $\rho_0 = 1\,630\ \mathrm{kg/m^3}$，药柱半无限长，药柱左端处于真空状态，左端引爆，爆速 $D = 6\,930\ \mathrm{m/s}$. 从半无限长炸药左端面引爆后，爆轰波以爆速 D 由引爆面沿炸药向右传播. 爆轰波波面上的参数按理论公式给出，取绝热指数 $\gamma = 3$，则根据文献[3]中理论可导出爆炸波后爆炸气体速度、压力和密度瞬时值的解析式为

$$\begin{cases} u = \dfrac{x}{2t} - \dfrac{D}{4}, \\ p = \dfrac{16}{27}\dfrac{\rho_0}{D}\left(\dfrac{x}{2t} + \dfrac{D}{4}\right)^3, \\ \rho = \dfrac{16}{9}\dfrac{\rho_0}{D}\left(\dfrac{x}{2t} + \dfrac{D}{4}\right). \end{cases} \tag{12}$$

JWL 状态方程式中的参数采用与文献[4]相同的参数，如表 1 所示.

表 1　TNT 的 JWL 状态方程参数

符号	A/ 10^2 GPa	B/ GPa	R_1	R_2	ω	e_0/ (J · kg^{-1})
TNT 参数	3.712	3.21	4.15	0.95	0.30	4.29×10^6

通过使用 Fortran 语言编写 SPH 一端引爆半无限长装药程序，对数值模型计算分析，对结果采用 MATLAB 软件进行可视化后处理，分别取高能

炸药爆轰后前 10 μs 的压力、密度和速度进行比较分析,图 1 ~ 图 3 分别给出了起爆后前 10 μs 由 SPH 算法和理论解析式所得的压力、密度和速度分布图. 由图 1 ~ 图 3 可见,应用 SPH 法求解所得到的压力、速度和密度的分布图与解析法所得的相当吻合,表明 SPH 算法能够真实有效的模拟炸药爆炸的初始爆轰过程.

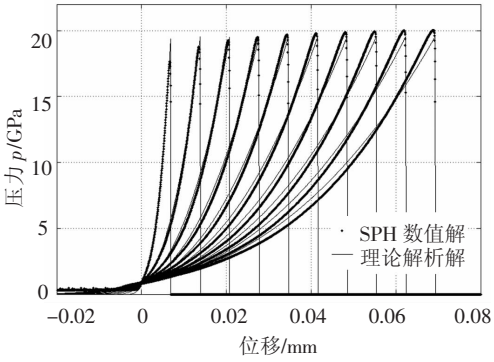

图 1　半无限长装药 1 ~ 10 μs 压力分布

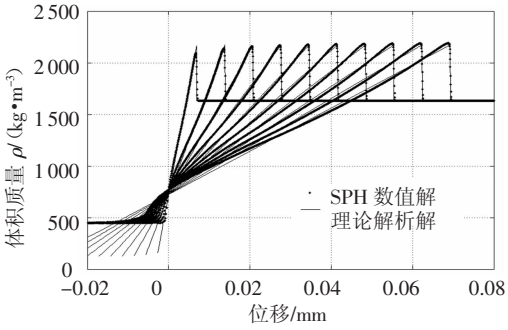

图 2　半无限长装药 1 ~ 10 μs 密度分布

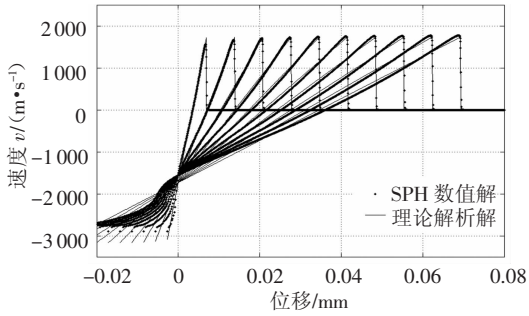

图 3　半无限长装药 1 ~ 10 μs 的速度分布

为更加直观地显示起爆后压力、密度和速度等物理量的变化趋势,表 2 给出了 SPH 方法得到的起爆后 1 ~ 10 μs 的粒子压力、内能、密度和速度的峰值. 结合表 2 中数据可以看出,由 SPH 方法计算出的高能炸药爆轰波阵面后面的气体压力峰值、密度峰值、速度峰值和能量峰值随着爆轰过程的推进而逐步增长,而理论计算的各个时刻的爆轰波波阵面处的压力、密度和速度为恒定值,可以看出 SPH 方法考虑到边界的影响,更能真实的反映出半无限长装药爆轰物理量的变化趋势. 表 3给出了由 SPH 方法得到的内能、动能和总能量随时间的变化值,同时在表 3 中也给出了在模拟开始炸药的初始总能量. 由表 3 中数据可以看出,随着爆轰过程的推进,总能量逐渐增加,而总内能减少,总能量保持近似常量,其值一直保持在初始输入能量 4.29 MJ/kg 附近,并与炸药初始总能量之间的误差小于 0.01%,这表明了 SPH 方法有非常好的数值稳定性.

表 2　起爆后 1 ~ 10 μs 粒子压力、内能、密度和速度峰值

t/ μs	压力峰值 GPa	内能峰值 MJ · kg⁻¹	密度峰值 kg · m⁻³	速度峰值 m · s⁻¹	t/ μs	压力峰值 GPa	内能峰值 MJ · kg⁻¹	密度峰值 kg · m⁻³	速度峰值 m · s⁻¹
1	17.68	5.481 6	2 094.52	1 556.72	6	19.81	5.823 8	2 180.81	1 750.22
2	18.77	5.655 4	2 139.38	1 659.83	7	19.87	5.834 0	2 183.85	1 759.76
3	19.25	5.731 1	2 158.76	1 703.42	8	19.94	5.848 5	2 186.19	1 766.51
4	19.51	5.773 1	2 169.46	1 726.36	9	20.01	5.856 7	2 189.06	1 770.04
5	19.68	5.803 4	2 176.05	1 739.23	10	20.03	5.861 8	2 190.17	1 775.54

表 3　一端引爆半无限长装药起爆后 1 ~ 10 μs 能量平衡的时间历程

t/ μs	内能 MJ · kg⁻¹	动能 MJ · kg⁻¹	总能量 MJ · kg⁻¹	误差/%	t/ μs	内能 MJ · kg⁻¹	动能 MJ · kg⁻¹	总能量 MJ · kg⁻¹	误差/%
1	4.242 27	0.047 75	4.290 0	0.000 0	6	3.992 36	0.297 78	4.290 1	0.002 3
2	4.192 32	0.097 73	4.290 0	0.000 0	7	3.942 37	0.347 80	4.290 2	0.004 7
3	4.142 33	0.147 74	4.290 1	0.002 3	8	3.892 38	0.397 81	4.290 2	0.004 7
4	4.092 35	0.197 74	4.290 1	0.002 3	9	3.842 41	0.447 81	4.290 2	0.004 7
5	4.042 35	0.247 76	4.290 1	0.002 3	10	3.792 40	0.497 85	4.290 2	0.004 7

4　基于 SPH 算法中点引爆有限长装药模型研究

本文具体模型参数为[5]：TNT 药柱 0.3 m 长，装药密度 $\rho_0 = 1\ 630\ \mathrm{kg/m^3}$，药柱左右两端均处于真空状态，在装药中点处引爆，爆速 $D = 6\ 930\ \mathrm{m/s}$，起爆后产生一个平面爆炸波，整个起爆过程在 21.6 μs 左右完成. 取绝热指数 $\gamma = 3$，得到 $C-J$ 面处压力、速度和密度的理论解析解[6]为

$$\begin{cases} p_{CJ} = \dfrac{1}{\gamma+1}\rho_0 D^2 = 19.57, \\ u_{CJ} = \dfrac{1}{\gamma+1}D = 1\ 733, \\ \rho_{CJ} = \dfrac{\gamma+1}{\gamma}\rho_0 = 2\ 173. \end{cases} \tag{13}$$

图 4 ~ 图 7 分别给出了粒子密度为时中点引爆有限长装药爆轰过程中的压力、密度、能量和速度的数值计算结果. 对中点引爆有限长装药爆轰问题，已有学者用实验方法求得压力的 $C-J$ 峰值为 21 GPa[3]. 从数值结果可知，基于 SPH 算法的求解压力值介于理论压力值和实验 $C-J$ 压力值之间，且比理论方法更接近实验 $C-J$ 压力值. 利用 SPH 算法得到的结果与文献[5]模拟此问题时得到的结果非常接近. 综上所述，本文 SPH 算法的求解结果是合理准确的. 由图 7 中速度分布图可以看出，在爆轰波阵面处粒子速度最大，在爆轰波阵面之后粒子速度逐渐下降，直至达到稳定状态，速度为零，相应压力、密度和能量等各个物理量均达到稳定值，可见，高能炸药爆轰波只影响爆轰波后一定区域，扰动过后，爆轰产物很快达到稳定状态，直到爆轰过程完成，爆轰波前始终存在一个冲击前沿，对炸药周围的物质产生强烈的冲击作用.

图 8 ~ 图 10 给出了粒子间距 1.5，1.0，0.5，0.2，0.1，0.05 mm 时 SPH 算法对计算结果的影响，图 8 ~ 图 10 中画出了每隔 1 μs 时的最大峰之点，并在 10，20 μs 处给出了沿装药长度的各物理量的轮廓图. 从数值计算结果可以看出，爆轰终态压力、密度和速度峰值随粒子数的增加越来越趋近于实验值，可见，应用 SPH 算法解决问题时通过恰当选取粒子分布密度，能较好地预测出爆轰波的大小和形状以及在爆轰过程中的压力分布，SPH 算法适合解决高能炸药爆炸问题，且求解结果已达到了较高的精度. 表 5 给出了由 SPH 算法得到的单位质量内能、动能和总能量随时间的变化值. 由表 5 中数据可以看出，随着爆轰过程的推进，系统动能逐渐增加，而内能逐渐减少，总能量保持近似常量，其值一直保持在初始输入总能量 4.29 MJ/kg 附近，并与炸药初始总能量之间的误差小于 0.01%，这同样表明 SPH 算法有很好的数值稳定性.

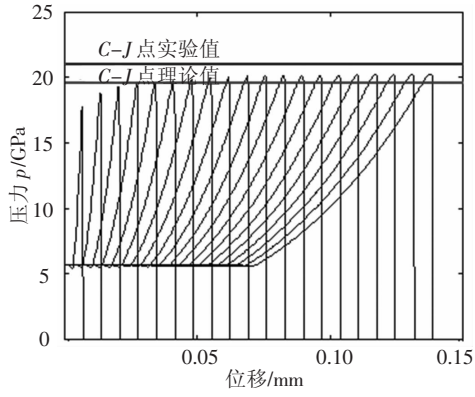

图 4　中点引爆有限长起爆 10 ~ 20 μs 压力分布

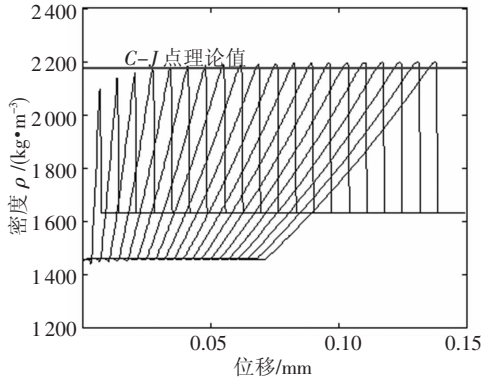

图 5　中点引爆有限长起爆 10 ~ 20 μs 密度分布

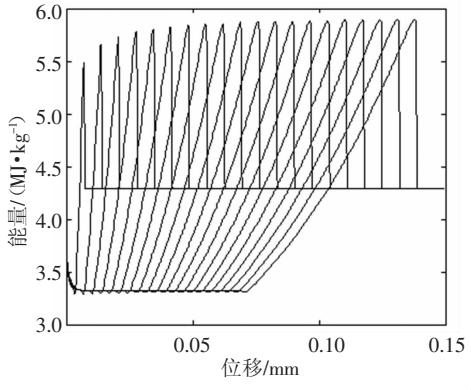

图 6　中点引爆有限长起爆 10 ~ 20 μs 能量分布

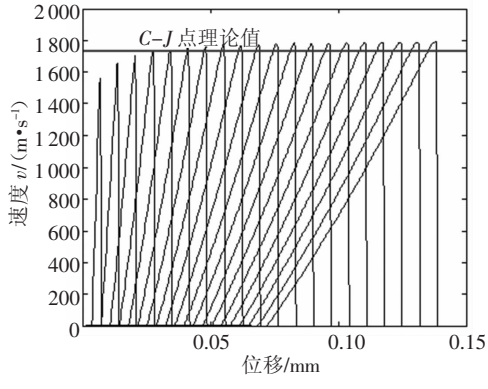

图 7　中点引爆有限长起爆 10 ~ 20 μs 速度分布

表 4 起爆 2 ~ 20 μs 粒子压力、内能、密度和速度峰值

t/ μs	压力峰值 GPa	内能峰值 MJ · kg^{-1}	密度峰值 kg · m^{-3}	速度峰值 (m · s^{-1}	t/ μs	压力峰值 GPa	内能峰值 MJ · kg^{-1}	密度峰值 kg · m^{-3}	速度峰值 m · s^{-1}
2	18.777 4	5.657 1	2 139.77	1 660.79	12	20.106 9	5.873 9	2 193.06	1 780.62
4	19.515 3	5.773 7	2 169.58	1 726.70	14	20.153 8	5.880 6	2 194.95	1 783.05
6	19.800 0	5.824 1	2 180.90	1 750.38	16	20.181 1	5.887 2	2 196.02	1 786.31
8	19.935 6	5.848 7	2 186.21	1 766.59	18	20.208 1	5.890 5	2 197.04	1 788.06
10	20.034 4	5.861 8	2 190.17	1 775.57	20	20.218 7	5.891 7	2 197.52	1 791.17

表 5 中点引爆有限长装药起爆后 2 ~ 20μs 能量平衡的时间历程

t/ μs	内能 MJ · kg^{-1}	动能 MJ · kg^{-1}	总能量 MJ · kg^{-1}	误差/%	t/ μs	内能 MJ · kg^{-1}	动能 MJ · kg^{-1}	总能量 MJ · kg^{-1}	误差/%
2	4.262 66	0.027 37	4.290 0	0.000 0	12	4.119 89	0.170 31	4.290 2	0.004 7
4	4.234 15	0.055 91	4.290 1	0.002 3	14	4.091 33	0.198 90	4.290 2	0.004 7
6	4.205 59	0.084 51	4.290 1	0.002 3	16	4.062 75	0.227 51	4.290 3	0.007 0
8	4.177 03	0.113 10	4.290 1	0.002 3	18	4.034 18	0.256 12	4.290 3	0.007 0
10	4.148 46	0.141 70	4.290 2	0.004 7	20	4.005 61	0.284 73	4.290 3	0.007 0

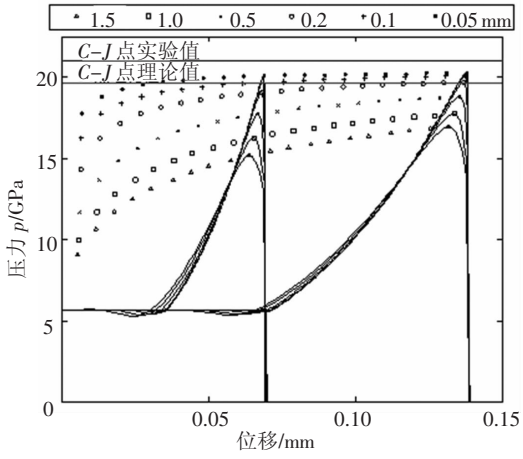

图 8 粒间距对产物压力的影响

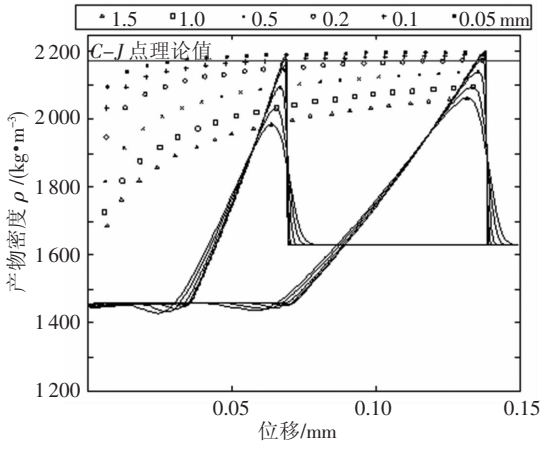

图 9 粒间距对产物密度的影响

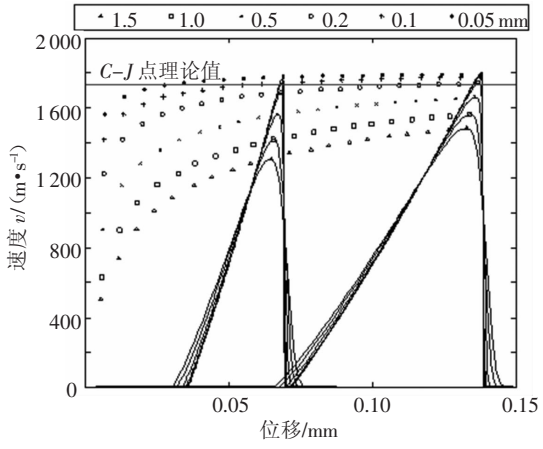

图 10 粒间距对产物速度的影响

5 结 论

1)通过数值模拟结果与理论方法和实验方法得到的结果进行对比分析可知,应用 SPH 算法能较好地预测出爆轰波的大小和形状以及在爆轰过程中的压力、密度、速度和能量分布;

2)SPH 算法非常适合解决高能炸药的爆轰问题,且求解结果已达到了较高的精度,验证了 SPH 算法对高能炸药爆轰过程模拟计算的正确性;

3)SPH 算法非常适宜处理炸药水下爆炸的极短瞬时具有大变形和高度非均匀的动力学极端情形,为以后更好的研究水下爆炸提供了一个简单方便而又可行的数值模拟方法.

参考文献:

[1] LIU G R, GUY T. 无网格法理论及程序设计[M]. 王建明,周学军, 译. 济南:山东大学出版社, 2007:1 - 410.

[2] LIU G R, LIU M B. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 韩旭,杨刚,强洪夫, 译. 长沙: 湖南大学出版社, 2005:1 - 395.

[3] 张守中. 爆炸与冲击动力学[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1993: 1 - 400.

[4] WARDLAW A B. Jr MAIR H U. Spherical solutions of an underwater explosion bubble[J]. Shock and Vibration, 1998,5(2): 89 - 102.

[5] HERRNSTEIN A, WICKETT M, RODRIGUE G. Structured adaptive mesh refinement using leapfrog time integration on a staggered grid for ocean models [J]. Ocean Modelling. 2005, 9 (3):283 - 304.

[6] 陈朗,龙新平,冯长根,等. 含铝炸药爆轰[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 1 - 140.

(编辑 张 红)