

基于 EMD 和小波变换的结构风振高阶参振模态识别

柯世堂, 赵 林, 邵亚会, 葛耀君

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 200092 上海, keshitang@163.com)

摘 要: 为了确定结构随机理论求解中的高阶参振模态数目, 采用经验模式分解(EMD)与小波变换相结合的方法分析结构气弹模型自激响应数据信号的时-频-谱联合特性, 从原始信号中分解出固有模态函数(IMF), 再对各个 IMF 进行小波变换提取信号特征参数, 从而识别出结构风振随机计算所需的高阶参振模态截止频率, 并将识别结果与直接采用随机理论对不同参振模态的计算结果进行对比验证. 结果表明: 该方法能够准确地识别出结构风振高阶参振模态, 并能在任意敏感的频段捕捉到信号变化的局部特征, 能更清晰地刻画信号能量随时间、频率的分布. 通过数值模拟和对结构响应的随机理论计算论证了该方法的有效性和实用性.

关键词: 经验模式分解; 固有模式函数; 小波变换; 谱分析; 参振模态; 风洞试验; 随机理论

中图分类号: TU311.3; TU18; TN713 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2011)04-0075-06

Identification of high-order modes of vibration based on EMD and wavelet transform for wind-induced response

KE Shi-tang, ZHAO Lin, SHAO Ya-hui, GE Yao-jun

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University,
200092 Shanghai, China, keshitang@163.com)

Abstract: To identify the number of modes of vibration in the random theory results for wind vibration, the empirical mode decomposition(EMD) method and wavelet transform method are used to analyze the joint characteristic for self-induced response signals of aeroelastic model. First, the intrinsic mode functions(IMF) are directly decomposed from original signal with EMD, and then the signal characteristic parameters of every IMF can be extracted with wavelet transform, which are compared with the results by traditional spectrum analysis method and wavelet transform on original signal. The combination of EMD and wavelet transform method can identify the high-order mode of vibration; the main characteristics of signals in arbitrary frequency band can be obtained; and the distribution of signal energy with time and frequency can be displayed more clearly. The numerical simulation and the analysis of response signal date show that this method is effective and practical.

Key words: EMD; IMF; wavelet transform; spectrum analysis; mode of vibration; wind tunnel test; random theory

在进行大跨度、低矮和冷却塔这类高阶参振模态明显的结构风振响应频域求解时, 首先需要确定一些重要的计算参数值, 像结构阻尼

比、力谱交叉项和参振模态数目等, 这些参数与结构振动形式、幅度、激励类型等多种因素有关, 不像质量、刚度等参数那样与结构物理特性有明确的联系^[1-2]. 因此, 需要通过试验测试、数据获取、分析和识别方法进行参数估计. 像结构动力测试信号识别阻尼的方法常有谱分析和时间序列分析两种方法, 很多研究者将小波分析方法运用到阻尼参数识别中进行

收稿日期: 2009-10-21.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50978203);
科技部重大科技项目(2008ZX06004-001).

作者简介: 柯世堂(1982—), 男, 博士研究生;
葛耀君(1958—), 男, 教授, 博士生导师.

研究,并取得了较好的效果^[3-4]. 力谱交叉项可以通过风洞测压试验获得的表面风压谱分析进行识别^[1]. 由于传统的谱分析方法对于信号在高频分量特性识别精度不够高,而小波分析的识别结果受到所选小波基的限制,其得到的小波分量和小波谱对所选择的小波基依赖程度较高,因此至今对于参振模态识别的研究成果相对较少,大多根据不同的结构形式进行经验取值.

本文首先分析了 EMD 和小波分析方法的原理和优缺点,随后基于 EMD 和小波变换相结合的高阶参振模态识别方法得到了确定结构风振响应频域分析时的参振模态数目. 具体的识别步骤为: 1) 利用 EMD 方法将结构气弹模型响应信号分解为一系列具有不同特征尺度和局部频率特征的信号即 IMF 分量; 2) 通过小波变换分析结构任意频段 IMF 分量中的信号局部特征参数; 3) 通过获得的高频段分量局部时频特性进行高阶参振模态识别. 并将识别的结果与直接采用随机理论对不同参振模态数目进行分析的结果进行对比验证.

1 小波方法

小波方法是一种信号的时频分析方法,具有多分辨率的特点,而且在时域和频域具有良好的表征信号局部特性的能力^[5-6]. 因而,无论是在平稳信号还是非平稳信号的处理中,均得到了广泛的应用.

小波是满足条件 $\int_R \Psi(t) dt = 0$ 的函数. $\Psi(t)$ 通过平移和伸缩而产生一个函数族

$$\Psi_{a,b}(t)' = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (1)$$

其中: a, b 分别为尺度参数和位置参数,变动 a 可使函数的波形沿时间轴伸展或压缩,从而改变分析的频段,变动 b 则使函数的波形沿时间轴移位; $\Psi(t)$ 为小波母函数(基函数).

对任意信号 $f(t)$, 其小波变换可表示为 $f(t)$ 与小波函数的内积,即

$$W_f(a, b) = \langle f(t), \Psi_{a,b}(t) \rangle = \int_R f(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_R f(t) \Psi_{a,b}^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (2)$$

其中 $\Psi_{a,b}^*(t)$ 为 $\Psi_{a,b}(t)$ 的共轭.

式(2)的逆变换为

$$f(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) \Psi_{a,b}\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2}. \quad (3)$$

$$C_\Psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|}{|\omega|} d\omega. \quad (4)$$

在应用中常采用 Mallat 快速算法实现小波变换,即将 a 尺度空间的剩余系数 $d_{j,k}$ 经过滤波器系数 $h_0(n), h_1(n)$ 加权求和就可以得到 $j+1$ 尺度空间的剩余系数 $d_{j+1,k}$ 和小波系数 $C_{j+1,k}$, 即

$$\begin{cases} d_{j+1,k} = \sum_m h_0(m-2k) C_{j,m}, \\ C_{j+1,k} = \sum_m h_1(m-2k) C_{j,m}. \end{cases} \quad (5)$$

小波变换对信号分解的这种完整性使得信号经过小波变换之后,信息量完整,这对于分析信号的能量分布特征提供了条件.

2 EMD 方法

EMD 方法是由 Huang 于 1998 年提出的一种信号的时域分解方法^[7-8]. 该方法认为任何信号都由一些不同的固有振动模式构成,这些振动模式既可以是线性的,也可以是非线性的,并据此将信号分解为若干固有模式函数(Intrinsic mode function, IMF)的和. 每个 IMF 根据信号自身相邻极值点间的延时来定义和区分,并通过一称为筛选的步骤来完成分解,分解是 EMD 方法的核心,其详细过程见文献[7]. EMD 方法是局部自适应的,适用于任何平稳和非平稳时间序列的分析,信号 $f(t)$ 可分解为

$$f(t) = \sum_{j=1}^n C_j(t) + r_n(t). \quad (6)$$

可以将上述分解看作是按照不同的时间尺度对 $x(t)$ 所进行的时域滤波. 其中 C_j 表示第 j 个 IMF 分量, r_n 为提取了 n 个 IMF 分量后的余量,第 1 个 IMF 分量 C_1 包含信号的最细尺度或最短周期的成分,余量 r_n 中包含频率最低的成分(如信号中的直流分量或变化趋势).

但是 Hilbert-Huang 变换中仍然存在着一个不容忽视的问题,即端点效应问题^[7]. 文中采用 Huang^[8]提出的利用原始数据序列端点处极值点的形状特征和原极值点序列的平均值对端点外的极值点进行延拓,这种方法参照了原始数据序列两端极点的变化趋势,又考虑了信号内部极值点大小对延拓的影响,充分利用了已知极值点信息,能较好地消除信号分解中的端点效应.

从信号分解基函数理论角度来说,不同的基函数可以对信号实现不同的分解,从而得到性质迥然的结果. 如果用单位脉冲函数作为基函数对信号分解,得到的仍然是信号本身,此时的分解结果只有时域的描述,缺乏频域的任何信息. 如果采

用在时域中持续等幅振荡的不同频率正、余弦函数作为基函数对信号分解,就是傅里叶分解,可以得到频域的详细描述,但将失去时域的所有信息.小波变换的出现使得同时在时-频两个方面描述信号成为可能,它在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率,在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率,很适合探测正常信号中夹带的瞬态反常现象,所以被誉为分析信号的显微镜和望远镜.但是,小波函数具有多样性,选用不同的小波基分析同一个问题会产生不同的结果,为了使小波分析的结果受所选小波的影响达到最小,本文就尝试将小波变换和 EMD 方法结合分析信号的局部频段特性,利用 EMD 方法对自适应的广义基对原始信号进行 IMF 分解,再结合小波变换的特性对每个 IMF 进行分析.

3 数值模拟

为了对比结合 EMD 的小波分析与直接采用小波分析进行信号处理的优越性.数值模拟试验对如下的调制信号进行 EMD 分解后对 IMF 进行小波变换,并与直接对原始信号的小波变换结果进行对比探讨.试验模拟方程式为

$$f(t) = 2\sin(2\pi t) + \cos(16\pi t) + 0.6\sin(32\pi t) + \cos(64\pi t). \tag{7}$$

其中 t 是指采样点数,采样频率为 200 Hz,采样时间为 5 s,总的样本数为 1 000.

图 1 给出了信号 $f(t)$ 的时域波形及其 4 个 IMF 分量图,图 2 是直接对原信号进行的 3 层 Daubechise 小波分解,图 3 分别是对 IMF1 的 3 层 db 小波分解(其中 ca 为低频小波系数,cd 为高频小波系数),图 4 给出了原始信号和 4 个 IMF 信号的频谱特征图,图 1~4 和图 6~9 中各图纵坐标均为相对能量,横坐标为采样点数.

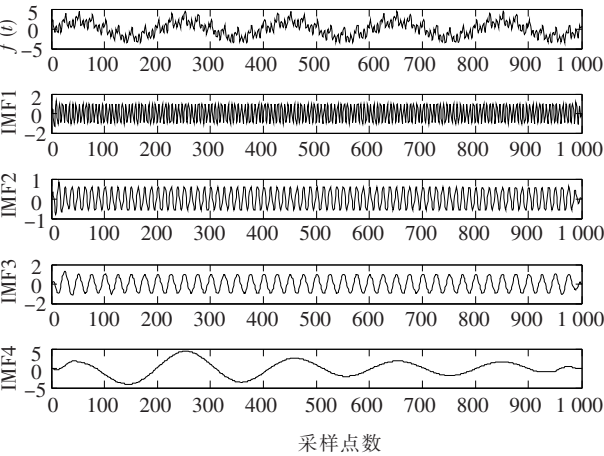


图 1 原信号 $f(t)$ 及其前 4 个 IMF 分量

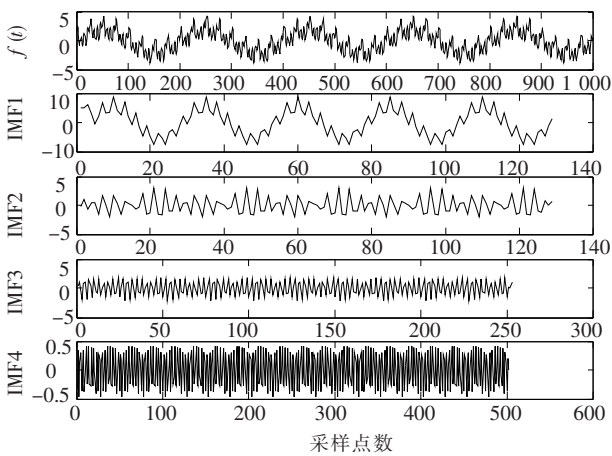


图 2 原信号 $f(t)$ 及其 3 层 db 小波分解

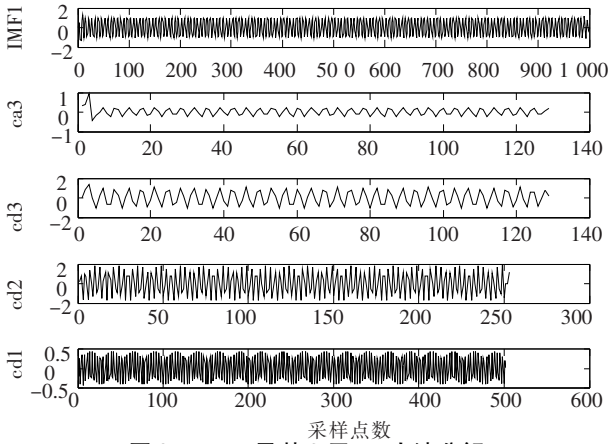


图 3 IMF1 及其 3 层 db 小波分解

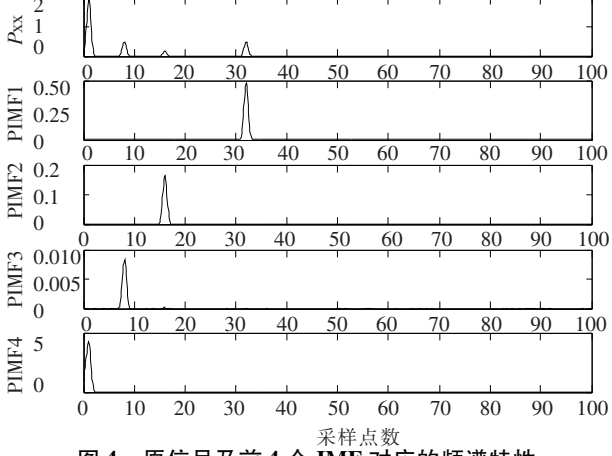


图 4 原信号及前 4 个 IMF 对应的频谱特性

由于模拟数据的构造简单易懂,将其进行 EMD 分解和小波变换更易说明问题.图 2 是直接对原始信号进行 3 层 Daubechise 小波分解,与经 EMD 方法分解的 4 个 IMF 分量信号进行的小波分解相比,直接采用小波分解得到的信号能量频率分布范围较广,而 EMD 分解得到的 IMF 分量是直接来自原始信号中自适应分离出来,可以预先设定小波变换的频段,这样可以更精确地捕捉到信号的局部特征.

图 4 表示原始信号和前 4 个 IMF 分量对应的频谱特性,由式(7)可知原始信号包含了 4 个固

有频率,通过对 EMD 分解后的 IMF 分量进行频谱分析,可以明显地发现原始信号完全分解成了与前四阶模态一一对应的 3 个分量,并且在对各个 IMF 分量进行频谱分析时,能更精确发现其响应频段里的局部频域特性,这也是传统傅里叶变换和小波变换所不具备的优点.

4 高阶参振模态识别

以风振时高阶模态耦合性较强的某高耸、大跨度结构为例^[9-10],在同济大学 TJ-3 风洞进行了该结构的气弹模型风洞试验,该模型设计基频为 7.8 Hz,原始数据为该结构在 8 m/s 试验风速作用下的顶部位移时程,采样频率为 200 Hz,采

样时间为 60 s,进行零均值处理后画出其时域波形.再用传统的频谱分析法和 小波变换法分析其频谱特征,如图 5 所示.由传统傅里叶变换分析可知结构风振响应由背景和共振分量 2 部分组成,在低频段部分效果较好,但由于该方法对于高频段的信号特性识别能力较弱,故很难从中提取高频段参振模态特性;而直接由小波变换得到的信号频谱特性在高频段具有较好的识别能力,但其得到的谱的能量在频率范围内分布较广,想要在关心的频段进行信号的局部特征分析比较困难.所以可以采用本文提出的结合 EMD 和小波变换方法进行分析.

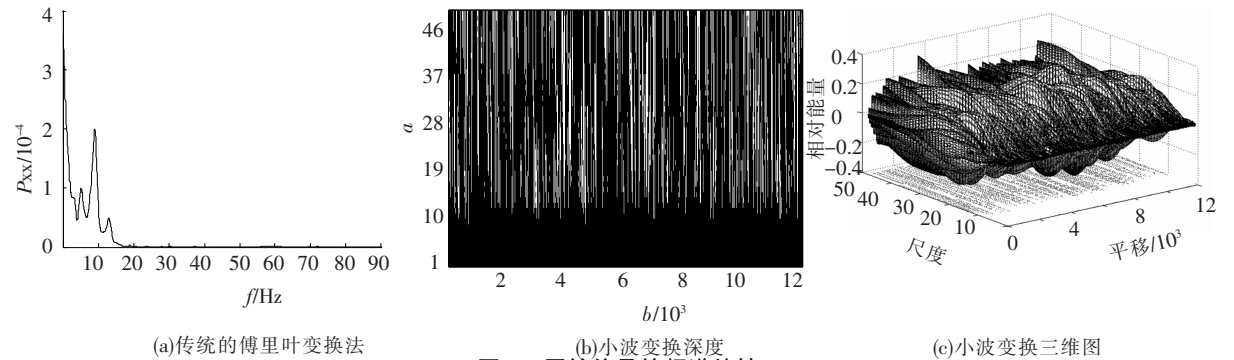


图 5 原始信号的频谱特性

图 6 是采用 EMD 方法分解得到的前 4 个 IMF 分量,都包含了丰富的原信号特征,但是还不能清晰的看到每个频段特别是高频区局部频谱特性.图 7 给出了原始信号 $f(t)$ 及其 3 层 db 小波分解,图 8 给出了 IMF1 信号的 3 层小波分解,从中可以发现在高频段信号能量分布较集中,但数值较大,在结构风振计算中不能忽略,并且从图 8 中还可以明显的看出信号中的冲击性奇异点,而且可以进一步确定发生时间,由此可以判断结构在吹风过程中存在有间歇振动冲击.再对前 4 个 IMF 分量进行频谱分析,如图 9 所示,从 IMF1 的

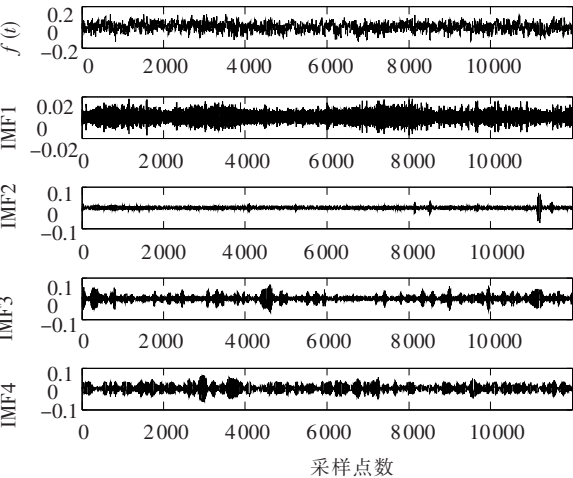


图 6 原始信号 $f(t)$ 及其前 4 个 IMF 分量

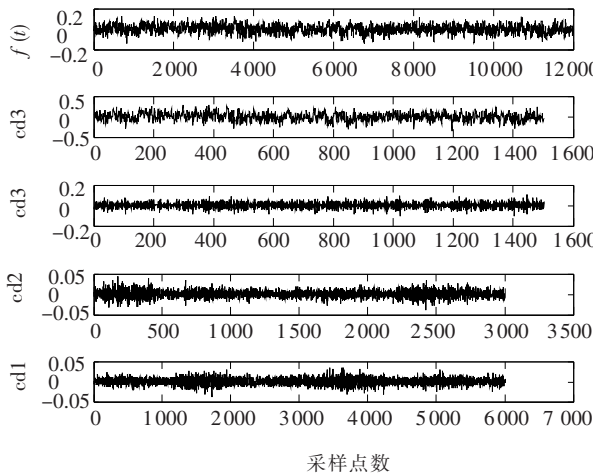


图 7 原始信号 $f(t)$ 及其 3 层 db 小波分解

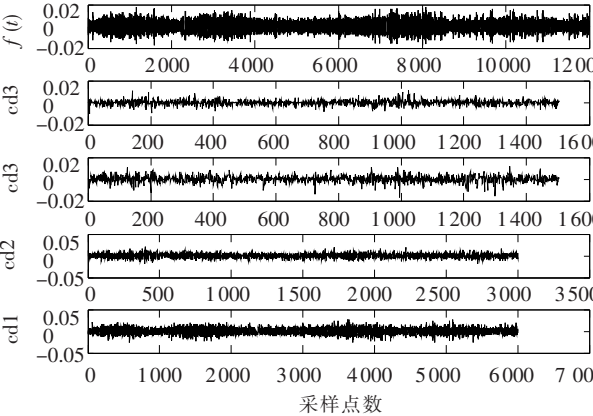


图 8 IMF1 及其 3 层 db 小波分解

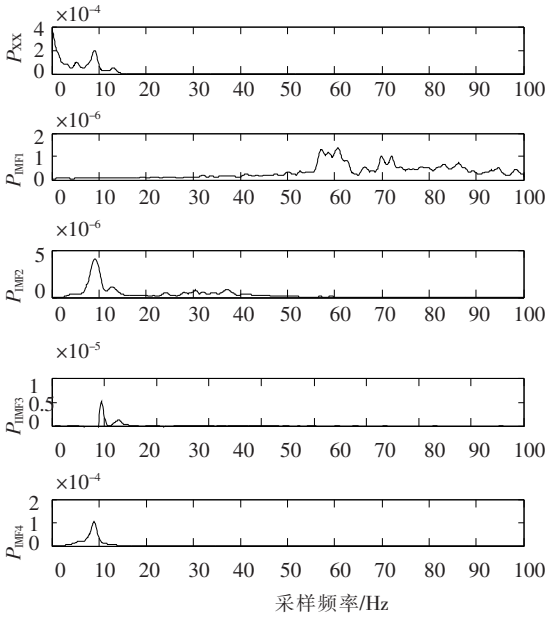


图9 原信号及前4个IMF对应的频谱特性

频谱特征图中可以发现高频段信号中 60 Hz 频率处其能量达到最大值,对应模型的模态数目为 60 阶,再从 IMF2 的频谱特征图中发现信号能量在 48 Hz 以后显著减小,考虑到 IMF2 中信号能量数值较 IMF1 中的大,故确定 48 Hz 为高频参振模态截止频率,对应实际模型的阶数为第 32 阶。

5 对比验证

为了验证本文提出的方法识别出来的参振模态数目的准确性,基于该结构刚体模型表面同步测压风洞试验结果^[10-11],以非定常气动力作为输入荷载,考虑冷却塔多模态之间的耦合效应,利用虚拟激励法和振型迭加法进行结构随机风振响应分析。下面给出随机理论的主要计算步骤和虚拟激励法的原理,然后讨论不同的参振模态数目对于结构风振响应的影响。

结构的运动方程为

$$[M]\{\ddot{\mathbf{y}}\} + [C]\{\dot{\mathbf{y}}\} + [K]\{\mathbf{y}\} = [R]\{\mathbf{x}(t)\}. \quad (8)$$

其中:[M]、[C]、[K]分别为 n 阶质量、阻尼、刚度矩阵; $\{\mathbf{y}\}$ 、 $\{\dot{\mathbf{y}}\}$ 、 $\{\ddot{\mathbf{y}}\}$ 分别为结构的位移、速度、加速度向量; $[R]$ 为一由 0 和 1 组成的 $n \times m$ 矩阵,它将 m 维激励向量 $\{\mathbf{x}(t)\}$ 扩展为 n 维向量。

式(8)在频域内的矩阵形式解为

$$[S_{yy}(\omega)] = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^q \{\phi_j\} H_j^*(i\omega) \{\phi_j\}^T [R] \times [S_{xx}(\omega)] [R]^T \{\phi_k\} H_k(i\omega) \{\phi_k\}^T = [\Phi] [H]^* [\Phi]^T [R] [S_{xx}(\omega)] [R] [\Phi] [H] [\Phi]^T. \quad (9)$$

式(9)即为传统 CQC 算法的解。如果用虚拟

激励法处理,是将 $[S_{xx}(\omega)]$ 先分解为 $r(r \leq m)$ 个虚拟简谐激励 $\{x_i\} e^{i\omega t}$ 的叠加:

$$[S_{xx}(\omega)] = \sum_{p=1}^r \{\mathbf{x}_p\}^* \{\mathbf{x}_p\}^T. \quad (10)$$

$\{\mathbf{x}_p\}$ 通过对 $[S_{xx}]$ 阵进行 LTLD 分解得到与 $\{\mathbf{x}_p\}$ 相应的结构响应为

$$\{\mathbf{y}_p\} = \sum_{j=1}^p \mathbf{H}_j \{\phi_j\} \{\phi_j\}^T [R] \{\mathbf{x}_p\}. \quad (11)$$

而总位移向量的功率谱矩阵则为

$$[S_{yy}(\omega)] = \sum_{p=1}^r \{\mathbf{y}_p\}^* \{\mathbf{y}_p\}^T. \quad (12)$$

式(12)表示为矩阵形式解则为

$$[S_{yy}(\omega)] = [\Phi] [H]^* [\Phi]^T [R] \times [S_{xx}(\omega)] [R] [\Phi] [H] [\Phi]^T. \quad (13)$$

比较式(9)和(13)可知,虚拟激励法与 CQC 法的解完全一致,都是理论解,但虚拟激励法的计算量却大为减少^[12-13],所以本文引入虚拟激励法进行结构的随机响应计算。

为了研究结构的截止模态参数对冷却塔结构风振响应的影响,利用频域计算方法对该结构的风振响应进行分析。流场为 A 类紊流场,由于该结构为完全轴对称结构,本文只选取风向角为 0° ,风速为 113.8 m/s (相当于风洞中 8 m/s) 时的工况进行分析,所有的计算参数都与上节提到的试验条件一致。分别计算参振模态数目为 10、30、50 情况下结构的响应。图 10 列举了该结构顶部节点的位移标准差。可以看出,当参振模态数目为 10 时,位移标准差较小,高阶模态对位移的贡献还比较大,当参振模态数目为 30 时,位移标准差趋于稳定,当参振模态为 50 时,高阶模态对位移的贡献已经非常小,这说明如果频域计算参振模态没有达到一定的数目,将会得到偏于不安全的结果。当参振模态数目达到 30 时,结构的位移响应就趋于稳定。从图中还可以反映出当参振模态达到一定阶数后,参振模态阶数即使再增加,计

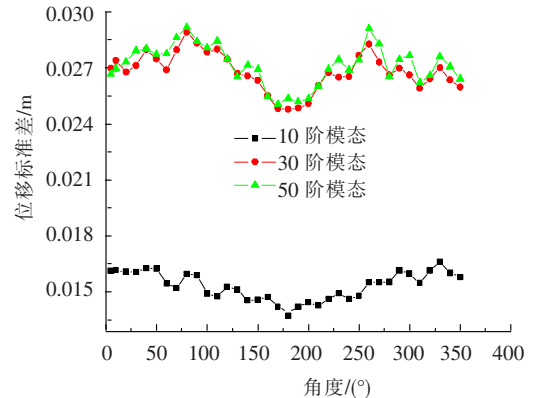


图10 参振模态数目对位移标准差的影响

算结果也差别非常小. 对比前文的识别结果可知, 32 阶为结构风振计算的截止频率.

基于随机理论的计算结果与采用本文方法进行风振高阶参振模态识别得到的结果基本一致, 也进一步说明本文提出的方法具有较好的准确性和稳定性.

6 结 语

1) 探讨利用 EMD 与小波变换相结合的方法作为识别结构风振高阶参振模态的潜在能力. 在信号比较复杂的情况下, 经过 EMD 方法分解得到的 IMF 分量可以更好地反映信号在高频段的时域特性, 结合小波变换具有的高分辨率特性对每个 IMF 信号进行时 - 频特性分析, 不仅可以准确的获取结构高阶参振模态数目, 还可以对响应信号的奇异性和冲击性进行检测.

2) 通过采用基于虚拟激励法的随机理论, 对考虑不同的参振模态数目的结构风振响应进行分析, 结果进一步验证了所提出的高阶模态识别方法具有较好的稳定性和实用性.

3) 采用 EMD 和小波变换相结合的方法在结构风振参数识别研究中的应用具有一定的前景, 本文的研究只是一个开端, 还有很多具体的细节内容有待展开, 比如 EMD 分解出来的 IMF 分量频率从高到低排列, 精度也随之下降, 在地震领域关心的是高频成分, 而对于风工程的研究来说主要关心的是中、低频成分, 而这一矛盾很多学者都没有很好的解决, 故还需进行更深入的研究和改进.

参考文献:

[1] 周暄毅, 顾明. 上海铁路南站屋盖结构风致抖振响应参数分析[J]. 同济大学学报, 2006, 34(5): 574 - 579.

- [2] KAREEM A, GURLEY K. Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty[J]. J of Wind Eng and Industrial Aerodynamics, 1996, 59, 131 - 157.
- [3] SONG Yu, XIANG Yiqiang, XU Xing. Mode sharp-based damage identification of bridges[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 111 - 113.
- [4] LI Hui, ZHENG Haiqi, TANG Liwei. Research on faults diagnosis of gear wear based on Hilbert-Huang Transform[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 119 - 122.
- [5] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425 - 455.
- [6] CHUI C K. An introduction to wavelets[M]. New York: Academic Press, 1992.
- [7] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proc R Soc Lond A, 1998, 454: 903 - 995.
- [8] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. A new view of nonlinear water waves: the hilbert spectrum[J]. Annu Fluid Mech, 1999, 31: 417 - 457.
- [9] 柯世堂, 赵林, 葛耀君. 超大型冷却塔结构风振与地震作用影响比较[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(10): 1635 - 1641.
- [10] 柯世堂, 赵林, 葛耀君. 冷却塔表面脉动风压的非高斯特性及风压极值[C]//第十四届全国结构风工程学术会议论文集. 上海: 同济大学出版社, 2009: 354 - 362.
- [11] 许林汕, 赵林, 葛耀君. 超大型冷却塔随机风振响应分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(4): 180 - 184.
- [12] 林家浩. 随机地震响应的确定性算法[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [13] 林家浩, 钟万勰. 关于虚拟激励法与结构随机响应的注记[J]. 计算力学学报, 1998, 15: 217 - 223.

(编辑 魏希柱)