

桥梁构件风致动态内力回归估算方法

邵亚会, 赵林, 葛耀君, 柯世堂

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 200092 上海, yahuishao@hotmail.com)

摘要: 为弥补全桥气弹模型试验无法直接测量结构动态内力响应的缺陷, 选取江东大桥悬索桥吊杆为例, 采用风洞试验和随机振动时域有限元分析相结合的手段; 首先对两者的位移响应进行校核; 然后根据正交风随机有限元分析中加劲梁中跨跨中位移响应和吊杆内力响应的高度相关性, 采用线性回归算法获得回归方程, 并对中跨跨中位置在多个风偏角下的位移响应进行全桥气弹模型风洞试验取样; 最后通过回归方程, 估算悬索桥吊杆在不同风偏角下的风致动态内力响应. 研究表明: 该回归算法得到的线性回归方程在 95% 置信区间内的回归效果显著; 算法克服了气弹模型风洞试验无法测量结构内力响应的缺陷, 也可避免随机振动斜风有限元计算需多组风偏角气动参数和复杂计算框架等问题.

关键词: 线性回归; 动态内力; 桥梁构件; 风洞试验

中图分类号: U441

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)04-0088-06

Wind-induced dynamic stress estimation method for bridge elements utilizing linear regression algorithm

SHAO Ya-hui, ZHAO Lin, GE Yao-jun, KE Shi-tang

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University,
200092 Shanghai, China, yahuishao@hotmail.com)

Abstract: The present paper concentrates on overcoming the deficiency of whole bridge aero-elastic wind tunnel test in the acquisition of dynamic stress of bridge elements. Based on both the whole bridge aero-elastic wind tunnel test and finite element method, some research is implemented with the hanger of Jiangdong Bridge as an example. Firstly, verification analysis for displacements is made on results derived from the above two approaches. Thereafter, regression equation is deduced from finite element method under zero yawed angles since the mid-span vertical displacement time history keeps high correlations with the hanger axial forces. Furthermore, displacement time histories of the mid-main span are sampled from wind tunnel test under different yawed angles. Lastly, with the help of regression equation and wind tunnel test results, the hanger's dynamic stresses are obtained. Research shows that the regression equation in this paper has a significant regress effect in the 95% confidence interval. It is concluded that estimation method in this paper makes up the shortcoming of wind tunnel test for not being able to get structural stresses, and avoids several procedures in finite element method analysis under skew wind excitations, such as the identification of aero-elastic parameters and its complicated framework.

Key words: linear regression; dynamic stress; bridge element; wind tunnel test

大跨度悬索桥建设中, 风洞试验是评估其抗

风性能不可或缺的手段. 大跨度、超大跨度悬索桥更加轻型、柔性化, 风载作用下结构的气动稳定问题上升为主要矛盾, 包括颤振稳定性、静风稳定性以及低风速下的涡激共振等问题. 而对于常规跨度悬索桥, 其风致内力响应问题较为突出. 因此,

收稿日期: 2009-10-13.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划重点研究项目(90715039).

作者简介: 邵亚会(1981—), 女, 博士研究生;

葛耀君(1958—), 男, 教授, 博士生导师.

准确合理的计算或估算其风致内力响应,是一项至关重要的工作。

全桥气弹模型风洞实验中,模型采用钢芯梁与外衣的组合方式设计,易于通过激光位移计或加速度传感器等设备获得结构的位移响应。而结构的动态应力应变,例如悬索桥中的吊杆、主缆、加劲梁等构件的应力应变时程则难以通过风洞试验手段直接获得。随机振动有限元分析方法目前还是风洞试验的补充,不能替代风洞试验。尤其对于斜风作用下缆索承重桥梁随机振动分析,需要引起注意的是:过去多采用分解平均风的方法^[1-4],该方法在如何合理分解紊流脉动风速、如何合理考虑分解后紊流脉动风速之间的空间相关性、如何合理叠加两个分量的抖振响应分析结果等问题上都还存在很大困难,目前还没有很好的解决办法;徐幼麟和朱乐东^[5-9]发展了相应的斜风条件下主梁斜截面六分量气动力系数节段模型风洞试验方法、斜风条件下主梁斜截面气动导数节段模型风洞试验方法、桥塔构件气动力系数三维全模型风洞试验方法,构建了斜风作用下缆索承重桥梁的随机振动时域法的有限元计算框架,并成功应用于青马大桥的风振响应计算。斜风作用下,桥梁随机振动有限元法求解结构风振响应的缺点为:需预先在风洞试验获得多个入射角下的气动六分力系数和颤振导数,实验量大且容易造成误差累积;计算过程中需两套坐标系统以及需要进行复杂的坐标转换。

如何弥补全桥气弹模型风洞试验中结构构件动态内力测量的空白,以及避开斜风作用下桥梁随机振动有限元计算的复杂框架和巨大的工作量,本文从数理统计学中的线性回归算法出发,对这一问题进行探索。对中小跨度悬索桥而言,吊杆是承受反复荷载的构件,交变应力作用下的破坏是其主要破坏形式。悬索桥中吊杆的应力时程是评估疲劳性能、强度检验等问题的重要参数,本文将选取其为主要研究对象。

1 线性回归算法

回归分析法,是在掌握大量观察数据的基础上,利用数理统计方法建立因变量与自变量之间的回归关系函数表达式(称回归方程式),寻求随机性后面的统计规律性的一种方法。线性回归方法是一种从事物因果关系出发进行预测的方法。在操作中,根据统计资料求得因果关系的相关系数,相关系数越大,因果关系越密切。通过相关系数可确定回归方程,预测事物发展趋势。

在数理统计中,两个变量 X 和 Y 之间的相关系数 $\rho_{X,Y}$ 定义为式(1),其中 σ_X, σ_Y 为样本的标准差, μ_X, μ_Y 为样本均值。统计学认为相关系数反映了两个变量之间相关程度的强弱和方向。一般来说, $\rho_{X,Y} > 0.7$ 认为相关良好; $0.4 < \rho_{X,Y} < 0.7$ 中等相关; $\rho_{X,Y} < 0.4$ 弱相关。

$$\rho_{X,Y} = \text{cov}(X,Y)/\sigma_X \sigma_Y = E((X - \mu_X)(Y - \mu_Y))/\sigma_X \sigma_Y. \tag{1}$$

给定一随机样本 $(Y_i, X_{i1}, \dots, X_{ip})^T$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, Y_i 为预测变量, $X_{i1}, \dots, X_{ip}$ 为自变量, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$ 为零均值的残差变量。如果自变量和预测变量之间相关性较好,则可能存在线性关系,假设线性回归方程为

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n. \tag{2}$$

$$[Y] = [X][\beta] + [e]. \tag{3}$$

以残差平方和最小为准则,可求得回归系数的最优值为

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \tag{4}$$

当自变量为一元变量时,线性回归模式简化为

$$y = ax + b + e, \tag{5}$$

回归系数简化为

$$a = (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}) / (\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2), \tag{6}$$
$$b = \bar{x} - a \bar{y}.$$

式中 $\bar{x}, \bar{y}$ 分别为样本 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 的均值。

- 采用一元线性回归方法,基本思路为:
- 1) 样本采集与自变量 x 和预测变量 y ;
 - 2) 画散点图,判断变量 x, y 的线性相关性;
 - 3) 计算相关系数 r ,判断变量 x, y 的线性相关性的强弱;
 - 4) 求解回归方程得到回归系数;
 - 5) 回归系数的显著性检验,判断拟合效果;
 - 6) 求得预测变量,问题解决。

2 工程实例选取及风洞试验与有限元计算校核

2.1 工程实例选取与风洞试验

主要研究桥梁构件风致内力响应的估算,需选取结构内力问题较突出的缆索承重桥梁为例。因大跨度、超大跨度缆索承重桥梁以的风致振动位移问题突出,而中小跨度的缆索承重桥梁其风致内力响应问题比较突出。基于以上理由,本文选

取江东大桥跨径为 83 m + 260 m + 83 m 的空间主
缆自锚式悬索桥作为工程背景,其总体布置如图
1 所示. 加劲梁采用分离式扁平钢箱梁,高 3.5 m,

表 1 江东大桥主要静动力参数

成桥状态动力特性			加劲梁断面 0°攻角静气动力系数						加劲梁断面自激气动力项			
f/Hz			升力项		阻力项		升力矩项		升力项		扭矩项	
竖弯	侧弯	扭转	均值	斜率	均值	斜率	均值	斜率	H_1^*	H_4^*	A_2^*	A_3^*
0.495	0.858	1.32	-0.088	1.457	1.037	-0.663	0.013	0.601	-0.571	-0.110	-0.018	0.017

1:118 全桥气弹模型随机振动风洞试验于同
济大学土木工程防灾国家重点实验室 TJ-3 边界
层风洞进行,如图 2 所示. 考虑均匀流场以及紊
流场时 - 3°、0°、+ 3° 风攻角下风偏角分别为 0°、
22.5°、45°、67.5°、90° 的多个试验工况,分别采集
加劲梁中跨跨中,中跨 4 分点及边跨跨中位移响
应时程信号.

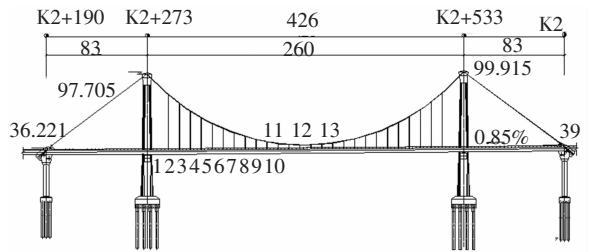


图 1 江东大桥总体布置图(m)

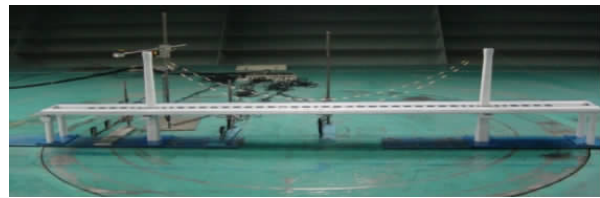


图 2 TJ-3 风洞中的全桥气弹模型

2.2 正交均匀流场下的风致随机振动有限元计
算验证

基本 APDL 语言编程技术、下述风荷载处理
方法以及 Deodatis 脉动风速时程模拟方法^[10],实
现了缆索承重桥梁的风致随机振动时域有限元分
析. 自重和静风力直接以荷载的形式施加于结构
上;自激气动力效应,处理为气动刚度和气动阻尼
两者之和;抖振力,以准定常理论基础上的时域加
劲梁断面抖振力表达式. 气动导纳近似使用基于
势流理论的薄机翼气动导纳 Sears 函数和导纳函
数取 1. 由 Deodatis 谐波合成法再现规范风谱^[11]
的 $|\phi_{\text{Sears}}|^2 S_u(\omega)$ 和 $|\phi_{\text{Sears}}|^2 S_w(\omega)$ 为目标谱
的脉动风时程,间接地获得时域内考虑导纳函数
修正的 10 min 脉动风随机过程 $\chi_{\text{Du}} u(t)$ 和
 $\chi_{\text{Dw}} w(t)$.

将上述完成的缆索承重桥梁随机振动有限元
程序应用于江东大桥,因没有做斜风条件下的颤

宽 47 m,中央开槽宽度 6 m,中跨设 26 对吊杆. 江
东大桥 1:80 节段模型风洞试验测得的 3 分力系
数和颤振导数的主要结果如表 1 所示.

振导数识别和气动 6 分力系数识别,本程序只限
于进行垂直风作用下的分析计算. 完成了多个流
场条件下,多个风攻角下江东大桥的风致随机振
动计算. 本文仅列出均匀流场 0°攻角 0°偏角时,
加劲梁在设计风速下竖弯向随机振动响应有限元
计算结果和全桥气弹模型风洞试验结果的对比,
如图 3 所示,风洞试验结果来自全桥气弹模型试
验,有限元计算结果为气动导纳取 1 和 Sears 函数
的随机振动分析结果. 观察可知,导纳函数取
Sears 函数时,对分体式扁平钢箱梁断面随机振动
计算结果有较好的精度,这与文献[12-13]有关
结论吻合一致. 其他多个试验工况下的对比结果
均吻合一致. 充分验证了本文风洞试验和有限元
分析方法的可靠性. 以下分析均采用导纳函数取
Sears 函数时的随机振动响应计算结果.

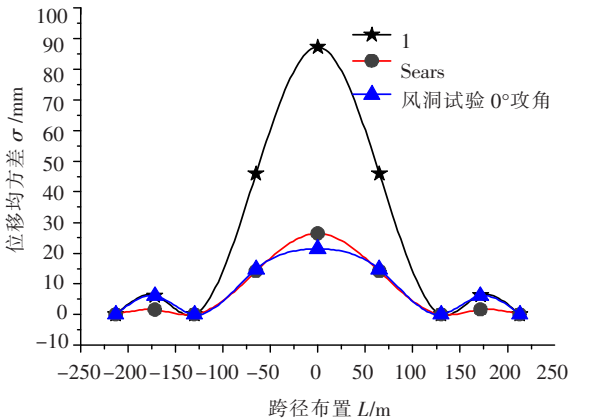


图 3 风洞试验与数值计算对比

3 桥梁构件动态内力估算方法

3.1 正交来流条件下内力估算

将江东大桥全桥 26 对吊杆进行编号如图 4
所示,并以此桥的吊杆为研究对象. 对正交风条
件下的风致随机振动有限元计算结果进行取样分
析,设计风速条件下,以均匀流场 0°攻角这一试
验工况为例, S^{girder} 为加劲梁中跨跨中 10 min 的竖
弯向位移响应时程(单位:mm), F_i^{hanger} ($i=1,2,$
 $\dots,13$)为第 i 号吊杆 10 min 的轴力响应时程(单

位: N). 共采集 13 个样本, 分别为 $(\mathbf{F}_1^{\text{hanger}}, \mathbf{S}^{\text{girder}})^T, (\mathbf{F}_2^{\text{hanger}}, \mathbf{S}^{\text{girder}})^T, \dots, (\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}, \mathbf{S}^{\text{girder}})^T$. 根据式(1)统计各样本内部两向量之间的相关系数, 相关函数均为减去均值后的, 即为脉动量的相关函数, 如图 4 和表 2 所示, 研究发现: 样本内部两向量之间均为高度相关关系; 相关系数从中跨跨中位置向桥塔方向依次减弱.

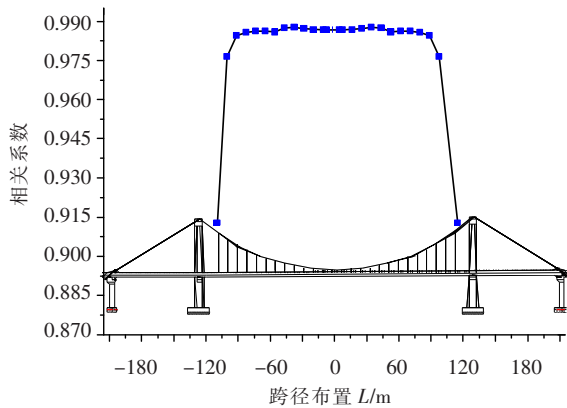


图 4 桥梁立面布置与相关系数

表 2 吊杆轴力与加劲梁中跨跨中竖弯位移相关系数

吊杆编号	相关系数绝对值	相关程度
1	0.912 8	高度相关
2	0.976 5	高度相关
3	0.984 6	高度相关
4	0.985 7	高度相关
5	0.986 2	高度相关
6	0.986 2	高度相关
7	0.985 9	高度相关
8	0.987 4	高度相关
9	0.987 7	高度相关
10	0.987 3	高度相关
11	0.986 8	高度相关
12	0.986 6	高度相关
13	0.986 7	高度相关

对高度相关这一现象的合理解释是: 风洞试验和时域随机振动计算均表明江东大桥设计风速下的随机振动响应以一阶竖弯模态为主, 振动模态相对较为单一, 这使得全桥各吊杆的竖向随机振动响应与加劲梁中跨跨中点的竖向响应较易保持同步性和高度的相关性.

基于各样本内部向量两高度相关这一现象, 认为各样本内部两向量之间存在很强的线性关系, 于是可构造出 13 个线性回归方程, 以样本 $(\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}, \mathbf{S}^{\text{girder}})^T$ 为例, 回归方程为

$$\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}} = a' \mathbf{S}^{\text{girder}} + b' + \varepsilon'. \quad (7)$$

$\mathbf{F}^{\text{hanger}}$ 单位为 N, $\mathbf{S}^{\text{girder}}$ 单位为 mm, 为使回归方程量

刚一化, 便于应用于其他类似桥梁的回归计算或者与其他桥梁的回归计算做对比, 先将吊杆轴力 $\mathbf{F}^{\text{hanger}}$ 和加劲梁中跨跨中位移响应 $\mathbf{S}^{\text{girder}}$ 无量刚化, 即分别除以 $\mathbf{F}^{\text{maincable}}$ (主缆轴力设计值) 和 L^{span} (悬索桥中跨跨径). $\mathbf{F}^{\text{maincable}}$ 和 L^{span} 均为常量, 两线性相关向量除以常量后, 不影响其相关程度和方向, 且便于推广应用. 量刚一化的线性回归方程和回归系数如式(8)~(10)及图 5 所示.

$$\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} = a \frac{\mathbf{S}^{\text{girder}}}{L^{\text{span}}} + b + \varepsilon, \quad (8)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} \right) - n \left(\frac{\mathbf{S}^{\text{girder}}}{L^{\text{span}}} \right) \left(\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} \right)_i^2 - n \left(\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} \right)^2};$$
$$b = \left(\frac{\mathbf{S}^{\text{girder}}}{L^{\text{span}}} \right) - a \left(\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} \right). \quad (9)$$

$$\frac{\mathbf{F}_{13}^{\text{hanger}}}{\mathbf{F}^{\text{maincable}}} = 0.065\,97 - 0.011\,26 \frac{\mathbf{S}^{\text{girder}}}{L^{\text{span}}}. \quad (10)$$

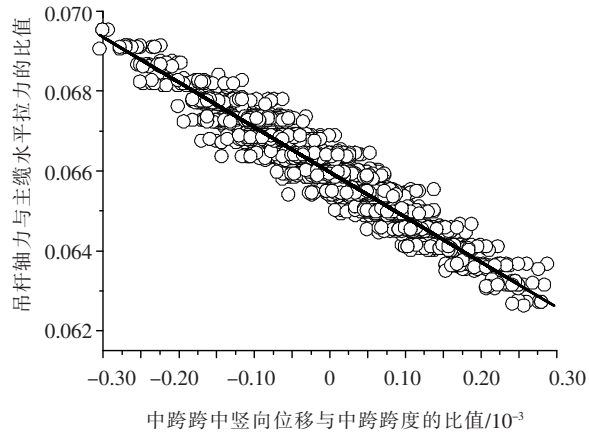


图 5 第 13 号吊杆的线性回归方程

得到回归参数的估计值后, 所关心的就是自变量与预测变量之间是否真的存在回归关系. 因此需要做线性回归的显著性检验, 主要是检验 b 是否为零, 取显著性水平 $\alpha = 0.05$, 在显著性水平下拒绝假设 $H_0: b = 0$, 认为回归效果是显著的, 亦即解释变量和被解释变量之间存在着线性关系; 若接受假设 $H_0: b = 0$, 则认为回归效果不显著. 即影响预测变量的因素除解释变量之外, 还存在其他不可忽视的因素, 或者两者之间的关系不是线性的而是存在着其他的. 经验, 此样本回归方程的回归系数在 95% 置信区间的线性回归效果显著.

全桥气弹模型风洞试验中, 加劲梁中跨跨中竖弯向位移时程较易采集, 依据上述已经回归得到的线性回归方程, 将风洞试验采集得到的加劲

梁位移响应的时程数据代入,即可估算出风洞试验中吊杆的动态应力响应.进而通过相应的比例关系,将其转化为成桥运营状态下的桥梁结构构件动态应力响应.以 0° 攻角 0° 偏角试验工况为例,将设计风速条件下风洞试验中采集到的加劲梁中跨跨中竖弯向位移响应时程的数据代入线性回归方程(10)中,即可得到基于风洞试验的悬索桥吊杆动态应力响应,并换算为实桥数据,如图6所示.

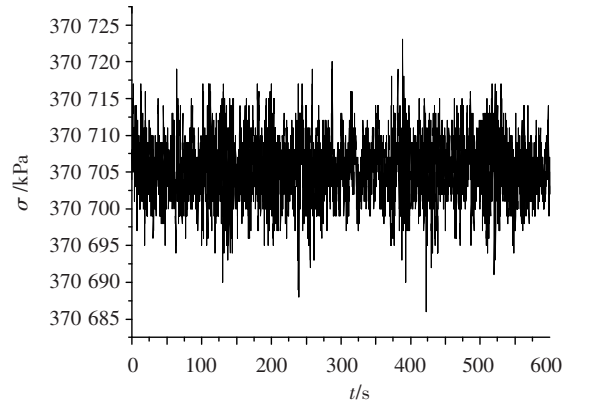


图 6 第 13 号吊杆的动态应力时程估算值

3.2 斜风条件下构件动态内力估算

许多风洞试验显示,大跨度桥梁在斜风作用下的抖振响应幅值可以达到,甚至超过同类多数风洞试验同等风速的法向风作用下的响应值,忽略此问题将会低估斜风作用下桥梁随机振动响应,导致大跨度桥梁抗风安全性遭受威胁.

江东大桥全桥气弹模型风洞试验中,分别采集均匀流场和紊流场多个风偏角下的结构随机振动响应信号,包括加劲梁中跨跨中、中跨四分之、边跨跨中的竖弯向位移时程.限于篇幅,以设计风速下风攻角为 0° ,风偏角分别为 0° 、 22.5° 、 45° 、 67.5° 、 90° 的试验工况为例,同样以第13号吊杆为例,根据前述得到线性回归方程(10),将 0° 攻角不同风偏角下采集得到的加劲梁位移时程带入,可得到多个风偏角下第13号吊杆的动态应力时程,其均值和均方差如表3所示.研究发现, 0° 和 22.5° 偏角下,吊杆应力均值相等,且大于其余偏角下的应力均值;其根方差在 22.5° 偏角时最大, 90° 偏角时最小.吊杆应力根方差随风偏角的变化情况如图7,观察可知,存在 22.5° 风偏角或者介于 0° 和 22.5° 风偏角之间的某个角度,吊杆的动态应力幅最大,这与相关文献研究结论一致.

以悬索桥的吊杆这一构件为例,建立了基于概率相关性的桥梁构件风致动态内力估算方法的基本框架,这一框架同样适用于悬索桥的其他桥

梁构件的风致动态内力估算.其工作流程如图8所示,包括全桥气弹模型风洞试验和随机振动有限元分析方法2条主线.弥补了全桥气弹模型风洞试验无法直接测量构件内力的缺陷,克服了有限元分析方法对缆索承重桥梁的随机振动计算尤其是斜风作用下计算的缺点.

表 3 不同风偏角下第 13 号吊杆应力对比

风偏角 $\alpha / (^{\circ})$	应力均值 $\sigma / 10^8 \text{ Pa}$	应力根方差 σ / Pa
0	3.707 05	4 160.29
22.5	3.707 05	4 256.90
45.0	3.707 04	3 032.16
67.5	3.707 04	2 286.90
90.0	3.707 04	1 653.23

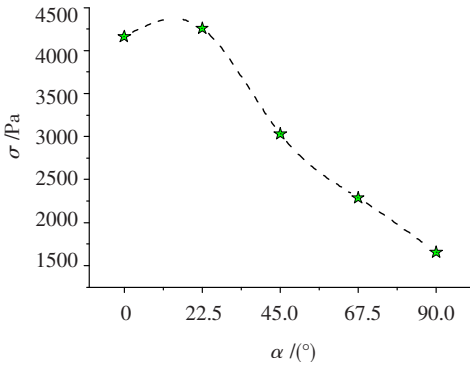


图 7 第 13 号吊杆应力根方差随风偏角的变化

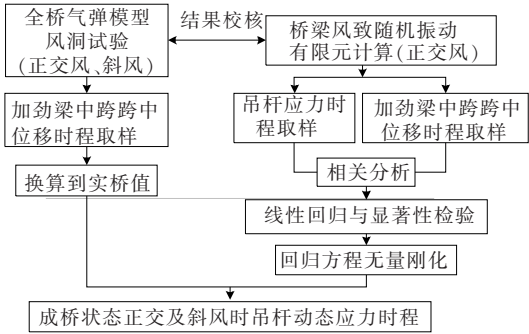


图 8 桥梁构件风致动态内力估算方法工作流程

本文方法适用于以下环境:两个向量之间存在合理的线性相关关系,相关程度为强相关,且某一向量可以通过试验手段采集得到,而另一向量无法直接测量.可根据两者的相关关系,由前者估算后者.文中回归得到的线性方程适用于江东大桥吊杆动态内力的估算,暂时还没有验证该方法在其他同类桥梁上的适用性.

4 结 论

1)提出了基于线性回归算法的桥梁构件风致动态内力估算方法,并对其回归效果进行了验证,线性回归方程在95%置信区间内的线性回归

效果显著.

2)提出的基于线性回归算法的桥梁构件动态应力估算方法,是全桥气弹模型风洞试验和数值计算方法相结合的产物,是风洞试验手段的延伸,克服了风洞试验无法直接测构件内力时程这一缺陷.

3)本文的估算方法同时也是对风致随机振动有限元计算方法的补充,可以估算不同风偏角下的桥梁构件动态应力.避开了斜风作用下颤振数值计算需要识别斜风作用下的颤振导数和气动六分力系数的大量工作以及斜风作用下复杂的有限元计算框架.

4)本文方法对江东大桥悬索桥若干风攻角和风偏角下的吊杆动态内力做了估算.当合理的线性关系存在时,同样适用于江东大桥其他桥梁构件及其他同类桥梁的应力估算.

参考文献:

- [1] SCANLAN R. Bridge buffeting by skew winds in erection stages [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, 119(2):251-269.
- [2] KIMURA K, TANAKA H. Bridge buffeting due to wind with yaw angles [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1992, 42(1/2/3):1309-1320.
- [3] KIMURA K, NAKAMURA S, TANAKA H. Buffeting analysis for cable-stayed bridges during construction in yawed wind [R]. Deauville, France: [s. n.], 1994: 65-77.
- [4] XIE Jiming, TANAKA H, WARDLAW R, *et al.* Buffeting analysis of long-span bridges to turbulent wind with yaw angle [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1991, 37(1):65-77.
- [5] ZHU Ledong, XU Youlin, XIANG Haifan, Tsing Ma bridge deck under skew winds-part 1: aerodynamic coefficients [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2002, 90(7):781-805.
- [6] ZHU Ledong, XU Youlin, XIANG Haifan. Tsing Ma bridge deck under skew winds-part II: flutter derivatives [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2002, 90(7):807-837.
- [7] ZHU Ledong, XU Youlin. Buffeting response of long-span cable-supported bridges under skew winds. part 1: theory [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 281(3/4/5):647-673.
- [8] XU Youlin, ZHU Ledong. Buffeting response of long-span cable-supported bridges under skew winds. part 2: case study [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 281(3/4/5):675-697.
- [9] ZHU Ledong, XU Youlin, XIANG Haifan. Buffeting of a long suspension bridge: analysis and field measurement [C]//*Proceedings of Health Monitoring and Management of Civil Infrastructure Systems*. Newport Beach, CA, USA:[s. n.],2001, 4337:323-334.
- [10] DEODATIS G. Simulation of ergodic multivariate stochastic processes [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 122(8):778-787.
- [11] JTG/T D60-01—2004 公路桥梁抗风设计规范. [S]. 北京:中华人民共和国交通部,2004.
- [12] 邵亚会,赵林,葛耀君. 江东大桥扁平钢箱梁悬索桥颤抖振研究[J]. *武汉理工大学学报*, 2009, 31(1):68-72.
- [13] 赵林,葛耀君,朱乐东. 台风气候大跨度桥梁风振响应研究[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(3):237-245.

(编辑 赵丽莹)