

基于飞行可靠度的海防战术导弹抽样检验方案

时继庆, 王书宁

(清华大学 自动化系, 100084 北京, shijq04@mails.tsinghua.edu.cn)

摘要: 为了解决目前海防战术导弹批生产抽样检验中以导弹命中概率为主要检验指标, 导致检验指标与检验目的不符、不能对生产质量一致性进行检验的问题, 提出了以飞行可靠度为批生产抽样检验主检验指标, 研究基于指数分布下飞行可靠度的批生产抽样检验, 并给出抽样检验方案、一致性检验和批生产抽样检验的验收准则. 模拟计算结果表明, 在同等条件下, 该方案比原方案检验效率更高, 试验样本更少, 证实了方法的可行性和有效性.

关键词: 飞行可靠度; 抽样检验; 战术导弹; 一致性

中图分类号: TP1

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)09-0101-04

Sampling inspection plan for coast defense tactical missile based on flying reliability

SHI Ji-qing, WANG Shu-ning

(Dept. of Automation, Tsinghua University, 100084 Beijing, China, shijq04@mails.tsinghua.edu.cn)

Abstract: The present sampling inspection for the coast defense tactical missile often takes the hitting probability as the main test index, which may result in the mismatch of the test index and test purpose as well as the inability to test the consistency of manufacture quality. To overcome this problem, in this paper, the flying reliability of missile is then taken as the main test index. Assume the flying reliability conform to the exponential distribution, the sampling inspection plan is proposed based on this new main test index. Besides, the acceptance rules of sampling inspection and the consistency test are given. Simulation results show that under similar conditions, the proposed plan is more effective and requires fewer samples, which indicates the feasibility and validity of the new method.

Key words: flying reliability; sampling inspection; tactical missile; consistency

海防战术导弹批生产抽样检验的2个目的是: 1) 检验批生产导弹的质量; 2) 检验批生产导弹质量的一致性. 目前, 海防战术导弹的批生产抽样检验采用计数抽样检验方案, 以导弹命中概率作为主检验指标, 以导弹是否命中目标作为判定导弹是否合格的依据. 导弹命中概率是导弹命中率和飞行可靠度的积, 其中飞行可靠度的指标远

大于命中率. 导弹飞行可靠度是反映导弹批生产质量的主要指标.

基于飞行可靠度的抽样检验, 就是将主检验指标由导弹命中概率换成导弹飞行可靠度, 并将导弹飞行可靠度转换为导弹可靠飞行时间, 即对导弹飞行寿命进行抽样检验.

对寿命的抽样检验一般采用截尾试验, 包括定数截尾和定时截尾寿命试验^[1]. 对于对寿命有明确要求的产物, 一般采用定时截尾试验. 许多学者^[2-9]在这方面做了大量的工作. 本文以导弹飞行可靠度为主检验目标, 推导出基于可靠飞行时间的抽样检验方案和质量一致性检验方法, 提出以抽样数、最大容许失效数和飞行试验截止时间为标志的

收稿日期: 2010-01-06.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674025, 60534060, 60974008); 国家高技术研究发展计划资助项目(2007AA04Z193); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(200900030029).

作者简介: 时继庆(1962—), 男, 博士研究生;
王书宁(1956—), 男, 教授, 博士生导师.

抽样检验方案,给出包括一致性检验在内的验收标准和确定试验截止时间的原则.最后,通过算例,将本文提出的方法与原抽样检验方法进行了比较,结果表明,本文方法与原方法相比,具有样本量小、检验充分、检验费用低的特点,解决了原方法不能进行批生产质量一致性检验的问题.

1 基于可靠性飞行寿命的抽样检验

1.1 飞行可靠度的变换

设导弹的可靠飞行时间 t 服从参数为 θ 的指数分布,其密度函数为

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}}, t \geq 0. \quad (1)$$

式中 θ 为导弹的平均可靠飞行寿命 ($\theta > 0$). 其分布函数为

$$F(t) = P(T < t) = \int_0^t f(x) dx = 1 - e^{-\frac{t}{\theta}}. \quad (2)$$

式(2)是导弹在 $(0, t]$ 时间内失效的概率,在 $(0, t]$ 内不失效的概率是 $1 - F(t)$.

则飞行可靠度与可靠飞行时间的关系为

$$R(t) = P(X \geq t) = 1 - F(t) = e^{-\frac{t}{\theta}}. \quad (3)$$

在导弹飞行任务中,最大有效航程攻击时对导弹的可靠性要求最高,因此导弹的飞行可靠度是导弹最大有效航程任务剖面内完成作战任务的最低要求.

设导弹最大有效射程下的飞行时间为 t_{\max} , 导弹飞行可靠度设计指标为 R , 则

$$R = e^{-\frac{t_{\max}}{\theta}}. \quad (4)$$

得:

$$\theta_s = -\frac{t_{\max}}{\ln R}. \quad (5)$$

式中 θ_s 称为导弹设计可靠飞行时间,也是导弹在飞行可靠度 R 下可靠飞行时间的期望值.

导弹可靠飞行时间的方差为

$$f(x_1, \dots, x_r, r; \theta) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{nt_0}{\theta}\right), & r = 0; \\ \frac{n!}{(n-r)! \theta^r} \exp\left\{-\frac{1}{\theta} \left[\sum_{i=1}^r x_i + (n-r)t_0\right]\right\}, & 1 \leq r \leq n. \end{cases} \quad (0 < x_1 \leq \dots \leq x_r \leq t_0). \quad (11)$$

于是,对 $r \geq 1$, 由式(11)可得 θ 的 MLE 为

$$\hat{\theta} = \frac{T_r}{r}, \quad r \geq 1. \quad (12)$$

其中

$$\text{var}(X) = \theta_s^2 = \frac{t_{\max}^2}{(\ln R)^2}. \quad (6)$$

1.2 基于可靠飞行时间的抽样检验方案

抽取 n 发导弹进行飞行试验,在 $(0, t]$ 内失效 k 发的概率为

$$P(X = k) = \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t}{\theta}})^k (e^{-\frac{t}{\theta}})^{n-k}. \quad (7)$$

在 $(0, t]$ 内导弹失效数小于事先给定 c 的概率为

$$L(\theta) = P(X \leq c; \theta) = \sum_{k=1}^c \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t}{\theta}})^k (e^{-\frac{t}{\theta}})^{n-k}. \quad (8)$$

此即为导弹在 (n, c) 抽样检验方案中被接受的概率.

由方程求得

$$\begin{cases} L(\theta_0) = 1 - \alpha, \\ L(\theta_1) = \beta. \end{cases} \quad (9)$$

式中: α 为弃真概率(生产方风险); β 为采伪概率(使用方风险).

即

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t_0}{\theta_0}})^k e^{-(n-k)\frac{t_0}{\theta_0}} = 1 - \alpha, \\ \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t_0}{\theta_1}})^k e^{-(n-k)\frac{t_0}{\theta_1}} = \beta. \end{cases} \quad (10)$$

式(10)确定的 (n, c) , 就是基于可靠飞行寿命的抽样检验方案.

2 批生产质量的一致性检验

2.1 可靠飞行寿命的估计

设抽取 n 枚导弹进行截止时间为 t_0 的飞行试验,试验均在 t_0 时刻结束,在 $(0, t_0]$ 内飞行失败数为 k , 这 k 枚导弹的飞行时间分别为 (x_1, x_2, \dots, x_k) , 记 $(x_1, \dots, x_r, k = r)$ 的联合密度为 $f(x_1, \dots, x_r, r; \theta)$, 则

$$T_r = \sum_{i=1}^r X_{(i)} + (n-r)t_0. \quad (13)$$

式中 T_r 为 n 发导弹总的飞行试验时间. 由于当 $r = 0$ 时, θ 的 MLE 估计应为 $\hat{\theta} = +\infty$, 可采用文献[10]的建议得到:

$$\hat{\theta} = nt_0, \quad r = 0. \quad (14)$$

导弹飞行可靠度 $R(t)$ 的 MLE 为

$$R(t) = \exp\left\{-\frac{t}{\hat{\theta}}\right\}. \quad (15)$$

试验样本的均值为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (16)$$

试验样本的方差为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - n\bar{X}^2). \quad (17)$$

2.2 一致性检验

批生产质量的一致性检验,就是检验试验样本中反映导弹质量特征数据的散布(方差)是否在容许的范围内.因此,进行批生产质量一致性检验,就是进行可靠飞行时间散布(方差)的检验.

文献[3]给出了样本寿命的期望值和方差,对于海防战术导弹,就是可靠飞行时间的期望值和方差为

$$E[S_k(t_0)] = \theta(1 - e^{-\frac{t_0}{\theta}}), \quad (18)$$

$$\text{var}[S_k(t_0)] = \theta^2 \left[1 - 2\frac{t_0}{\theta} e^{-\frac{t_0}{\theta}} - e^{-2\frac{t_0}{\theta}}\right]. \quad (19)$$

式中 θ 为导弹可靠飞行时间的期望值,这里用设计值 θ_s 代替,即样本方差的标准值为

$$\text{var}[S_k(t_0; \theta_s)] = \theta_s^2 \left[1 - 2\frac{t_0}{\theta_s} e^{-\frac{t_0}{\theta_s}} - e^{-2\frac{t_0}{\theta_s}}\right]. \quad (20)$$

式中 t_0 为试验截止时间.

如果 $S^2 \leq \text{var}[S_k(t_0; \theta_s)]$, 则认为批生产质量的一致性满足要求;否则,为不满足要求.

3 抽样检验方案设计

事先确定: $\theta_0, \theta_1, \alpha, \beta, t_0$.

其中: θ_0 为可接受平均寿命; θ_1 为极限平均寿命.

检验规则为:

1) 如果 $k \leq c$, 且 $S^2 \leq \text{var}[S_k(t_0; \theta_s)]$, 接受该批产品;

2) 如果 $k > c$, 或 $S^2 > \text{var}[S_k(t_0; \theta_s)]$, 拒绝该批产品.

制订满足上述检验规则的抽样检验方案,就是在给定的 $\theta_0, \theta_1, \alpha, \beta$ 条件下,求满足方程

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t_0}{\theta_0}})^k e^{-(n-k)\frac{t_0}{\theta_0}} = 1 - \alpha, \\ \sum_{k=0}^c \binom{n}{k} (1 - e^{-\frac{t_0}{\theta_1}})^k e^{-(n-k)\frac{t_0}{\theta_1}} = \beta. \end{cases} \quad (21)$$

的 (n, c) . (n, c) 就是抽样检验方案.

4 t_0 的取值

基于可靠飞行时间的抽样检验非常关键的一个环节,就是确定 t_0, t_0 的取值大小,决定了检验的效力.从式(21)可以看出,其实 $(1 - e^{-\frac{t_0}{\theta}})$ 就是计数抽样检验中产品的缺陷率,或者称为产品的不可靠度.借助这两者之间的关系,可以确定 t_0 的取值.

设导弹设计的任务飞行可靠度为 R , 任务飞行时间为 θ_s , 则

$$1 - R = 1 - e^{-\frac{t_0}{\theta_s}}. \quad (22)$$

即

$$t_0 = -\theta_s \ln R. \quad (23)$$

由式(5)知 $\theta_s = -\frac{t_{\max}}{\ln R}$, 故

$$t_0 = -\frac{t_{\max}}{\ln R} \cdot \ln R = t_{\max}. \quad (24)$$

因此,在海防战术导弹的检验中,一般采用任务飞行时间作为实际试验截止时间.

5 与计数抽样检验方案的比较

对飞行可靠度为 0.90、任务飞行时间为 1 000 s, 命中概率为 0.75 的海防战术导弹,分别用计数抽样检验和本文的方法进行抽样检验方案设计.

5.1 计数抽样检验方案

已知命中概率为 $P = 0.75$, 取 $P_0 = 0.7, P_1 = 0.50, \alpha = \beta = 0.20$, 得到抽样检验方案如表 1 所示.

表 1 计数抽样检验方案

序号	抽样数 n	容许最大失败数 c	生产方风险 α	使用方风险 β
1	11	4	0.210 3	0.274 4
2	14	5	0.219 5	0.212 0
3	16	6	0.175 3	0.227 2
4	17	6	0.224 8	0.166 2
5	18	7	0.140 7	0.240 3
6	19	7	0.182 0	0.179 6

从表 1 可以看出,序号 2、3、4 的方案在抽样数、失败数和检验风险上比较适中,如果样本数有严格要求,也可以选择序号 1,但使用方要承担较大风险.

5.2 本文方法的检验方案

取飞行可靠性 $R = 0.9$, 经计算得 $\theta_s = 949.1$ s;

取 $\theta_0 = 800\ 0\ s, \theta_1 = 4\ 000\ s, t_0 = 1\ 000\ s, \alpha = \beta = 0.20$, 得抽样检验方案如表2所示.

表2 基于可靠飞行时间的抽样检验方案

序号	抽样数 n	容许最大 失败数 c	生产方 风险 α	使用方 风险 β
1	11	2	0.130 3	0.250 1
2	12	2	0.159 3	0.214 7
3	13	2	0.190 0	0.183 7
4	14	2	0.221 9	0.156 5
5	15	2	0.254 9	0.133 0
6	17	3	0.130 6	0.128 3

从表2可以看出, 序号2、3、4的方案在抽样数、失败数和检验风险上比较适中.

对比2种抽样检验方法, 可以看出, 本文提出的检验方法与计数抽样检验相比具有的优势为:

1) 在同样检验条件下, 所需要的试验子样数要少于计数抽样检验的子样数, 可以降低检验成本;

2) 检验充分. 试验飞行过程覆盖了导弹的整个飞行包络线, 可以充分考核导弹的飞行可靠性;

3) 简化了试验组织指挥的难度, 减少了测控系统的负担, 降低了试验费用.

6 结 论

1) 本文的抽样检验方案与计数抽样检验方案相比, 具有检验指标准确, 检验内容丰富, 检验力强的特点.

2) 解决了计数抽样检验中不能进行质量一致性检验的问题, 完善了抽样检验内容, 达到了检验的目的.

3) 基于战术导弹的共同性, 该方法可以应用于其他战术导弹的批生产抽样检验中.

参考文献:

[1] LAWLESS J F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data[M]. New York: Wiley, 1982.

[2] 王 宏. 混合截尾寿命试验情形下指数分布平均寿命的置信限[J]. 应用概率统计, 1996, 12(4): 348 - 354.

[3] 刘宝友, 王 燕, 茆诗松. 指数分布定时截尾试验失效率近似置信区间[J]. 应用概率统计, 1999, 15(3): 234 - 238.

[4] 吴启光, 吕建华. 定时截尾试验下指数分布产品可靠性抽样检验方案[J]. 系统科学与数学, 2003, 23(2): 145 - 154.

[5] LAM Y. An optimal single variable sampling plan with censoring [J]. The Statistician, 1990, 39(1): 53 - 66.

[6] LAM Y. Bayesian variable sampling plans for the exponential distribution with type I censoring [J]. The Annals of Statistics, 1994, 22(2): 696 - 711.

[7] LAM Y, CHOY S T B. Bayesian variable sampling plans for the exponential distribution with uniformly distributed random censoring [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1995, 47(3): 277 - 293.

[8] HUANG Wentao, LIN Yupin. Bayesian sampling plans for exponential distribution based on uniform random censored data [J]. Computation Statistics & Data Analysis, 2004, 44(4): 669 - 691.

[9] LIN Chientai, HUANG Yenlung, BALAKRISHNAN N. Exact Bayesian variable sampling plans for the exponential distribution based on type-I and type-II hybrid censored samples [J]. Communications in Statistics—Simulation and Computation, 2008, 37: 1101 - 1116.

[10] BARTHOLOMEW D J. A problem in life testing [J], Journal of American Statistical Association, 1957, 52(279): 350 - 355.

(编辑 张 红)