

修正心形线式内曲线径向柱塞马达脉动分析

于红英, 钟汉田, 李 硕

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 150001 哈尔滨, mcadyhy@hit.edu.cn)

摘 要: 为设计出输出特性良好的内曲线径向柱塞式液压马达, 提出了一种新型的内曲线——修正心形线. 该曲线为一条简单、连续、封闭且高次可微的周期性曲线, 可解决内曲线马达的内部冲击问题. 选用修正心形线作为马达的内曲线, 通过理论推导, 分析不同周期数和柱塞数对马达相位的影响. 相位分析结果表明: 马达的脉动情况取决于马达的等效柱塞数. 推导了该曲线形式下马达的脉动率通用公式, 结果表明, 随着等效柱塞数的增加, 马达脉动率减小. 仿真结果验证了理论分析结果的正确性.

关键词: 径向柱塞马达; 内曲线; 修正心形线; 排量脉动率

中图分类号: TH137.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2012)03-0044-05

The analysis on the flow pulsation of radial piston motor with the modified heart-shaped curve as inner curve

YU Hong-ying, ZHONG Han-tian, LI Shuo

(School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, mcadyhy@hit.edu.cn)

Abstract: To design a better output performance radial piston motor with inner curve, a new-type inner curve which is named modified heart-shaped curve is presented. The curve is simple, continuous, closed and higher-order differentiable. Using this curve as an inner curve of radial piston motor, the internal impact problem is solved. The influence of the piston's number and periodicity to the phase position are analyzed. The result shows that the motor's pulsation rate depends on the equivalent number of piston. A general formula for the pulsation rate of the motor with the modified heart-shaped curve as an inner curve is derived, and the formula shows that the motor's pulsation rate decreases with the increase of the equivalent piston number. At last, the conclusions are certified by simulation.

Key words: radial piston motor; inner curve; the modified heart-shaped curve; flow pulse rate

多作用内曲线径向柱塞马达具有体积小、排量大的优点, 其低速大扭矩的输出特性在静压驱动技术(HST)中具有广泛的应用^[1]. 文献[2-3]对该类马达的输出稳定性能进行了分析, 表明该类马达在低速大扭矩的应用场合输出特性比较稳定. 文献[4-5]对该类马达内部柱塞和滚子的磨损和润滑情况进行了分析. 在滚柱、导轨材料的合理选取, 内曲线导轨的加工、热处理工艺进一步完善的同时, 曲线的设计和改进行在国内一直是内曲线马达开发研究的核心^[6]. 国产的最新 ZJM 系列径向柱塞马达中, 采用等加速-等减速形式曲线

作为马达的内曲线. 文献[7]对该类曲线进行的研究结果表明, 该类曲线所造成的柔性冲击对内曲线导轨的疲劳点蚀影响较大. 国内一些专家从内曲线导轨的接触疲劳强度的角度进行分析, 提出了等接触应力曲线^[8]. 但由于该曲线形式比较复杂, 在实际加工过程中, 往往达不到其精度要求而不能广泛应用.

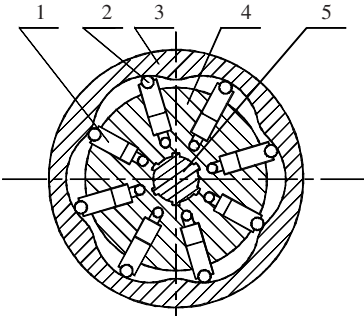
为了获得形式简单, 并且没有冲击的马达导轨内曲线形式, 本文对心形线进行幅值和周期修正, 将修正后的曲线形式作为马达的内曲线. 推导了修正心形线作为内曲线时马达的脉动率公式, 为寻求该曲线形式下马达脉动率较小的情况提供了理论依据.

收稿日期: 2011-05-24.

作者简介: 于红英(1968—), 女, 教授, 博士生导师.

1 内曲线径向柱塞马达的工作原理

内曲线径向柱塞马达的工作原理如图 1 所示,工作部分主要由中心配油盘、柱塞、滚子及内曲线导轨等组成.当马达工作时,高压油通过配油装置进入对应的柱塞腔内,柱塞在高压油的推动下,带动滚子沿径向向外运动,滚子与内曲线导轨相互作用,产生切向力,带动中心配油盘旋转,从而输出扭矩,同时将处于低压区的柱塞腔内的低压油排出.通过不断地通入高压油而排出低压油来实现马达连续工作^[9].马达的排量,脉动情况,内曲线导轨的受力等都取决于马达的内曲线,所以马达的内曲线至关重要.

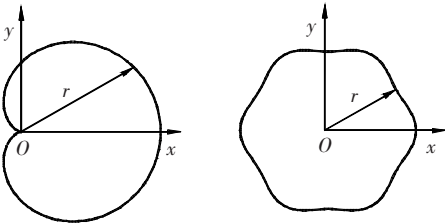


1—柱塞; 2—滚子; 3—内曲线导轨; 4—中心配流盘; 5—输出轴
图 1 内曲线马达工作原理

2 马达的排量脉动分析

2.1 修正心形线

参照数学手册心形线的形式 $r = a(1 - \cos \theta)$, 通过将其进行幅值扩展和周期扩展修正为 $r = A[1 - B\cos(n\theta)]$ (其中 A, B, n 为参数), 可以获得一种适合作为马达内曲线的曲线形式. 图 2 为心形线和修正心形线示意图.



(a) 心形线 $r = a(1 + \cos \theta)$ (b) 修正心形线 $r = A[1 + B\cos(n\theta)]$
图 2 心形线和修正心形线

从修正心形线的公式可以看出: A 值决定了曲线轮廓大小, B 值决定了曲线幅值变化大小, n 值决定了曲线的周期数. 修正心形线的优点在于其各阶连续可导, 柱塞运动的速度、加速度等都是连续的, 克服了“硬冲”、“软冲”等冲击问题, 而且曲线所形成的内曲线导轨形式比较简单, 便于加工制造.

设马达柱塞数为 N , 曲线周期数为 n . 根据修

正心形线的方程, 可以求得柱塞每个周期内的行程为 $2AB$, 则马达的每转排量为

$$q_M = 2ABS N n.$$

其中 S 为柱塞截面积 (mm^2).

2.2 马达脉动情况分析

为了便于分析, 不考虑滚子半径的影响, 令滚子半径 $r_g = 0$, 根据曲线的表达式可以得到任意柱塞的瞬时流量 q_{θ_i} 为

$$q_{\theta_i} = \begin{cases} wABS n \sin(n\theta_i), & \theta_i \in \theta_h; \\ 0, & \theta_i \notin \theta_h. \end{cases}$$

其中, w 为马达转动角速度 rad/s ; θ_h 为高压腔角度范围, rad .

马达的瞬时流量为

$$q_{\theta} = wABS n \sum_{i=1}^N \sin \theta_i, \quad \theta_i \in \theta_h. \quad (1)$$

由于需要判断每个柱塞是否处于高压腔, 所以用公式(1)无法直接求得马达的脉动情况. 下面首先对单个周期时马达的脉动情况进行分析, 然后分析多个周期时马达的脉动情况.

2.2.1 单周期时马达脉动率分析

为便于分析, 将所有柱塞进行编号, 令 1 号柱塞位于高压进油区的起始点位置. 按照最小周期理论^[6], 马达的最小周期为 $2\pi Z/(nN)$ (Z 为 n 和 N 的最大公约数, 当 n, N 不存在公约数时 $Z = 1$), 表示马达最小转过 $2\pi Z/(nN)$ 时, 马达柱塞相位与初始时相同. 由于柱塞都是均匀分布的, 每相邻两个柱塞的相位差为 $2\pi/N$, 第 i 号柱塞的相位为 $2\pi(i-1)/N$. 令高压腔角度范围为 $0 \sim \pi$, 下面分马达柱塞数为奇数和偶数两种情况进行讨论.

1) N 为偶数时, 位于高压腔的柱塞数与低压腔的柱塞数相等, 都是 $N/2$. 在一个最小周期内, 1 号柱塞到 $N/2$ 号柱塞全部都位于高压进油区, $N/2 + 1$ 号柱塞到 N 号柱塞全部位于低压排油.

当 1 号柱塞转动角度为 θ 时, (其中 $0 \leq \theta < 2\pi/N$), 按照以上分析, 1 ~ $N/2$ 号柱塞全部进油. 带入公式(1)得到马达瞬时流量公式为

$$q_{\theta} = wSABn \left| \sum_{i=1}^{N/2} \sin \theta_i \right| = wSAB \left[\sin \theta + \cdots + \sin(\theta + (i-1)2\pi/N) + \cdots + \sin(\theta + (N/2-1)2\pi/N) \right],$$

化简得

$$q_{\theta} = \frac{wABS}{\sin(\pi/N)} \sin\left(\theta + \frac{N-2}{2N}\pi\right).$$

令 $K = \frac{wABS}{\sin(\pi/N)}$, 瞬时流量公式可以转化为如下形式:

$$q_{\theta} = K \sin\left(\theta + \frac{N-2}{2N}\pi\right).$$

在 $0 \leq \theta < 2\pi/N$ 的条件下,最大瞬时流量

$$q_{\max} = K, \text{最小瞬时流量为 } q_{\min} = K \sin\left(\frac{N-2}{2N}\pi\right).$$

马达的脉动率公式^[10]为

$$\delta = 2(q_{\max} - q_{\min}) / (q_{\max} + q_{\min}). \quad (2)$$

将最大瞬时流量 $q_{\max}$ 与最小瞬时流量 $q_{\min}$ 带入式(2),得到偶数柱塞时马达的脉动率表达式

$$\delta = 2 \frac{\left[1 - \sin\left(\frac{N-2}{2N}\pi\right)\right]K}{\left[1 + \sin\left(\frac{N-2}{2N}\pi\right)\right]K} = 2 \frac{\tan\left(\frac{1}{2N}\pi\right)}{\tan\left(\frac{N-1}{2N}\pi\right)}.$$

2) 当 N 为奇数时,且1号柱塞相位为0时,位于高压区的柱塞数 $(N+1)/2$,位于低压区的柱塞数为 $(N-1)/2$,马达的最小周期为 $2\pi/N$. 当马达转动 π/N 时,第 $(N+1)/2$ 号柱塞相位为 π ,此时位于高压腔的柱塞数为 $(N-1)/2$,而位于低压腔的柱塞数为 $(N+1)/2$,继续转动 π/N 后一个最小周期结束. 下面分别计算两部分的瞬时排量.

(1) 当马达转角 $0 \leq \theta < \pi/N$ 时,马达有 $(N+1)/2$ 个柱塞处于高压进油区,马达瞬时排量为

$$q_{\theta} = wABS \left| \sum_{i=1}^{(N+1)/2} \sin \theta_i \right| = wABS \left[\frac{\sin\left(\theta + \frac{N-1}{2N}\pi\right) \sin\left(\frac{N+1}{2N}\pi\right)}{\sin(\pi/N)} \right].$$

(2) 当马达转角 $\pi/N \leq \theta < 2\pi/N$ 时,马达有 $(N-1)/2$ 个柱塞处于高压进油区,马达瞬时排量为

$$q_{\theta} = wASB \left| \sum_{i=1}^{(N-1)/2} \sin \theta_i \right| = \frac{wABS \sin\left(\theta + \frac{N-3}{2N}\pi\right) \sin\left(\frac{N-1}{2N}\pi\right)}{\sin(\pi/N)}.$$

令 $K = wABS \sin((N+1)/(2N))$,那么奇数柱塞的流量为

$$q_{\theta} = \begin{cases} K \sin\left(\theta + \frac{N-1}{2N}\pi\right), & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{N}; \\ K \sin\left(\theta + \frac{N-3}{2N}\pi\right), & \frac{\pi}{N} \leq \theta < \frac{2\pi}{N}. \end{cases} \quad (3)$$

从式(3)可以得到柱塞数为奇数时马达的最大瞬时流量为 $q_{\max} = K \sin((N+1)\pi/(2N))$,最小瞬时流量 $q_{\min} = K \sin\left(\frac{N-1}{2N}\pi\right) \sin\left(\frac{N+1}{2N}\pi\right)$,

则马达的脉动率为

$$\delta = 2 \frac{1 - \sin\left(\frac{N-1}{2N}\pi\right)}{1 + \sin\left(\frac{N-1}{2N}\pi\right)} = \frac{2 \tan\left(\frac{1}{4N}\pi\right)}{\tan\left(\frac{2N-1}{4N}\pi\right)}.$$

2.2.2 多周期时马达脉动率分析

下面对多个周期的脉动情况进行分析. 将内曲线按角度在 $0 \sim 2\pi$ 内展开, N 个柱塞均匀分布于 n 个周期上,相邻两个柱塞间隔为 n/N 个周期,每个周期对应的角度为 $2\pi/n$. 令1号柱塞初始时位于周期1的初始位置,而且马达周期数与柱塞数没有公约数,分析全部柱塞的相位. 根据周期性的定义,一个柱塞平移任意整数个周期数,对该柱塞的运动规律没有影响,因此可以将马达所有柱塞全部移动整数个周期,使其全部位于第1个周期,平移后各个柱塞的相位分别为

1号柱塞,相位为0;

2号柱塞,相位为 $\left\{\frac{n}{N} - \left[\frac{n}{N}\right]\right\} \frac{2\pi}{n}$;

...

i 号柱塞,相位为 $\left\{\frac{(i-1)n}{N} - \left[\frac{(i-1)n}{N}\right]\right\} \frac{2\pi}{n}$;

...

N 号柱塞,相位为 $\left\{\frac{(N-1)n}{N} - \left[\frac{(N-1)n}{N}\right]\right\} \frac{2\pi}{n}$.

其中 $[\]$ 表示对内部值取整数.

图3为3周期7柱塞时按照上述方法移动后的相位分布图,当全部移动到第一周期后柱塞的排列顺序发生了变化.

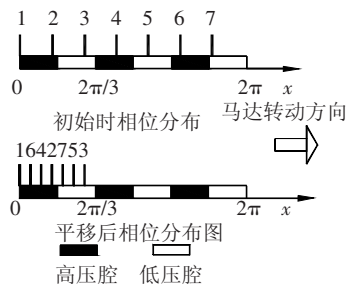


图3 多周期时柱塞相位分布

如果每个柱塞相位各不相同,那么可以推得 N 个柱塞在周期1上均匀分布. 用反证法进行证明:

对于 i 号柱塞,将其移动到第一个周期后,其相位为

$$\left\{\frac{(i-1)n}{N} - \left[\frac{(i-1)n}{N}\right]\right\} \frac{2\pi}{n}.$$

假设对于 k 号柱塞 ($k \neq i$),将其移动到第一个周期后,其相位与 i 号柱塞相位相同,即可以得到

$$\frac{(k-1)n}{N} - \left[\frac{(k-1)n}{N}\right] = \frac{(i-1)n}{N} - \left[\frac{(i-1)n}{N}\right].$$

那么可以推知,第 i 个柱塞与第 k 个柱塞之间存在

整数个周期,即 $(k-i)n/N$ 为整数.

又因为 $N、n$ 不存在公约数,所以在 $1\sim N$ 内只有当 $k=i$ 时满足条件,与假设相反,所以假设不成立.也就是说,任意两个柱塞的相位是不相同的.

当 $N、n$ 存在大于1的公约数 Z 时,移动后会出现 Z 个柱塞位于同一位置,在该种情况下,相当于存在 N/Z 个不同的位置,等效柱塞数为 N/Z .

对于任意周期柱塞数下马达的脉动率公式进行推导,将马达平移后的等效柱塞数 $N'=N/Z$,将移动后的马达重新编号为 $1'$ 号到 N' 号,代入式(1)后,同样分 N' 为奇数和偶数两种情况,参照单周期时马达的计算方法得到等效柱塞数为奇数和偶数两种情况的马达瞬时流量.

柱塞数为奇数时,马达瞬时流量方程为

$$q_{\theta} = \begin{cases} K\sin\left(n\theta + \frac{N'-1}{2N'}\pi\right), & 0 \leq \theta < \frac{\pi Z}{nN} \\ K\sin\left(n\theta + \frac{N'-3}{2N'}\pi\right), & \frac{\pi Z}{nN} \leq \theta < \frac{2\pi Z}{nN} \end{cases}$$

其中, $K = \frac{wABSZ\sin\left(\frac{N'-1}{2N'}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N'}\right)}$.

偶数柱塞马达的瞬时流量方程为

$$q_{\theta} = K\sin\left(n\theta + \frac{N'-2}{2N'}\pi\right), \quad 0 \leq \theta < \frac{2\pi Z}{nN}.$$

其中,

$$K = wABSZ/\sin(\pi/N').$$

最终得到马达在任意周期数 n 与柱塞数 N 下的脉动率方程为

$$\delta = \begin{cases} 2\frac{\tan\left(\frac{1}{2N'}\pi\right)}{\tan\left(\frac{N'-1}{2N'}\pi\right)}, & N' = 2k, \quad (k = 0,1,2,\cdots); \\ 2\frac{\tan\left(\frac{1}{4N'}\pi\right)}{\tan\left(\frac{2N'-1}{4N'}\pi\right)}, & N' = 2k+1, \quad (k = 0,1,2,\cdots). \end{cases} \quad (4)$$

其中: N' 为等效柱塞数, $N'=N/Z$; Z 为周期数 n 与柱塞数 N 的最大公约数.

3 仿真验证

为了更加直观地反映马达各种情况下的脉动率,应用 MATLAB 对其流量进行仿真验证. 令 $A=100\text{ mm}$, $B=0.05$, $S=1\text{ mm}^2$, $w=1\text{ rad/s}$ 计算马达的流量.

1)当柱塞数为奇数时,以柱塞数取5为例,

取周期数分别为2、3、4,流量脉动情况如图4所示,仿真结果如表1所示.

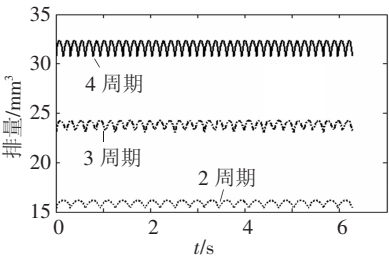


图4 柱塞数 $N=5$ 时不同周期数下马达的流量

表1 柱塞为5时不同周期下马达的脉动率

周期数	$q_{\max}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	$q_{\min}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	脉动率/%
2	16.180	15.388	5.017 7
3	24.271	23.083	5.017 5
4	32.350	30.777	4.983 6

柱塞数为奇数,而且柱塞数 N 与周期数 n 最大公约数 $Z=1$,将 $N'=5$ 代入式(4)计算其理论脉动率

$$\delta = \frac{2\tan\left(\frac{1}{4N'}\pi\right)}{\tan\left(\frac{2N'-1}{4N'}\pi\right)} = \frac{2\tan\left(\frac{1}{20}\pi\right)}{\tan\left(\frac{10-1}{20}\pi\right)} = 5.017\text{ }1\%.$$

将仿真得到的结果(表1)与理论计算的结果进行比较,可以看到脉动率结果基本保持一致,其最大误差不超过1%.

2)当柱塞数为偶数时,以柱塞数取8为例进行说明,取周期数分别为2、3、5、6,流量脉动如图5所示,仿真结果如表2所示.

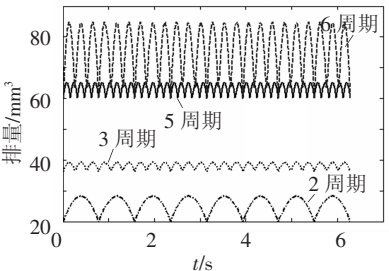


图5 柱塞数为8时流量

表2 柱塞数为8时不同周期下马达的脉动率

周期数	$q_{\max}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	$q_{\min}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	脉动率/%
2	28.271	20.000	34.269 0
3	39.192	36.213	7.900 9
5	65.311	60.355	7.887 6
6	84.811	60.000	34.267 0

当周期数为3和5时,马达周期数与柱塞数最大公约数 $Z=1$,将 $N'=8$ 代入式(4),求得马达的理论脉动率为

$$\delta = 2 \frac{\tan\left(\frac{1}{2N'}\pi\right)}{\tan\left(\frac{N'-1}{2N'}\pi\right)} = 2 \frac{\tan\left(\frac{1}{16}\pi\right)}{\tan\left(\frac{7}{16}\pi\right)} = 7.913\,2\%.$$

当周期数为 2 和 6 时,因为周期数与柱塞数最大公约数为 $Z = 2$,等效柱塞数为 $N' = 8/2 = 4$,代入式(4) 计算马达的理论脉动率为

$$\delta = 2 \frac{\tan\left(\frac{1}{2N'}\pi\right)}{\tan\left(\frac{N'-1}{2N'}\pi\right)} = 2 \frac{\tan\left(\frac{1}{8}\pi\right)}{\tan\left(\frac{4-1}{8}\pi\right)} = 34.314\%.$$

可以看出,仿真得到的结果与理论计算的结果基本一致,其最大误差不超过 1%,证明了理论推导的正确性.通过式(4) 可以得到在修正心形线作为内曲线的马达在不同等效柱塞数下马达的脉动值,如表 3 所示.

表 3 不同等效柱塞数下马达的脉动率

等效柱塞数	4	5	6	7	8	9
脉动率/%	34.31	5.017	14.35	2.539	7.913	1.531

从表 3 可以看出,等效柱塞数为奇数时马达的脉动率小于偶数时马达的脉动率;因此为了减小马达的脉动率,应当尽量选择等效柱塞数为奇数.

该类马达通常选择 8 周期 10 柱塞结构形式,马达的等效柱塞数为 5,选择修正心形曲线形式时其理论脉动率为 0.05. 曲线的最大向径与最小向径之比通常为 1.1,那么 B 值在 0.05 左右, A 值的大小与马达整体的排量相关, A 值越大,马达排量越大.

4 结 论

1) 本文将心形线进行幅值和周期修正,得到了一种新的曲线形式,以修正心形线作为径向柱塞马达的内曲线导轨形式,其结构简单而且对马达没有冲击影响.

2) 对相位的分析表明,多作用内曲线马达的脉动情况取决于马达的等效柱塞数. 对于其他形式的内曲线马达在进行脉动分析时,可以只分析

一个周期内不同等效柱塞数的脉动情况,即可得到任意周期数和柱塞数下的马达的脉动情况.

3) 推导了在修正心形曲线形式下马达脉动率的计算公式,从公式中可以看出,等效柱塞数为奇数且数值越大时马达的脉动率越小. MATLAB 仿真证明了理论分析的正确性.

参考文献:

[1] HUANG H T. Modeling and simulation of hydrostatic transmission system with energy regeneration using hydraulic accumulator[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24(5):1163 – 1175.

[2] MANDAL S K, DASGUPTA K. Theoretical and experimental studies on the steady performance of low-speed high-torque hydrostatic drives. [J]. Mechanical Engineering Science, 2009, 223(11):1 – 12.

[3] DASGUPTA K, MONDAL S K. Analysis of the steady-state performance of multi-plunger hydraulic pump[J]. Power and Energy, 2002, 216(6):471 – 479.

[4] SJODIN U I, OLOFSSON U L O. Experimental study of wear interaction between piston rings and piston groove in a radial piston hydraulic motor[J]. WEAR, 2004, 257(12):1281 – 1287.

[5] TOSHIHARU. Mixed lubrication simulation of hydrostatic spherical bearings for hydraulic piston pumps and motor [J]. Advanced Mechanical Design Systems, and Manufacturing, 2008, 2(1):71 – 82.

[6] 尤欣荣. 面向 HST 内曲线液压马达的设计与研究 [D]. 杭州: 浙江大学机械与能源学院, 2002.

[7] 陈晓明. 内曲线径向柱塞液压马达压力冲击问题探讨[J]. 液压与气动, 2004(7):8 – 9.

[8] ZHOU Tianyue. Displacement vibration analysis for stator of a constant-pressure radial piston pump[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(7):162 – 165.

[9] 燕相彪, 张显超, 胡华平, 等. 径向柱塞式多作用内曲线马达: 中国, 101709685 [P]. 2010 – 5 – 19.

[10] 罗昌杰. 多齿轮马达的参数化设计与研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学机电学院, 2006.

(编辑 杨 波)