

斜拉索-调谐质量阻尼器系统复模态分析

罗 帅^{1,2}, 刘红军¹, 王 刚³

(1. 哈尔滨工业大学 深圳研究生院, 518055 广东 深圳; 2. 华南理工大学 土木与交通学院, 510641 广州;

3. 深圳大学 土木工程学院, 518060 广东 深圳)

摘 要: 针对斜拉索减振常用黏滞阻尼器的一些不利因素如安装位置、刚度、耦合运动等, 提出斜拉索-调谐质量阻尼器(TMD)系统的减振模型, 运用复模态方法分析得到以超越方程形式表达的系统自由振动阻尼特性的解析形式, 采用数值方法求得系统最优模态阻尼比和阻尼器最优设计参数的近似解析解. 结果表明: 斜拉索振动的 TMD 减振策略能有效克服常用的理想阻尼器安装位置在拉索端部的局限, 新的 TMD 设计参数优化方法同时考虑了 TMD 系统刚度、质量、阻尼等参数对减振系统模态阻尼比的影响, 是适合工程应用的斜拉索减振模型.

关键词: 斜拉索; 调谐质量阻尼器; 振动模型; 模态阻尼

中图分类号: TU352.1

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2012)06-0058-04

Complex modal analysis of stay cable with tuned mass damper system

LUO Shuai^{1,2}, LIU Hong-jun¹, WANG Gang³

(1. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, 518055 Shenzhen, Guangdong, China;

2. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, 510641 Guangzhou, China;

3. College of Civil Engineering, Shenzhen University, 518060 Shenzhen, Guangdong, China)

Abstract: The adverse factors such as damper position and damper, stiffness, and couple movement et al. are not avoidable in existing bridge cable mitigation models. In this study, A stay cable with a Tuned mass damper (TMD) installed is proposed for vibrate reduction. Damping properties in the free vibration of the system were extracted by complex-mode analysis technique. Explicit analytical approximation was obtained by numerical method. Result shows that the proposed TMD system damping stay cables vibration strategy could effectively overcome the common position limitations of idealized damper. The new optimization method taking account a thorough effect of the TMD system stiffness, mass, damping and other parameters on the damping ratio of modal parameters in cable vibrating reduction model. Hence the new model matches well with the actual occurrence in bridge engineering.

Key words: stay cable; tuned mass damper; vibration model; modal damping

拉索作为一种高效承受拉力的结构构件在土木工程中有着广泛的应用, 例如斜拉桥、网架、悬挂屋盖、桅杆等大跨和高耸结构. 斜拉索是斜拉桥的主要受力构件, 由于斜拉索质量轻、阻尼小、柔

性大, 极易在风、雨、车辆、支座激励等外界因素作用下产生不同机理的振动. 斜拉索的振动控制已经成为斜拉桥建造中必须考虑解决的关键问题之一. 这些振动经常被提到是因为它们会导致拉索的过大变形, 特别是在锚固处的附近, 可能会导致内部索股的疲劳破坏^[1]. 为了控制拉索的振动, 结构中常采用附加阻尼器、气动措施或辅助索等方法, 其中在拉索-桥面间附加耗能减振阻尼器是目前斜拉索振动控制的主要手段之一^[2].

国内外学者对相应的阻尼器设计方法展开了

收稿日期: 2011-06-22.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51078119); 深圳市科技计划支撑项目(JC200903120209A).

作者简介: 罗 帅(1981—), 男, 博士后;

刘红军(1968—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 罗 帅, 200677@gmail.com.

广泛研究, Krenk^[3] 采用迭代方法建立了更为精确的阻尼器设计解析模型; Main 和 Johns^[4-5] 用相同的方法建立了自振状态下的阻尼器设计分析方法, 并对外部阻尼器导致的系统频率变化进行了探讨; 罗帅等^[6] 建立了计及阻尼器耦合振动的斜拉索减振分析理论模型, 并采用复模态分析方法对拉索 - 阻尼器系统的模态阻尼特性进行了数值分析; Xu 和 Yu^[7-8] 采用混合方法建立了更为通用的斜拉索三维振动模型, 并对其外部荷载作用下的阻尼器参数优化进行了研究; Li Hui 等^[9] 分析了拉索 - 阻尼器系统的负刚度效应, 并进行了实验验证. 尽管附加阻尼器在某些拉索减振应用中十分有效, 但是考虑到斜拉桥整体的美观等因素, 一般要求阻尼器的安装位置接近索端, 即阻尼器的安装位置距离索端的距离一般小于拉索长度的 5%, 其减振效果有限, 此外阻尼器的一些非理想因素如阻尼器刚度等也会对减振效果产生不利影响^[10]. 调谐质量阻尼器系统 (以下简称 TMD) 可以放置在沿拉索方向上的任意位置, 能有效克服常用阻尼器安装位置受限及耦合振动等缺点^[11]. 因此, 有必要对 TMD 系统在斜拉索减振方面的工程应用可行性展开理论研究并探索相应的工程应用设计方法.

1 拉索 - 阻尼器系统的控制方程

为满足工程应用的需要, 设计了如图 1 所示的拉索 - TMD 减振系统: 将弹簧和理想的线性阻尼器并联起来安装在圆环形的质量块上, 然后将制作好的 TMD 系统用套管安装在斜拉索上. 在能体现问题本质的前提下, 建立如图 2 所示的平面内斜拉索减振系统, 设在静平衡状态下的索力为 T , 拉索单位长度质量为 m , 拉索倾角为 θ , 索的总长为 L , 阻尼器的位置在距离拉索桥面锚固端 l_1 的位置. 为了方便推导, 假设拉索两锚固点连方向和 x 轴向一致, 垂直方向为 y 轴, 记 $x_2 = L - x_1$, $l_2 = L - l_1$. 拉索平面内位移分量为 v , 假设拉索本身无阻尼, 且由于张力远大于其自重, 因此各段拉索的动力特性方程可表示为

$$T \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_k^2} = m \frac{\partial^2 v_k}{\partial t^2}. \quad (1)$$

式中: v_k 为各段拉索的横向位移, x_k 为第 k 段拉索的轴向坐标 ($k = 1, 2$).

偏微分方程 (1) 在拉索上除阻尼器安装点外处处成立, 可由以下边界条件求解.

$$v(0, t) = 0, \quad v(L, t) = 0. \quad (2)$$

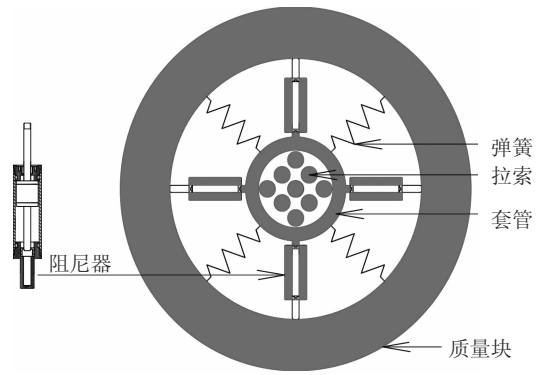


图 1 拉索-TMD 构造模型

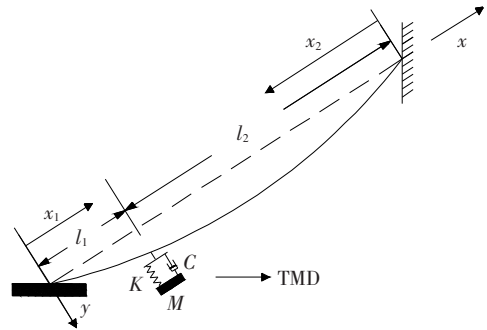


图 2 斜拉索 TMD 减振模型

由分离变量法可知, 满足边界条件 (2) 的偏微分方程 (1) 的解具有如下形式:

$$v_k(x_k, t) = V_k(x_k) e^{i\omega t}, \quad (3)$$

其中 ω 为复特征频率. 将式 (3) 带入式 (1) 可得如下形式的常微分方程:

$$\frac{d^2 V_k(x_k)}{dx_k^2} = \omega^2 \frac{m}{T} V_k(x_k). \quad (4)$$

在阻尼器安装点处必须满足相应位移的连续条件:

$$v_1(l_1, t) = v_2(l_2, t) = \gamma, \quad (5)$$

其中 γ 为 TMD 安装点处拉索的振幅, 引入复波数 $\beta = \omega \sqrt{m/T}$ 由上述边界和连续条件, 求解方程 (1) 可得拉索位移为

$$V_k(x_k) = \gamma \frac{\sin(\beta x_k)}{\sin(\beta l_k)}. \quad (6)$$

图 2 中 TMD 安装点的竖向平衡方程为

$$T \left(-\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=l_1} - \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=l_2} \right) = K(v_1 \Big|_{x_1=l_1} - v_d) + C \left(\frac{dv_1}{dt} \Big|_{x_1=l_1} - \frac{dv_d}{dt} \right), \quad (7)$$

式中 v_d 为阻尼器竖向位移.

与此同时, TMD 阻尼器系统平衡方程为

$$K(v_1 \Big|_{x_1=l_1} - v_d) + C \left(\frac{dv_1}{dt} \Big|_{x_1=l_1} - \frac{dv_d}{dt} \right) - M \frac{d^2 v_d}{dt^2} = 0. \quad (8)$$

对于拉索阻尼器系统的每一阶振动模态, 阻

尼器在其安装点振动形式和拉索是一致的,这样阻尼器的位移可表示为

$$v_d = \alpha v_k, \quad (9)$$

式中 α 为阻尼器和相应位置拉索的复幅值比,由解 ω 所决定. 通过代入 $K = M\omega_d^2, C = 2\xi M\omega_d$,可从方程(8)中推导出 α ,

$$\alpha = \frac{1 + 2\xi\rho i}{1 + 2\xi\rho i - \rho^2}. \quad (10)$$

式中: ω_d 和 ξ 分别为TMD自振频率和阻尼器阻尼比, $\rho = \omega/\omega_d$ 为拉索基频和TMD振动频率之比,称之为频率比. 当频率比 $\rho = 1/k, k = 1, 2, \dots, n$ 时,称之为第 i 阶模态调谐,本文取第一阶模态调谐.

将方程(3), (6), (10)代入方程(7)得到系统的复特征频率方程:

$$\cot(\beta l_1) + \cot(\beta l_2) = \frac{M\alpha\omega^2}{T\beta}. \quad (11)$$

方程(11)的复波数解记为 $\beta_n, n = 1, 2, 3, \dots$,与之对应的复特征频率记为 ω_n ,则模态阻尼比 ζ_n 与复特征频率 ω_n 之间的关系为

$$\omega_n = |\omega_n| (\sqrt{1 - \zeta_n^2} + i\zeta_n). \quad (12)$$

为了便于推导其近似解析式,由 $l_1 + l_2 = L$,可将斜拉索-TMD系统的复特征频率方程(11)表示为

$$\tan(\beta L) = \frac{\frac{M\alpha\omega^2}{T\beta} \sin^2(\beta l_1)}{\frac{M\alpha\omega^2}{T\beta} \sin(\beta l_1) \cos(\beta l_1) - 1}. \quad (13)$$

将系统频率方程表示成式(13)的形式,主要是为了便于推导其近似解析解.

2 系统的复模态近似求解

为了分析斜拉索-TMD系统模态阻尼比的影响参数和模态特性,先推导系统的近似解析式,将波数 β 表示成无阻尼波数 β_n^0 和微小摄动 ε 的和, $\beta_n = \beta_n^0 + \varepsilon$,无阻尼波数 $\beta_n^0 = \frac{n\pi}{L}$,那么

$$\tan(\beta_n L) = \varepsilon L + o[(\varepsilon L)^3] \approx \beta_n L - n\pi. \quad (14)$$

将式(14)代入方程(13)中,并将其他的三角函数项分别展开成泰勒级数,忽略高阶微量,化简后可得

$$\beta_n L \approx n\pi + \frac{\alpha \frac{M}{mL} n\pi^3 \left(\frac{l_1}{L}\right)^2}{\alpha \frac{M}{mL} \pi^2 \frac{l_1}{L} - 1}. \quad (15)$$

拉索-TMD系统的模态阻尼比近似为

$$\zeta_n = \frac{\text{Im}(\beta_n L)}{|\beta_n L|} \approx \frac{\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \left(\frac{l_1}{L}\right)^2 \cdot 2\xi\rho^3}{\left(\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \frac{l_1}{L} - 1 + \rho^2\right)^2 + \left(\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \frac{l_1}{L} \cdot 2\xi\rho - 2\xi\rho\right)^2}. \quad (16)$$

将方程(16)右端的因子移到方程左端,得到斜拉索减振调谐质量阻尼器(TMD)设计的通用曲线解析表达式

$$\frac{\zeta_n}{\frac{l_1}{L}} \approx \frac{\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \frac{l_1}{L} \cdot 2\xi\rho^3}{\left(\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \frac{l_1}{L} - 1 + \rho^2\right)^2 + \left(\frac{M}{mL} \cdot \pi^2 \frac{l_1}{L} \cdot 2\xi\rho - 2\xi\rho\right)^2}. \quad (17)$$

3 系统的模态参数分析

根据建立的通用曲线解析表达式(17)可知,TMD的设计参数(如安装位置,质量,阻尼,刚度等)直接影响系统的模态参数,而模态参数是系统动力特性的直接反映. 因此,拟以模态阻尼为优化目标,分析各设计参数对系统减振作用的影响. 表1列出了基于工程实际情况选定的TMD基本参数,并以此为基准列出了各参数的取值范围,以便于分析各参数对系统模态阻尼的影响.

表1 TMD基本参数及其取值范围

设计参数	基本参数	取值范围
l_1/L	0.50	0.05 ~ 0.90
$M/(mL)$	0.05	0.01 ~ 0.10
ξ	0.10	0.01 ~ 2.00
ρ	1.00	0.10 ~ 5.00

3.1 TMD安装位置对系统模态参数的影响

根据方程(17),图3绘出了不同TMD安装位置时所能获得的模态阻尼比变化曲线.

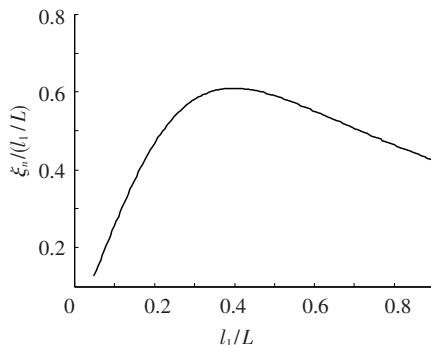


图3 TMD安装点对系统模态阻尼的影响

由图3可知,随着拉索安装位置的增加,系统的模态阻尼比先增加后减小,最优阻尼器的安装位置越靠近斜拉索跨中位置,其控制效果越好,

TMD 系统具有不受安装位置限制的特性,且能有效避免桥面运动时阻尼器与拉索发生耦合运动的情形,与现有的理想阻尼器减振效果相比,其优势明显,适合斜拉索减振工程应用的需要。

3.2 TMD 刚度对系统模态参数的影响

通常情况下,改变 TMD 内部的弹性系数或者质量都会改变系统的自振频率.为了直观反应刚度对拉索-TMD 系统模态阻尼的影响,本文直接以频率比 ρ 与系统模态阻尼之间的关系来表征刚度变化对系统模态特性的影响(见图4)。

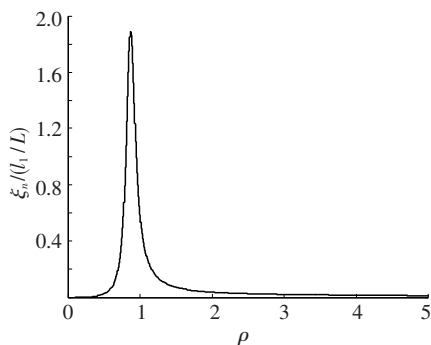


图4 TMD 刚度参数对系统模态阻尼的影响

从图4可以看出,当频率比很小时(即强索上安装弱的减振系统),TMD 系统由于弹簧刚度过小,调谐频率小于拉索自振频率,此时系统的模态阻尼很小,因为减振器未跟着拉索一起运动,起不到调谐减振作用;随着 TMD 刚度增加,其振动频率开始与拉索自振频率接近,系统的模态阻尼增加,TMD 减振作用开始显现出来.当频率比为 0.9 时,系统模态阻尼比达到最大值,这之后系统的模态阻尼比又开始减少,因为随着 TMD 系统的刚度增加,其自振频率与拉索自振频率不再同步.值得说明的是,由于系统模态阻尼还受到拉索-TMD 耦合振动等因素的影响,其共振频率比不等于理想无阻尼系统的 1。

3.3 TMD 质量对系统模态参数的影响

通行的 TMD 质量比设计为控制结构的 1% ~ 5%,本研究将其扩展到 10% 以观察 TMD 的减振效果.根据方程(17),图5绘出了不同 TMD 质量时所能获得的模态阻尼比变化曲线,其中,横坐标为 TMD 质量与拉索总质量之比的取值范围,纵坐标为减振系统的模态阻尼比.当系统质量比为 3% 时,模态阻尼比达到最大值,这一结果表明,相对过小的质量和过大的阻尼不能被拉索振动激振起来而使得系统模态阻尼过小,而随着质量增加,更多的能量被传递到系统内部的耗能阻尼器上,进而达到最大模态阻尼,然而,当质量比变得过大时,系统内部阻尼器部分相对减弱,系统与拉索间的调谐条件改变导致耗能能力降低,斜拉索-

TMD 系统的模态阻尼下降,因此,选择合适的 TMD 质量和阻尼参数是 TMD 系统设计的关键。

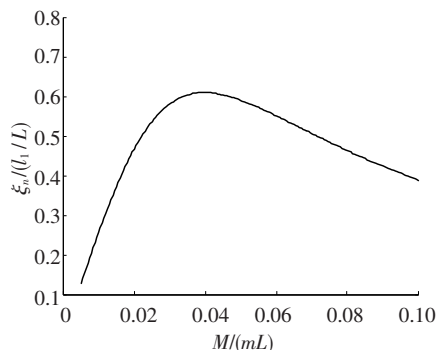


图5 TMD 质量参数对系统模态阻尼的影响

3.4 TMD 阻尼对系统模态参数的影响

TMD 内部阻尼器组件的作用是耗散传递到 TMD 系统上的拉索动能,因此,选择合适的 TMD 阻尼器参数对于斜拉索减振尤为重要.图6显示了系统的模态阻尼与 TMD 阻尼比之间的关系.可以看出,随着 ξ 从 0 增加,系统的模态阻尼也随之增加,当 ξ 增加到 0.3 时,系统模态阻尼达到最大值,并随后开始下降。

综上所述,斜拉索振动的 TMD 减振策略有效克服了常用的理想阻尼器安装位置在拉索端部的局限,新的 TMD 设计参数优化方法同时考虑了 TMD 系统各参数对减振系统模态参数的影响,是适合工程应用的斜拉索减振模型。

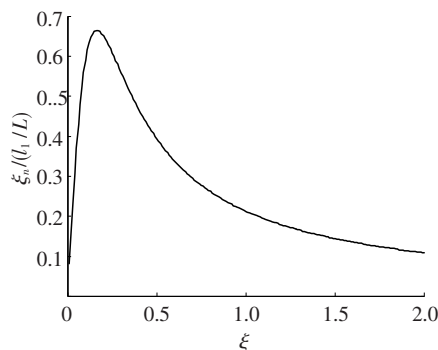


图6 TMD 阻尼参数对系统模态阻尼的影响

4 结 论

1) 斜拉索振动的调谐质量阻尼器减振策略有效克服了常用的理想阻尼器安装位置,锁死效应等的局限性,新的斜拉索-TMD 减振同样存在着通用设计优化曲线。

2) TMD 系统具有不受安装位置限制的特性,且能有效避免桥面运动时阻尼器与拉索发生耦合运动的情形,与现有的理想化阻尼器减振相比,优势明显。

(下转第 148 页)