

计算力矩法的 CMAC 同步轨迹跟踪控制与仿真

杨晓钧, 龙 亿

(哈尔滨工业大学 深圳研究生院机, 518055 深圳)

摘 要: 为了平面二自由度冗余驱动并联机器人更好地跟踪目标轨迹, 在已有计算力矩控制的基础上加入 CMAC 神经网络作为补偿. CMAC 结构中, 轨迹跟踪误差与同步误差构造的耦合误差及其变化率组成网络的输入, 经过学习后得到补偿力矩. Matlab 的仿真结果表明: 加入了 CMAC 网络补偿后, 轨迹的跟踪误差与支链的同步误差都能够收敛到 0, 与经典的计算力矩法比较, 精度有较大的提升. 在计算力矩法的基础上加入 CMAC 网络, 确实能够实现目标轨迹精确的同步跟踪.

关键词: 冗余驱动; 计算力矩法; CMAC 神经网络; 同步控制; 轨迹跟踪

中图分类号: TH112; TP24

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)07-0085-05

Synchronous trajectory tracking control and simulation of CMAC neural network based on computed torque control

YANG Xiaojun, LONG Yi

(Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, 518055 Shenzhen, China)

Abstract: To track a desired trajectory better, a CMAC neural network is added to conventional computed torque control as compensator. In the CMAC network, the inputs contain cross-coupling error composed of trajectory tracking error and synchronization error and its change rate, and the output is the compensation torque. Matlab simulations show that the tracking error and synchronization error can converge to zero with CMAC network. Compared with pure computed torque control, the trajectory tracking is more accurate with the proposed control strategy. The results show that the proposed control strategy is valid to track a predefined trajectory accurately.

Key words: redundantly actuated; computed torque control; CMAC network; synchronous control; trajectory tracking

对于冗余驱动并联机器人的控制研究一直以来都是研究的热点, 如果机器人的动力学模型足够精确, 那么一般的控制方法诸如传统的 PID 控制、计算力矩控制等可以得到比较好的效果. 但是, 并联机器人强耦合、非线性的特点使得建立的动力学模型含有不确定性和不完整性, 比如动力学模型中摩擦项等的忽略, 所以, 一般的控制方法很难满足并联机器人的控制要求. 为了保证并联机器人各支链之间的运动协调性, 需要设计同

步控制^[1-2].

CMAC(小脑模型关节控制器)是神经网络控制中的一种, CMAC 学习的速度快, 网络收敛所需训练次数少, 能够有效地用于机器人的实时在线控制^[3]. 在并联机器人 6-PRRS 的轨迹跟踪中, 基于 CMAC 的模型参考自适应控制系统能够改善轨迹跟踪时的稳态与暂态性能, 以及提高系统的鲁棒性^[4]. 文献[5]将 CMAC 与常规的 PID 控制方法相结合去控制一无刷直流电机, CMAC 利用自身的学习能力逐渐起主要的控制作用, 控制效果明显优于单一的 PID 控制. CMAC 神经网络作为补偿控制与其他的常规或者现代控制相结合, 广泛应用于并联机器人的控制. 李世敬等分别利用 CMAC 神经网络与计算力矩控制^[6]、滑模控

收稿日期: 2012-08-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51105089).

作者简介: 杨晓钧(1977—), 男, 副教授.

通信作者: 杨晓钧, yangxj@hitsz.edu.cn.

制^[7]结合起来去控制一六自由度的机器人,这些控制方法是以轨迹跟踪误差及其变化率为 CMAC 系统的输入,并没有考虑到同步问题。

对于平面二自由度冗余驱动并联机器人的控制研究,研究者提出了不少方法.尚伟伟等就该机器人提出了自适应计算力矩控制^[8]、非线性自适应工作空间控制^[9]、工作空间同步控制^[10]。

本文以计算力矩法为基础,定义了同步误差,进而得到包含跟踪误差和同步误差的耦合误差与相应的变化率,在 CMAC 神经网络中,以耦合误差与其变化率为输入,得到的网络输出作为控制力矩补偿,从而得到控制器的输出。

1 基于 Kane 方法的动力学建模

1.1 平面二自由度冗余驱动并联机构简介

平面二自由度冗余驱动并联机器人是得到广泛研究的机器人,其模型如图 1 所示,该机构是 3-3R 机构的一种变异机构,把 3-3R 机构的动平台简化成了一个广义点,其输出机构即是这个点. 6 个杆件分别为 $l_{a1}, l_{b1}, l_{a2}, l_{b2}, l_{a3}, l_{b3}$, 杆件长度相等,3 个主动输入关节角为 q_{a1}, q_{a2}, q_{a3} 。

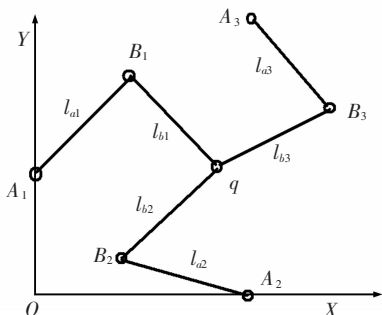


图 1 平面二自由度并联机器人机构简图

1.2 冗余机构动力学方程的建立

美国学者 Kane 提出了求解系统动力学方程的方法,该方法以广义速率去代替广义坐标并导出准速度来描述系统的运动. Kane 方程可以描述为:作用于刚体 i 上相对于广义速率 $\dot{q}_k$ 的广义主动力 F_k 和广义惯性力 F_k^* 之和等于零. 即是^[11]

$$F_k + F_k^* = 0. \quad (1)$$

广义主动力与广义惯性力分别为

$$\begin{cases} F_k = \sum_{i=1}^n F_{ci} \cdot v_{c\dot{q}_k} + \sum_{i=1}^n M_{ci} \cdot \omega_{i\dot{q}_k}, \\ F_k^* = - \sum_{i=1}^n m_i a_{ci} \cdot v_{c\dot{q}_k} - \sum_{i=1}^n M_{ci}^* \cdot \omega_{i\dot{q}_k}. \end{cases} \quad (2)$$

式中: F_{ci} , M_{ci} 是作用在刚体 i 上的主动力与主动力矩, $v_{c\dot{q}_k}$ 是刚体的质心相对于广义速率 $\dot{q}_k$ 的偏速度, $\omega_{i\dot{q}_k}$ 是刚体的质心相对于广义速率 $\dot{q}_k$ 的偏角速度, M_{ci}^* 是惯性力矩。

下面基于 Kane 方程对平面二自由度冗余驱动机构进行动力学建模,可把该机构视为 3 条分支链的 2R 机构组合而成,我们只需要研究串联的 2R 机构,如图 2 所示,然后考虑其公共约束端即可。

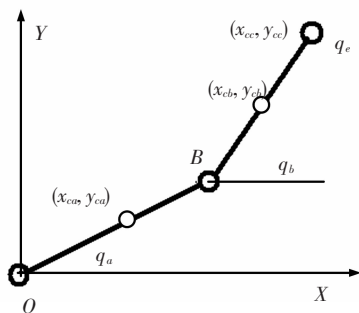


图 2 单支链 2R 平面串联机构

设广义速率为 $u_1 = \dot{q}_{a1}, u_2 = \dot{q}_{b1}, i = 1, 2, 3$, 设两个连杆重心坐标分别为 $(x_{ca}, y_{ca}), (x_{cb}, y_{cb}), r_a, r_b$ 分别为重心到点关节处的距离, l 为连杆长度. 可以求得串联 2R 机构的动力学方程矩阵表达式

$$M_1 \begin{bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{u}_b \end{bmatrix} + C_1 \begin{bmatrix} \dot{u}_a \\ \dot{u}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_b \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式(3)中:

$$\begin{aligned} M_1 &= \begin{bmatrix} m_a r_a^2 + m_b l^2 + I_a m_b l r_b \cos(q_a - q_b) \\ m_b l r_b \cos(q_a - q_b) & m_b r_b^2 + I_b \end{bmatrix}, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & m_b l r_b \sin(q_a - q_b) u_b \\ m_b l r_b \sin(q_a - q_b) u_a & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

单支链的动力学方程已经建立,那么由结构的对称性,可以进一步得到平面二自由度并联机构在关节空间中的动力学方程

$$M \ddot{u} + C u = \tau. \quad (4)$$

定义末端执行件的准速度为 $u_e = [u_{ex} \ u_{ey}]^T$, 那么关节准速度与末端件准速度以及驱动关节准速度与末端件准速度的关系可以表示为

$$J = \frac{(u_{a1}, u_{a2}, u_{a3}, u_{b1}, u_{b2}, u_{b3})}{(u_{ex}, u_{ey})} S = \frac{(u_{a1}, u_{a2}, u_{a3})}{(u_{ex}, u_{ey})}.$$

可以得到 $u = J u_e$, 带入式(4), 就可以用末端件准速度表示的动力学模型

$$M \frac{d}{dt}(J u_e) + C J u_e = \tau. \quad (5)$$

式(5)两边乘以 J^T , 并作化简, 得到工作空间内的动力学模型

$$J^T M J \ddot{u}_e + J^T (M \dot{J} + C J) u_e = S^T \tau_a. \quad (6)$$

记 $M_e = J^T M J, C_e = J^T (M \dot{J} + C J)$ 得到

$$M_e \ddot{u}_e + C_e u_e = S^T \tau_a. \quad (7)$$

实际上, 如果用广义坐标去代替准速度, 即是 $u_e = \dot{q}_e$, 那么由式(7)表示的 Kane 方程可以导出机构工作空间内的 Lagrange 方程

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{q}}_e = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau}_a. \tag{8}$$

2 基于计算力矩法的 CMAC 同步控制

2.1 计算力矩控制

计算力矩控制方法是一种机器人的常规控制算法,借助于雅可比矩阵,将关节空间的控制器输出转换到工作空间去,那么控制器输出表达式如下^[12]:

$$\boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{M}_e (\ddot{\mathbf{q}}_{ed} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{q}}_{er} \tag{9}$$

式中: $\mathbf{K}_p = \text{diag}(k_p, k_p)$, $\mathbf{K}_d = \text{diag}(k_d, k_d)$, 是常数对角矩阵. $\mathbf{q}_{ed}$ 与 $\mathbf{q}_{er}$ 分别是末端期望与实际轨迹.

2.2 CMAC 神经网络

CMAC (小脑模型关节控制器) 是由 Albus 在 1975 年提出的基于人脑模型记忆及肌肉控制模型的控制方法,是一种基于局部逼近的简单快速的神经网络^[13-14]. CMAC 的结构如图 3 所示^[3,15]:

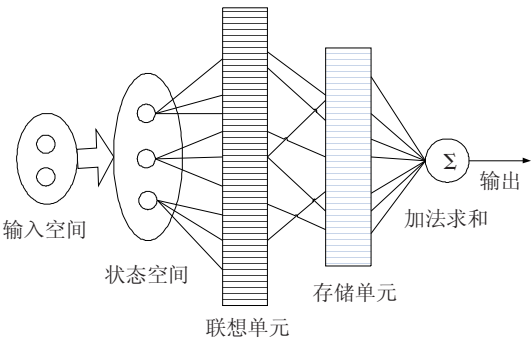


图 3 CMAC 结构示意图

如图 3 所示,输入空间经过状态划分后变成状态空间,对状态空间进行某种固定的隐射,激活联想单元中存储的联想强度从而恢复状态信息,经过加法求和后得到输出. 对于联想单元数量巨大,需要更多的存储空间,Albus 建议采用 hash 编码将巨大的存储空间缩小为实际运作的存储单元. 经过 Hash 映射后,CMAC 神经网络的输出为^[3]

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s^T \mathbf{H} \mathbf{W} = [c_{s,1} \ c_{s,2} \ \cdots \ c_{s,N_h}] \times \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,M_p} \\ \vdots & & \vdots \\ h_{N_h,1} & \cdots & h_{N_h,M_p} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{M_p} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

式中: $\mathbf{C}_s$ 是存储单元激活向量, $\mathbf{W}$ 是代表联想强度的向量; $\mathbf{H}$ 是 Hash 映射矩阵, M_p 是 Hash 单元的数量, N_h 是联想单元的数量, 每个联想单元与一个 Hash 单元相对应, $h_{ij} = 1$ 表示联想单元 i 激活 Hash 单元 j .

对于 CMAC 网络的联想强度的学习可以采用迭代算法来进行^[3,5]

$$\Delta \mathbf{W} = \frac{\eta}{N_e} \mathbf{A}_{s-1} (\hat{\mathbf{y}}_{s-1} - \mathbf{A}_{s-1}^T \mathbf{W}_{s-1}). \tag{11}$$

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \Delta \mathbf{W} + \alpha (\mathbf{W}(k+1) - \mathbf{W}(k)). \tag{12}$$

式中: $\mathbf{W}$ 是联想强度, η 为学习速率, $\mathbf{A}_s^T = \mathbf{C}_s^T \mathbf{H}$, $\hat{\mathbf{y}}_{s-1}$ 是目标输出值, α 是惯性参数.

2.3 CMAC 的同步控制

定义末端执行件的轨迹跟踪误差向量为

$$\mathbf{e} = \mathbf{q}_{ed} - \mathbf{q}_{er}. \tag{13}$$

式中: $\mathbf{q}$ 是期望轨迹, $\mathbf{q}_{er}$ 是实际轨迹. 把轨迹轮廓误差定义并联机构的同步误差, 其与跟踪误差的关系如下

$$\mathbf{e}_s = \mathbf{H}(t) \cdot \mathbf{e}. \tag{14}$$

在式(14)中, $\mathbf{H}(t)$ 是轨迹跟踪误差与同步误差之间的关系矩阵, 设 θ 为期望轨迹在期望位置点的切线倾斜角, 可以得到

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} -\sin(\theta)^2 \frac{1}{2} \sin(2\theta) \\ -\frac{1}{2} \sin(2\theta) \cos(\theta)^2 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

基于式(14), 定义交叉耦合误差为

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{e} + \mathbf{R} \int_0^t \mathbf{e}_s(v) dv. \tag{16}$$

式(16)中, $\mathbf{R} = \text{diag}(r_1, r_2)$ 是耦合正定矩阵. 耦合误差中包含了轨迹跟踪误差及其同步误差. 由式(16), 可以得到交叉耦合速度误差向量与加速度误差向量为

$$\dot{\mathbf{e}}_c = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{R} \mathbf{e}_s. \tag{17}$$

在 CMAC 控制中, 输入空间由耦合误差与耦合误差变化率组成, 经过 CMAC 神经网络所得到的控制输出力矩可以作为计算力矩控制的补偿, 从而提高控制精度, 改善被控冗余驱动并联机构的同步性. 控制框图如图 4 所示, 所得控制律如下

$$\boldsymbol{\tau}_e = \mathbf{M}_e (\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\tau}_p. \tag{18}$$

式中: $\mathbf{K}_p$ 与 $\mathbf{K}$ 与式(9) 中的相同, $\boldsymbol{\tau}_p$ 是 CMAC 神经网络结构的输出, $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2)$ 是神经网络算法的放大系数.

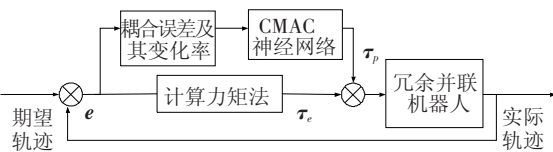


图 4 基于计算力矩控制的 CMAC 同步控制图

3 Matlab 仿真

该机构的相关尺寸及物理参数如表 1

所示^[16].

表 1 机构尺寸及物理参数

连杆	连杆质量 /kg	连杆 长度/m	质心到关节 距离/m	转动惯量 /(kg·m ²)
L_{a1}	1.252 5	0.244	0.115 6	0.012 4
L_{b1}	1.077 1	0.244	0.162 1	0.009 8
L_{a2}	1.366 3	0.244	0.065 7	0.012 0
L_{b2}	0.413 2	0.244	0.109 6	0.003 6
L_{a3}	1.366 3	0.244	0.065 7	0.012 2
L_{b3}	0.413 2	0.244	0.109 6	0.003 6

在机器人的工作空间内选取一圆为期望跟踪轨迹,其方程为

$$\begin{cases} x(t) = 0.3 + 0.1\cos(t), \\ y(t) = 0.25 + 0.1\sin(t). \end{cases} \quad (19)$$

轨迹如图 5 所示. 当 $t = 0$ 时,其起点坐标为 $(0.4,0.25)$, $t = 2\pi$ 时,轨迹回到起点.

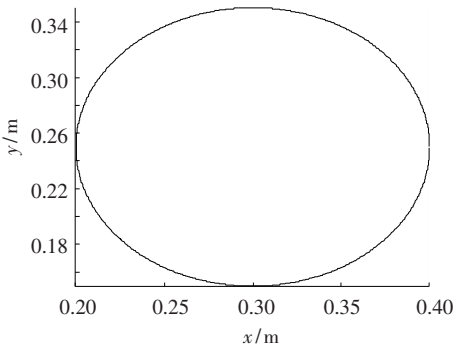


图 5 期望的跟踪轨迹

3.1 计算力矩控制仿真

计算力矩控制律如式(9)所示,取

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_p &= \text{diag}(1\,000, 1\,000), \\ \mathbf{K}_d &= \text{diag}(100, 100). \end{aligned}$$

那么经过 Matlab 仿真过后,可以得到轨迹跟踪误差与同步误差,保存得到的误差.

3.2 基于计算力矩法的 CMAC 同步控制

基于控制律(18),取 $\mathbf{K}_p = \text{diag}(1\,000, 1\,000)$, $\mathbf{K}_d = \text{diag}(100, 100)$, $\mathbf{R} = \text{diag}(10, 10)$, CMAC 神经网络的学习速率 $\eta = 0.5$, 惯性参数 $\alpha = 0.05$, 联想单元数 N_h 为 100, Hash 存储单元数 $\mathbf{M}_p$ 为 10, 存储单元激活向量维数 $\mathbf{C}_s$ 为 10, 经过多次比较,最后取 $\mathbf{K} = \text{diag}(800, 80)$. 经过 Matlab 仿真后同样可以得到轨迹跟踪误差与同步误差随时间的变化曲线. 为了更好地比较两种控制方法, 分别将 X 、 Y 方向的轨迹跟踪误差与同步误差在同一个图形中来比较. X 方向的轨迹跟踪误差对比如图 6 所示, Y 方向的轨迹跟踪误差对比如图 7 所示, X 方向的同步误差对比如图 8 所示, Y

方向的同步误差对比如图 9 所示.

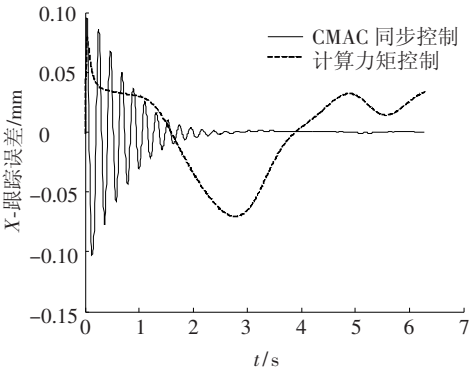


图 6 X 轴跟踪误差对比

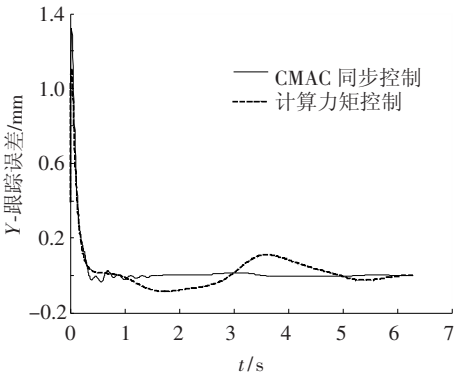


图 7 Y 轴跟踪误差对比

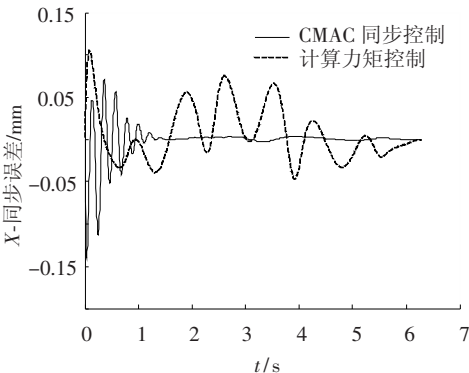


图 8 X 轴同步误差对比

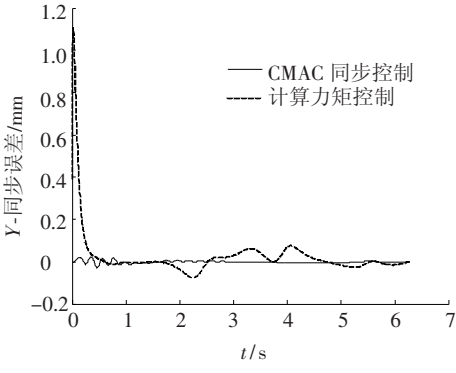


图 9 Y 轴同步误差对比

观察图 6 到图 9, 4 个图形可知, 基于计算力矩法的 CMAC 同步控制在轨迹跟踪误差与同步误差比计算力矩控制的小, 开始的时候能够在 0 的附近小范围波动, 跟踪误差与同步误差最后能够同时收敛到 0, 控制效果明显好于计算力矩

控制.

4 结 论

1)利用Kane方程建立平面二自由度并联机器人的动力学模型,在运算过程中不要求导,简化了运算,方便了计算机编程.

2)基于一般的计算力矩控制,引入CMAC神经网络作补偿,得出的混合控制器能够很好地跟踪给定的圆形曲线.从与计算力矩控制的比较来看,其轨迹跟踪误差与同步误差能够收敛到一定的范围内,变化幅度小.可见设计的基于计算力矩控制的CMAC同步控制是可行的.

3)所设计的CMAC神经网络的输入空间包含了同步误差,考虑到了并联机构各支链之间的同步性能要求,更适用于并联机器人的控制.想比与文献[8],有一定的进步性.

4)在CMAC神经网络的设计中,存在着一定的问题,参数的选取如存储单元数 M_p ,存储单元激活向量维数 C_s ,学习速率 η ,矩阵 K 等会影响控制系统的性能.

参考文献

- [1] SUN D, LU R, MILLS J K, *et al.* Synchronous tracking control of parallel manipulators using cross-coupling approach [J]. The International Journal of Robotics Research, 2006, 25(11): 1137 – 1147.
- [2] 从爽,尚伟伟. 并联机器人——建模、控制优化与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2010:39 – 42.
- [3] 王耀南. 机器人智能控制工程[M]. 北京:科学出版社,2004,83 – 84.
- [4] ZHAO Jie, LIU Yubin, YANG Yonggang. A diagonal recurrent CMAC model reference adaptive control for parallel manipulators trajectory tracking [C]//Proceedings of the Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, Jinan: IEEE, 2006, 2: 157 – 161.
- [5] LI Zheng. CMAC neural networks based combining control for BLDC motor[C]//International Workshop on Intelligent Systems and Applications, Wuhan: IEEE, 2009: 1 – 4.

- [6] 李世敬,王解法,冯祖仁. 基于计算力矩结构的并联机器人层叠小脑模型补偿研究[J]. 西安交通大学学报,2003,37(6): 569 – 572.
- [7] LI Shijing, FENG Zuren, FANG Hao. Variable structure control for 6 – 6 parallel manipulators based on cascaded CMAC [C]//Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, Shanghai: IEEE, 2002: 1939 – 1944.
- [8] SHANG Weiwei, CONG Shuang, GE Yuan. Adaptive computed torque control for a parallel manipulator with redundant actuation[J]. Robotica, 2012, 30(3): 457 – 466.
- [9] SHANG Weiwei, CONG Shuang. Nonlinear adaptive task space control for a 2 – DOF redundantly actuated parallel manipulator[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 59(1): 61 – 72.
- [10] SHANG Weiwei, CONG Shuang. Coordination control of parallel manipulators with actuation redundancy[C]//48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai: IEEE, 2009: 8186 – 8191.
- [11] 陆震等. 冗余自由度机器人原理及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2006:8 – 39.
- [12] 霍伟. 机器人动力学与控制[M]. 北京:高等教育出版社,2005:137 – 140.
- [13] ALBUS J S. A new approach to manipulator control: the cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control Transactions of ASME, 1975, 97(3): 220 – 227.
- [14] ALBUS J S. Data storage in the cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control Transactions of ASME, 1975, 97(3): 228 – 233.
- [15] 王灏,毛宗源. 机器人的智能控制方法[M]. 北京:国防教育出版社,2002:123 – 135.
- [16] HU Y Y, ANDREW A. Dynamic control of multiple coordinated redundant manipulators with torque optimization [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati Ohio: IEEE, 1990: 1000 – 1005.

(编辑 苗秀芝)