钢筋混凝土板极限承载力对比分析

王 勇1,董毓利2,邹超英1

(1. 哈尔滨工业大学 土木工程学院,150090 哈尔滨; 2. 华侨大学 土木工程学院,361000 福建 厦门)

摘 要: 为了能够简单准确地确定钢筋混凝土板的承载能力,在经典塑性铰线理论基础上,考虑受拉薄膜效应的影响,基于所提出的应力破坏准则,建立修正板块平衡法;同时,结合大挠度板壳单元和弹塑性理论,建立了非线性有限元分析程序.采用上述两方法对钢筋混凝土双向板的极限承载力进行计算,并将计算结果和试验结果进行对比分析.结果表明:由于考虑了受拉薄膜效应,两种方法所得极限承载力计算值均与试验结果吻合较好;与有限元分析方法相比,修正板块平衡法原理较为简单,计算容易,具有较强的工程应用价值.

关键词:钢筋混凝土板;修正板块平衡法;有限元分析;极限承载力;破坏准则

中图分类号: TU375

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)08-0001-07

Comparative analysis of limit carrying capacity of reinforced concrete slabs

WANG Yong 1 , DONG Yuli 2 , ZOU Chaoying 1

- (1. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China;
- 2. School of Civil Engineering, Huaqiao University, 361000 Xiamen, Fujian, China)

Abstract: To accurately determine the limit carrying capacity of reinforced concrete slabs, based on the classical yield-line theory and previously proposed stress failure criterion, this paper presents the modified segment equilibrium method which incorporated the effect of the tensile membrane action. Additionally, the nonlinear finite element procedure was established according to the flat shell element and elastic-plastic theory. The two methods were used to calculate the limit load carrying capacity of reinforced concrete two-way slabs, and comparison between the calculated results and experimental results were conducted. This study shows that the two methods were clearly capable of predicting the load carrying capacity of the concrete slabs with reasonable accuracy, because the tensile membrane action was taken into account in the two models. Compared with the finite element model, the present method has strong engineering application value, due to its simple principle.

Key words: reinforced concrete slab; modified segment equilibrium method; finite element analysis; limit carrying capacity; failure criterion

目前,对钢筋混凝土双向板进行极限状态分析,通常采用两种方法:一种是极限分析法,即采用经典塑性铰线理论,利用机动法或板块平衡法计算混凝土板的极限承载力[1-5];另一种是数值

模拟方法,即采用板壳单元和弹塑性理论,编制非线性分析程序,对钢筋混凝土板的力学行为进行分析,进而求得荷载 – 位移曲线,最终确定板的极限承载能力^[6-8].

其只能求得板的极限承载力.与前者相比,后者可

以对混凝土双向板的全过程变形行为进行分析,

求得任意荷载下的力学参数,且其较为成熟,也通

常被用于验证新理论模型的合理性. 然而,由于涉

上述两种方法具有各自的特点[9]. 前者通过

作者简介: 王 勇(1984—),男,博士研究生;

董毓利(1965—),男,教授,博士生导师; 邹超英(1958—),男,教授,博士生导师.

高等学校博士点专项基金 (20102302110043).

通信作者: 董毓利, dongyl1965@163.com.

新超英(1958─),男,教授,博士

及非线性有限元理论,计算相对复杂.

研究表明,当双向板形成破坏机构而达到屈服状态后,荷载-挠度曲线并不出现水平段,而是随着变形的增加,荷载也随之增加,原因在于大变形阶段双向板产生受拉薄膜效应.由于经典塑性铰线理论未能考虑受拉薄膜效应,使得理论计算极限荷载小于实际破坏荷载值^[2-5].

此外,双向板极限承载能力与其边界条件有 关^[10]. Usmani 等^[11]提出在分析时假定双向板受 侧向约束,而无转动约束作用. 然而, Bailey 等^[4,12]指出为便于计算分析,不考虑板的水平约 束和转动约束作用,按照简支边界计算,理论结果 偏于保守,满足工程要求.

因此,为了简单准确地确定双向简支板的极限承载能力,且利用屈服后的强度储备,本文在文献[2-3]研究基础上,考虑受拉薄膜效应,基于作者在文献[13]所提的应力破坏准则,建立修正板块平衡法;同时,结合非线性有限元理论,编制非线性分析程序^[14],计算板的极限承载力,并与修正板块平衡法进行对比分析.

1 修正板块平衡法

1.1 基本假设

基于经典塑性铰线理论^[9],提出3条基本假设:

- 1) 不考虑混凝土的抗拉强度;
- 2)不考虑钢筋的硬化,忽略受压区钢筋对极 限承载能力的影响;
- 3) 屈服线初始形成时,板跨中挠度是板厚的 0.45 倍;屈服线形成后,屈服截面的极限弯矩保 持恒值,且考虑受拉薄膜效应对承载力的影响.

前两条假设与传统经典屈服理论相同.对于第一条假设,由于混凝土抗拉强度较小,在模型中通常不考虑其对极限承载力的影响;对于第二条假设,由于受拉薄膜效应对板的承载力有重要影响,而钢筋硬化和受压区钢筋对其影响较小,进而在计算中通常也不考虑这两项的作用.

当板跨中挠度达到板厚 h 的 0.4~0.5 倍时,屈服截面即达到极限抵抗弯矩^[1-2].因此,第三条假设中提出当板跨中挠度达到 0.45h 时,屈服线形成.混凝土屈服线形成后,随着跨中挠度的增加,混凝土受压区高度上移,受拉钢筋至受压区中心的距离也逐渐增加,进而可认为屈服截面处的抵抗矩基本保持不变.此外,文献[15]指出当简支板跨中挠度大于厚度一半左右时,板内就出现受拉薄膜效应,表明第三条假设是合理的.

1.2 理论模型

根据塑性铰线理论,矩形板分为 4 个板块 $ABE \setminus BCFE \setminus CDF$ 和 DAEF,见图 1. 其中, $L \setminus l$ 分别 为板的长边、短边尺寸, $x_1 \setminus x_2 \setminus y_1 \setminus y_2$ 分别为塑性铰线位置参数, $m_x \setminus m_y$ 分别为 $x \setminus y$ 方向每单位宽度塑性铰线截面抵抗矩.

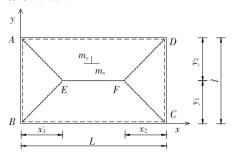


图 1 四边简支板屈服线

塑性铰线截面的受力状态见图 2, 其中 C 为混凝土的压力, T 为钢筋拉力, θ 为钢筋角度. 当跨中挠度小于 0. 45h 时, θ 值为零; 当跨中挠度大于 0. 45h 时, θ 随变形的增加而增加, 进而致使钢筋合力的竖向分力也随之增大.

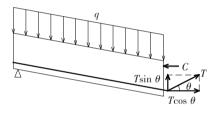


图 2 塑性铰线截面的受力

由图 1,2 可知,板块 ABE(CDF) 绕 AB(CD) 轴的平衡方程为

$$m_x l + T_x l \sin \theta \times \frac{1}{2} x_i = \frac{1}{2} x_i \times \frac{1}{3} x_i \times q \times l,$$

$$\sin \theta = \frac{v - v_0}{\sqrt{(nL)^2 + v^2}}, v \geqslant v_0,$$

$$x_1 = x_2 = nL, n = \frac{k}{2\lambda^2} \left(\sqrt{1 + \frac{3\lambda^2}{k}} - 1 \right).$$

式中: T_x 为 x 方向单位宽度截面钢筋拉力; θ 为塑性铰线转角(x 方向); v_0 为屈服线形成时的挠度,即 v_0 = 0.45h;v 为屈服线形成后的挠度($v > v_0$);k 为正交系数(m_x/m_y);n 为位置参数; λ 为特征值(L/l);q 为均布荷载;i 为参数(1 或 2).

经过简化计算,可得

$$q = \frac{6m_x}{(nL)^2} \left[1 + \frac{\sin\theta \times (nL)}{2\gamma_{sx}h_{0x}} \right]. \tag{1}$$

式中: γ_{xx} 为x 方向力臂系数; h_{0x} 为x 方向钢筋有效 高度.

同样,对于板块BCFE(DAEF)绕BC(AD)轴

的平衡方程为

$$\begin{split} m_{y}L + T_{y} &\sin \theta' \times (x_{1} + x_{2}) \times \frac{1}{2} y_{i} + \\ T_{y} &\sin \theta' \times (L - x_{1} - x_{2}) \times y_{i} &= \\ \frac{1}{6} x_{1} \times y_{i}^{2} \times q + \frac{1}{6} x_{2} \times y_{i}^{2} \times q + \\ \frac{1}{2} (L - x_{1} - x_{2}) \times y_{i}^{2} \times q, \\ &\sin \theta' = \frac{v - v_{0}}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^{2} + v^{2}}}, \quad v \geqslant v_{0}. \end{split}$$

式中: T_y 为 y 方向单位宽度截面钢筋拉力; θ' 为塑性 铰线转角(y 方向); i 为参数(1 或 2).

简化可得

$$q = \frac{24m_{_{y}}}{(3-4n)\,l^{2}} \Big[\, 1 \, + \frac{\sin\,\theta' \, \times \, (1-n)\,l}{2\gamma_{sy}h_{0y}} \Big]. \eqno(2)$$

式中: γ_{sy} 为 y 方向力臂系数; h_{0y} 为 y 方向钢筋有效高度.

当挠度小于 v_0 时,上述模型即为经典的塑性 铰线理论. 当挠度进一步增加,钢筋竖向分力逐渐增加,达到破坏条件时,式(1)、(2) 两者的较小值即为板的极限承载力理论值.

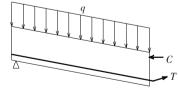
1.3 破坏准则

如图 3 所示,在屈服线初始形成时,即 v_0 = 0.45h,钢筋合力方向是水平的,即 θ = 0.0(以 x 方向为例),截面抵抗矩方程、合力平衡方程为

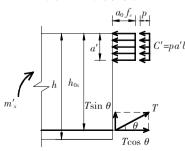
$$m_x = f_y A_{sx} \left(h_{0x} - \frac{a}{2} \right) = f_y A_{sx} h_{0x} \gamma_{sx},$$

$$\gamma_{sx} = 1 - a/(2h_{0x}), f_y A_{sx} = \alpha_0 f_c ab.$$

式中: f_c 为混凝土抗压强度; f_y 为钢筋屈服强度; a 为混凝土受压高度; b 为单位截面宽度(1 m); A_{sx} 为 x 方向单位宽度的等效钢筋面积; α_0 为参数, 取 1.0.



(a) v 时板块截面受力



(b) v 时截面抵抗矩

图 3 v 时塑性铰线截面受力

随着跨中挠度的增加,截面塑性进一步发展,此时钢筋合力与水平方向有一定角度 θ,进而在竖向方向产生一个分量.随着变形增大,该分量也将增大.

由图 3(b)可知,截面弯矩和合力平衡方程为

$$m'_{x} = f_{y}A_{xx}\cos\theta\left(h_{0x} - \frac{a'}{2}\right),$$

$$f_{y}A_{xx}\cos\theta = \alpha_{1}f_{e}a'b.$$

根据极限弯矩承载力保持不变 $(m_x = m'_x)$ 的假设,可得

$$f_{y}A_{sx}\left(h_{0x}-\frac{a}{2}\right)=f_{y}A_{sx}\cos\theta\left(h_{0x}-\frac{a'}{2}\right).$$

进而有

$$a' = 2h_{0x}(1 - \gamma_{sx}/\cos\theta). \tag{3}$$

由式(3) 可知,随着变形的增加, $\cos \theta$ 逐渐减小, h_{0x} 和 γ_{sx} 不变,受压区高度 a' 逐渐减小.

在 $v > v_0$ 时,首先假设 α_0 保持不变,根据合力 平衡应有

$$f_{y}A_{xx}\cos\theta - \alpha_{0}f_{e}a'b = 0, \qquad (4a)$$

或

$$\alpha_0 f_c b (a\cos\theta - a') = 0. \tag{4b}$$

将式(3)代入式(4b),化简可得

$$a\cos\theta - a' = \frac{1}{\cos\theta} \left[2h_{0x} (1 - \cos\theta) - a\sin^2\theta \right].$$

在初始屈服线形成时,受压区高度 a 通常小于 $3h_{0x}/8$,进而有

$$a\cos\theta - a' > h_{0x} \Big[2(1 - \cos\theta) - \frac{3}{8} \sin^2\theta \Big] =$$

$$h_{0x}\left[\frac{3}{8}\cos^2\theta - 2\cos\theta + \frac{13}{8}\right] > 0, 0 < \cos\theta < 1.$$

即

$$f_{y}A_{xx}\cos\theta > \alpha_{0}f_{c}a'b. \tag{5}$$

由式(4a)和(5)两者矛盾,可知 α_0 保持不变的假设是不成立的.

根据上述推理,式(5)的合力平衡表达式 应为

$$f_y A_{sx} \cos \theta = \alpha_1 f_e a' b,$$

$$\alpha_1 f_e a' b = \alpha_0 f_e a' b + C',$$

$$C' = pa'b, (p = \alpha'f_c, \alpha_1 = \alpha_0 + \alpha').$$

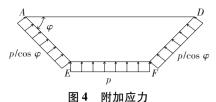
式中:p定义为附加应力,见图4;C'定义为附加应力的合力; α_1 、 α' 为参数.

试验表明^[12],钢筋混凝土板的破坏模式有两种,即钢筋破坏和混凝土受压破坏,且取决于其配筋率. 在此,板的配筋率 ρ 定义为^[4]

$$\rho \ = \ \frac{1}{2} \bigg[\frac{f_{u,x} A_{sx}}{0.\ 8 f_{cu} h_{0x}} + \frac{f_{u,y} A_{sy}}{0.\ 8 f_{cu} h_{0y}} \bigg].$$

式中: $f_{u,x(y)}$ 为 x(y) 方向钢筋极限强度; $A_{sx(y)}$ 为

x(y) 方向等效钢筋面积; f_{cu} 为混凝土立方体抗压强度.



对于低配筋率板 (ρ < 0.08),表现为钢筋破坏模式,钢筋的变形行为决定着其极限承载能力. 假设板破坏时为抛物线形状,可得挠曲线方程为

$$l_c = l\left(1 + \frac{8v^2}{3l^2} - \frac{32v^4}{5l^4} + \cdots\right) \cong l\left(1 + \frac{8v^2}{3l^2}\right).$$

式中:v为跨中变形,l为板的跨度, l_c 为挠曲线.

通常,当钢筋应变达到 0.01 时^[16],认为结构破坏.由上式可得,钢筋应变公式为

$$\varepsilon = \frac{8v^2}{3l^2} = 0.01,$$

或

$$v \cong \frac{l}{16}$$
.

保守起见,认为低配筋率板跨中挠度达到 *l/*20 时,板即破坏^[13].

对于配筋率不小于 0.08 且合理的钢筋混凝土板,考虑到斜屈服线角部区域 (A 点附近) 的扭转效应和垂直斜对角线的裂缝,混凝土抗压强度有所降低;保守起见,作者在文献 [13] 中提出应力破坏准则,认为压应力 $p/\cos\varphi$ 达到 $0.05f_c$,板破坏,相应荷载即为极限承载能力.

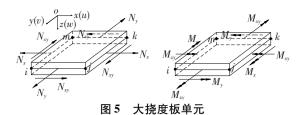
在实际工程中,双向板配筋率一般不小于 0.08,因此本文主要研究此类混凝土板,低配筋率 板计算见文献[13].

2 有限元分析

2.1 单元模型

在竖向荷载作用下,钢筋混凝土板弯曲的同时,产生面内拉伸或压缩,即产生薄膜力.在小变形时,产生受压薄膜力;大变形时,产生受拉薄膜力,即受拉薄膜效应^[8].因此,采用考虑几何非线性的四节点大挠度板单元对钢筋混凝土双向板非线性行为进行模拟分析,单元模型见图 5.

此外,在板壳非线性分析中,通常采用分层模型,即沿厚度将单元分为若干混凝土层和钢筋层. 钢筋层用等效厚度钢层进行模拟,且假定钢筋层和混凝土层之间为理想粘结. 每层采用9点高斯积分,在每个高斯积分点处分析混凝土开裂、屈服强化、破坏及钢筋屈服、强化情况.



2.2 材料模型

国内外学者分别采用非弹性模型、弹塑性模型、塑性断裂等模型对钢筋混凝土结构进行数值研究^[9].其中,应用较多的是弹塑性本构模型.因此,本文采用弹塑性等强应变硬化模型分析双向板的力学行为.

2.2.1 混凝土

根据双轴试验结果及 Drucker-Prager 模型, Hinton 提出混凝土屈服函数为^[9,17]

$$\sigma_{0} = \{1.355 [(\sigma_{x}^{2} + \sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}\sigma_{y}) + 3(\tau_{xy}^{2} + \tau_{xz}^{2} + \tau_{yz}^{2})] + 0.355\sigma_{0}(\sigma_{x} + \sigma_{y})\}^{1/2}.$$
式中 σ_{0} 为等效应力.

混凝土应变破坏准则为

$$\varepsilon_{u}^{2} = 1.355 \left[\left(\varepsilon_{x}^{2} + \varepsilon_{y}^{2} - \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} \right) + 0.75 \left(\gamma_{xy}^{2} + \gamma_{yz}^{2} + \gamma_{xz}^{2} \right) \right] + 0.355 \varepsilon_{u} \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} \right).$$

式中 ε_u 为破坏应变,本文取值为 0.003 5.

另外,采用弥散裂缝模型模拟混凝土开裂.

2.2.2 钢筋

钢筋采用双线性弹塑性硬化模型,极限应变取为1%.钢筋层和混凝土层之间为理想粘结,不考虑两者的粘结滑移行为.

2.3 程序设计

基于 Borland C + +6.0 软件平台,采用面向对象的程序设计方法^[18-19],编制程序对钢筋混凝土双向板进行有限元分析^[14]. 从零开始逐级增加荷载,在每一增量步内采用修正牛顿拉夫逊法求解单元节点位移,确定单元应变及应力,进而得到钢筋混凝土板自开始受荷直到破坏整个过程的位移、裂缝形成和发展、混凝土压碎破坏以及钢筋屈服与强化等数据信息.

此外,在每次增量迭代中,数值求解仅是获得 近似的解答,必须采用收敛准则来判断迭代是否 终止,本文采用位移收敛准则,即

$$\|d\{a\}_{i}^{n}\|_{2} \leq e \|\Delta\{a\}_{i}^{n}\|_{2}.$$

式中: ||·||₂ 为欧式范数;e 为位移收敛容差,取 10⁻⁴;n 为荷载增量步;Δ{a}_i 为第 n 荷载增量步 第 i 次迭代当前总增量位移值;d{a}_i 为第 n 荷载增量步 增量步第 i 次迭代位移增量. 同时,为防止收敛误差过于严格而造成迭代次数过多,对每一级荷载的迭代次数作了限制,规定最大迭代次数 i 为 20.

当整体刚度矩阵出现奇异时,程序终止,相应 荷载值即为有限元模型计算的极限承载力.

3 模型验证

3.1 简支板及数值参数

选取7块钢筋混凝土简支双向板验证本文模型.编号S1、S6和S7为Taylor试验板^[20],这3块板具有不同钢筋布置和跨厚比.编号A1、B1、C1

和 D1 为 Ghoneim 等试验板^[21],板顶、板底均双向 布置钢筋. 板的材料性能参数见表 1.

采用有限元程序对上述钢筋混凝土板的力学 行为进行数值模拟,单元划分及沿厚度方向分层 情况见图 6、7. 值得指出的是,由于荷载(均匀分 布)及边界条件(四边简支)的对称性,均取其 1/4 进行分析.

表 1 钢筋混凝土板的材料参数

板			h _{0x} /	h _{Oy} /	保护层/ mm	混凝土参数				钢筋参数					
	$L\times l\times h/\ \mathrm{mm}$					f_{cu} /	f_{c}	f_{t}	E_c /	A _{sx} /	A_{sy}	D/	$f_{y'}$	E_s /	
						(N·mm-2)(N·mm ⁻²)	(N·mm -2)	(kN · mm -2)	(mm ² · m - 1)	(mm ² · m - 1)	mm	(N·mm ⁻²)	(kN · mm -2)	
S1			50. 80	43. 68	38. 92		35.00	28. 00	2. 80		233. 5	280. 2		375. 90	
S6	1 829	1 829	50.80	43.68	38. 92	4. 74	35. 30	28. 24	2. 82	30.00	200.0	233. 5	4.76	420. 80	206. 80
S7			44. 50	37. 48	32. 72		38. 20	30. 60	3. 06		280. 2	320.0		375. 90	
A1	4 267	1 829	67. 30	48. 20	54. 50	9. 63	27. 90	22. 26	1. 57	21.09	260.0	260.0			
B1	2 745	1 829	68. 20	48.70	55. 00	10.03	23.40	18. 70	1. 44	20. 59	260.0	260.0	6.35	450.00	181. 50
C1	1 829 1 829	1 920	67. 80	56. 90	50. 50	7. 83	31.50	25. 21	1. 67	21. 30	260.0	260.0			
D1		1 829	92. 80	82. 70	76. 40	6. 93	32. 60	26. 12	1.70	20. 80	364. 0	364. 0			

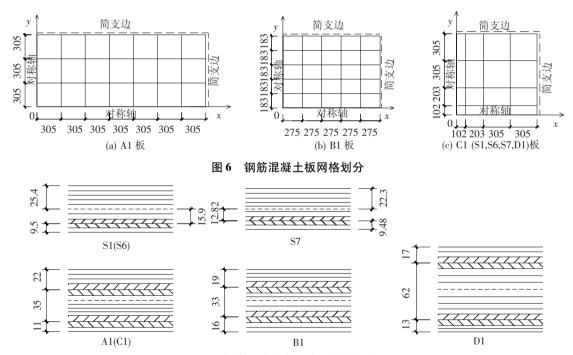


图 7 钢筋混凝土板层数 (厚度方向)

3.2 对比分析

本文分别采用经典塑性铰线理论、有限元理 论和修正板块平衡法对双向板的极限承载力进行 计算,并与极限承载力试验值进行对比,具体结果 见表 2. 其中, q_{test} 为极限承载力试验值, q_{limit} 为极 限承载力计算值.

由表 2 可知,采用塑性铰线理论,极限承载力 计算值与试验值的比率 q_{limit}/q_{test} 最大值为 0. 76, 最小值为 0. 52,平均比率为 0. 64. 对于有限元模 型,最大、最小比率分别为1.11和0.96,平均值为1.04;修正板块平衡法所得比率最大、最小值分别为1.20和0.82,平均比率为1.02.

由上可知,由于未考虑受拉薄膜效应对极限 承载力的影响,塑性铰线理论计算值小于试验值, 结果偏于保守.明显地,本文有限元程序及修正板 块平衡法的计算结果和试验结果吻合较好.因此, 计算双向板极限承载力时,需考虑大变形阶段薄 膜效应的影响.

0.89

D1

	q _{test} ∕ kPa		$q_{ m limit}$ / kPa		$q_{ m limit}/q_{ m test}$						
板	$q_{ m test}$ / KFa	塑性铰线理论	有限元模型	修正板块平衡法	塑性铰线理论	有限元模型	修正板块平衡法				
S1	42. 90	27. 30	47. 70	42. 50	0. 64	1. 11	0. 99				
S6	39. 60	25. 80	40. 90	43. 90	0. 65	1. 03	1. 11				
S7	39. 30	27. 00	40.00	47. 30	0. 69	1.02	1. 20				
A1	39. 70	22. 90	41. 50	40. 90	0. 58	1. 05	1. 03				
B1	45. 90	29. 40	49. 00	52. 00	0. 64	1. 07	1. 13				
C1	73 90	38. 20	71.00	60.50	0.52	0.96	0.82				

97.00

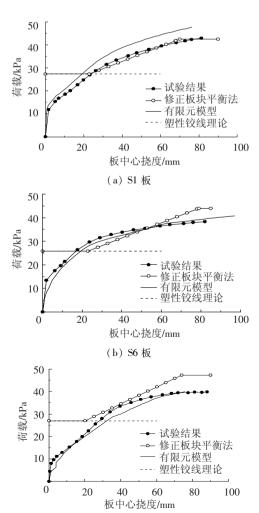
115.20

表 2 钢筋混凝土板的极限承载力结果对比

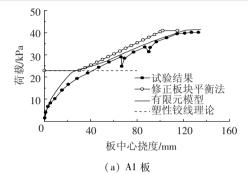
双向板荷载 - 位移曲线试验结果和有限元程 序及修正板块平衡法计算结果对比分析见图 8、 9. 由图可知,程序计算结果和试验结果吻合较好, 计算模型的合理性得以验证,其可用于分析双向 板力学行为及计算极限承载力;另一方面,对比试 验结果和修正板块平衡法计算结果,若不考虑荷 载 - 位移试验曲线后期水平段,本文理论模型极 限位移值计算值还是令人满意的,能够满足工程 精度要求.

82.90

109.40

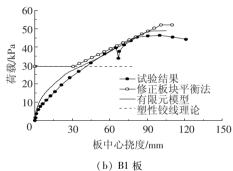


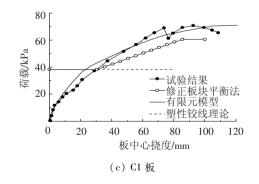
(c) S7 板 图 **8 Taylor 板试验结果和计算结果对比**



1.05

0.76





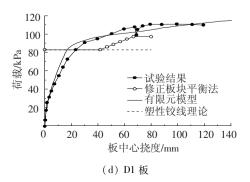


图 9 Ghoneim 板试验结果和计算结果对比

由上可知,与有限元理论相比,修正板块平衡 法原理较为简单,且能准确地计算混凝土双向板 承载力和板屈服后的变形,具有较强的工程应用 价值.此外,结合有限元理论模型,有待深入验证 修正板块平衡法薄膜效应发展机理的合理性.

4 结 论

- 1)在经典塑性铰线理论基础上,考虑薄膜效应的影响,基于所提出的应力破坏准则,建立修正板块平衡法.此外,根据非线性有限元理论,建立钢筋混凝土双向板的数值分析模型及程序.
- 2)修正板块平衡法和有限元分析模型均能 较好计算混凝土双向板的极限承载力,且荷载 -位移计算曲线也与试验变形趋势一致.
- 3)相比有限元计算方法,修正板块平衡法原理较为简单,计算容易,极限承载力计算值满足工程精度要求,具有较强的应用价值.

参考文献

- [1] PARK R, GAMBLE W L. Reinforced concrete slabs [M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [2] 董毓利. 用变形和分解原理求混凝土板的受拉薄膜效应[J]. 力学学报, 2010,6(6): 1180-1187.
- [3] DONG Yuli, FANG Yuanyuan. Determination of tensile membrane effects by segment equilibrium[J]. Magazine of Concrete Research, 2010, 62(1): 17-23.
- [4] BAILEY C G, TOH W. Behaviour of concrete floor slabs at ambient and elevated temperatures [J]. Fire Safety Journal, 2007,42(6): 425-436.
- [5] 李国强,周昊圣,郭士雄.火灾下钢结构建筑楼板的 薄膜效应机理及理论模型[J].建筑结构学报, 2007, 28(5); 40-47.
- [6] HUANG Z H, BURGESS I W, PLANK R J. Modeling membrane action of concrete slabs in composite buildings in fire. I: Theoretical development [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129 (8): 1093-1102.
- [7] HUANG Z H, BURGESS I W, PLANK R J. Modeling membrane action of concrete slabs in composite buildings in fire. II: Validations [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(8):1103-1112.

- [8] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009.
- [9] 沈聚敏, 王传志, 江见鲸. 钢筋混凝土有限元与板壳极限分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1993.
- [10]沈蒲生. 楼盖结构设计原理[M]. 北京: 科学出版 社, 2003.
- [11] USMANI A, CAMERON N. Limit capacity of laterally restrained reinforced concrete floor slabs in fire [J]. Cement and Concrete Composites, 2004, 26 (2): 127-140.
- [12] BAILEY C G, TOH W. Small-scale concrete slab tests at ambient and elevated temperatures [J]. Engineering Structures, 2007, 29(10): 2775 2791.
- [13]王勇, 董毓利, 邹超英. 钢筋混凝土板的极限承载力计算[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(2): 8-13.
- [14] WANG Yong, DONG Yuli, ZHOU Guangchun.

 Nonlinear numerical modeling of two-way reinforced concrete slabs subjected to fire [J]. Computers and Structures, 2013, 119: 23 36.
- [15] R. J 罗克, W. C 杨. 应力应变公式[M]. 汪一麟, 汪一骏, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.
- [16]何政,欧进萍. 钢筋混凝土结构非线性分析[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2007.
- [17] HINTON E, OWEN D. Finite element software for plates and shells [M]. Swansea: Pineridge Press, 1984.
- [18] 姜峰, 李博宁, 丁丽娜. 面向对象的钢筋混凝土有限元非线性分析程序设计[J]. 计算力学学报, 2003, 20(5): 592-596.
- [19]吴晓涵. 面向对象结构分析程序设计[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [20] TAYLOR R, MAHER D, HAYES B. Effect of the arrangement of reinforcement on the behavior of reinforced concrete slabs [J]. Magazine of Concrete Research, 1965, 18(55): 85-94.
- [21] GHONEIM M G, MCGREGOR J G. Tests of reinforced concrete plates under combined in-plane and lateral loads [J]. ACI Structural Journal, 1994, 91 (1): 19-30.

(编辑 赵丽莹)