

# 小型航天器浸入与不变自适应反步姿态跟踪

张超<sup>1</sup>, 张胜修<sup>1</sup>, 蔡光斌<sup>1</sup>, 侯明哲<sup>2</sup>

(1.第二炮兵工程大学 控制工程系, 710025 西安; 2.哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 150001 哈尔滨)

**摘要:** 针对具有惯性张量不确定性、外干扰及饱和限制的小型航天器非线性姿态跟踪问题, 将反步法和系统浸入与流形不变理论相结合, 提出了分块自适应约束控制结构。航天器姿态模型由修正罗德里格参数进行全局非奇异描述。在设计反步控制器时, 引入指令滤波器和修正跟踪误差信号以施加系统状态和执行器的饱和限制, 同时较容易地获得虚拟控制导数。为提高反步控制器的鲁棒性和性能, 利用基于不变流形的非线性观测器对时变的系统“总干扰”进行在线估计补偿。由于不变流形方法使得估计误差具有指定的一致稳定动态, 因而该分块自适应控制器比传统的自适应反步控制器更容易调节, 且性能不受未知的估计律动态的影响。李亚普诺夫直接方法证明了估计误差有界性和闭环系统输入状态稳定。数值仿真表明, 与传统方法相比, 所提出的控制器结构具有更高的姿态跟踪性能和干扰估计精度。

**关键词:** 姿态跟踪; 修正罗德里格参数; 自适应反步法; 浸入与不变; 饱和约束

中图分类号: V448

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2014)07-0060-09

## Immersion and invariance adaptive backstepping attitude tracking of micro-spacecraft

ZHANG Chao<sup>1</sup>, ZHANG Shengxiu<sup>1</sup>, CAI Guangbin<sup>1</sup>, HOU Mingzhe<sup>2</sup>

(1. Dept. of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, 710025 Xi'an, China;

2. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

**Abstract:** A modular adaptive controller is proposed for the nonlinear attitude tracking of micro-spacecraft in the presence of uncertain inertial tensor, external disturbances and saturation constraints, which combines the theory of system immersion and manifold invariance (I&I) and constrained backstepping. Firstly, the spacecraft attitude is globally represented by modified Rodrigues parameters. Then the backstepping controller is derived to implement any operating constraints and obtain the derivatives of virtual control easily by introducing command filters and modified tracking errors. To improve the robustness of baseline controller, the nonlinear estimator is constructed based on I&I to estimate and compensate the time-varying total disturbances on line. Because the I&I approach allows for prescribed uniformly stable dynamics to be assigned to the estimation error, the resulting modular adaptive controller is easier to tune compared to classical adaptive backstepping. And its performance does not suffer from unpredictable dynamical behavior of the estimation laws. The closed-loop input-to-state stability and boundedness of the estimation error are guaranteed by Lyapunov direct method. Comparative simulations state that the proposed controller is successful in achieving high attitude performance and precise estimation of disturbance.

**Keywords:** attitude tracking; modified rodrigues parameters; adaptive backstepping; immersion and invariance; saturation constraint

收稿日期: 2014-01-02.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203007, 61203125); 黑龙江省博士后基金资助项目(LBH-Z13076); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(HIT. NSRIF. 2013039).

作者简介: 张超(1984—), 男, 博士研究生;

张胜修(1963—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 张胜修, zsx1963@aliyun.com.

随着航天器应用领域的不断扩展, 对小型低造价航天器的需求逐步提升, 而小体积低造价意味着航天器控制能力有限且更易受干扰的影响, 这就要求姿态控制系统在不断增强鲁棒性的同时

考虑控制饱和的影响.目前,广泛研究和应用于非线性航天器姿态控制的方法主要有动态逆<sup>[1-2]</sup>,滑模变结构控制<sup>[3-4]</sup>和反步法<sup>[5-8]</sup>.因为反步法没有时标分离的假设和抖振现象,且递推过程基于具有严格收敛和稳定性的 Lyapunov 函数,在增强控制鲁棒性和自适应性方面,反步法的结构也具备很大的灵活性<sup>[9]</sup>,所以本文选择反步法设计基础姿态控制器.

对于受多种不确定性因素影响的在轨航天器控制问题,可采用两种自适应反步结构以提高控制器的性能:一是基于调节函数的自适应反步(adaptive backstepping with tuning functions, TFAB),该方法通过 Lyapunov 函数的递归推导来构造不确定参数的自适应律,克服了过参数化估计问题,具有强稳定性,但更新律结构和控制律形式复杂,特别是参数估计不能保证真值收敛,且系统动态与参数更新律动态强耦合,不可预知的参数更新动态可能导致非期望的闭环瞬态响应,因而对于复杂系统,TFAB 控制器参数调节困难<sup>[9-10]</sup>;二是基于估计的分块自适应反步(modular adaptive backstepping),分别设计鲁棒控制律和非基于 Lyapunov 的估计器,如正交最小二乘估计器等<sup>[5-6,11]</sup>,估计器直接在线估计并补偿不确定性的影响.但对于非线性系统,由于难以保证确定等价原则,所以需要引入非线性阻尼项以克服参数估计的时变特性,然而非线性阻尼导致了不期望的高增益控制,可能引起数值稳定性问题,且闭环系统的输入-状态稳定性相对于方法一来说也损失了强稳定性.

最近,文献[10,12-14]提出了一种新的基于系统浸入和流形不变(I&I)的非线性自适应控制和状态观测器设计方法,对于参数严反馈系统该观测器可用于对未知参数进行估计,并使参数估计误差具有期望的一致稳定动态,因而闭环系统具有控制与估计两个稳定系统级联的分块自适应控制结构,相对前述传统自适应反步法,其参数调节更容易,且不需要非线性阻尼项,极大的改善了自适应系统的性能.因而,本文基于 I&I 设计非线性估计器对“总干扰”(外干扰和惯性参数摄动引起的干扰力矩)进行实时估计补偿,以提高反步控制的鲁棒性和精度.

由于航天器作动器物理饱和与系统状态约束的存在会严重降低闭环系统的性能,所以在设计控制器时还必须考虑输入受限问题<sup>[3,7,15]</sup>.本文采用指令滤波反步法<sup>[16]</sup>(command filtered backstepping, CFBS)设计反步控制器,通过指令

滤波器来施加系统状态和控制输入的幅值及速率约束,并对跟踪误差进行修正以消除饱和和约束对跟踪误差收敛性的影响,同时得到虚拟控制量导数以简化设计过程.最后,将本文基于 I&I 的分块自适应约束反步控制器(I&I based modular adaptive constrained backstepping, IIACB)与非自适应的 CFBS 和基于调节函数的约束自适应反步控制器<sup>[17]</sup>(constrained adaptive backstepping, CABS)进行比较仿真,验证了本文方法在小型航天器高精度姿态控制中的有效性.

## 1 航天器 MRP 姿态模型

修正罗德里格参数(MRP)是通过投影法由四元数推出的描述姿态运动的三参数全局非奇异方法,能够表示 $|\theta| < 360^\circ$ 的特征轴转动,参数较少,计算量小<sup>[18]</sup>.

### 1.1 姿态运动学方程

假设航天器在圆轨道上运行,则轨道角速率 $n$ 为常值,由 MRP 表示的姿态运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = n\mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{c}_2(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}, \\ \mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{4}[(1 - \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)\mathbf{I}_{3\times 3} + 2\mathbf{S}_\sigma + 2\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}^T]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 为 MRP 姿态参数向量(文中 $\|\cdot\|$ 表示向量的 2 范数或矩阵的诱导 2 范数); $\mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})$ 为 MRP 运动学矩阵; $\mathbf{I}_{3\times 3}$ 是 $3\times 3$ 单位矩阵; $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 为航天器相对于惯性系 $\mathcal{I}$ 的角速度向量; $\mathbf{c}_i(\boldsymbol{\sigma})$ , $i = 1, 2, 3$ 是 MRP 方向余弦矩阵 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\sigma})$ 的第 $i$ 列向量, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\sigma})$ 表示如下:

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{I}_{3\times 3} - \frac{4(1 - \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)}{(1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)^2}\mathbf{S}_\sigma + \frac{8}{(1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)^2}\mathbf{S}_\sigma^2. \quad (2)$$

$\mathbf{S}_\zeta$ 表示如下反对称矩阵:

$$\mathbf{S}_\zeta = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3},$$

$$\forall \boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3]^T \in \mathbf{R}^3.$$

### 1.2 姿态动力学方程

刚体航天器向量形式的欧拉转动方程为

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}_0\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{S}_\omega\mathbf{J}_0\boldsymbol{\omega}.$$

其中: $\mathbf{M} = (\mathbf{T}_g + \mathbf{T}_c + \mathbf{T}_d) \in \mathbf{R}^3$ 为航天器在本地坐标系 $\mathcal{B}$ 上所受的总外力矩, $\mathbf{T}_g = 3n^2\mathbf{S}_{c_3}\mathbf{J}_0\mathbf{c}_3$ 为非均匀重力场引起的重力梯度力矩, $\mathbf{T}_c$ 为执行器控制力矩, $\mathbf{T}_d = \mathbf{T}_{dl} + \mathbf{T}_{dex}$ 为总干扰力矩, $\mathbf{T}_{dl}$ 及

$T_{\text{dex}}$  分别表示惯性参数摄动引起的干扰力矩部分和受到的环境外干扰力矩部分;  $J_0 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为航天器对称正定惯性张量矩阵的已知测量部分, 则航天器标称姿态动力学方程为

$$\dot{\omega} = J_0^{-1}(-S_{\omega}J_0\omega + T_g) + J_0^{-1}T_c + J_0^{-1}T_d \quad (3)$$

其中未知干扰力矩  $T_d$  的系数项  $J_0^{-1}$  是常值回归项.

### 1.3 干扰力矩有界性

针对航天器姿态数学模型(1)和(3), 在全局范围内作如下假设:

**假设 1**<sup>[19-20]</sup> 存在正常数  $M_m$  和  $M_r$ , 使得  $\|T_d\| \leq M_m, \|\dot{T}_d\| \leq M_r$  成立, 即时变的总干扰力矩  $T_d$  及其导数是有界的.

假设 1 表明干扰属于有界慢时变形式, 在实际航天背景下, 航天器所受空间干扰项, 包括了地球引力摄动、大气阻力、太阳光压以及日月三体引力等因素, 这些因素取决于空间环境、轨道参数及星间相对状态等, 可以在具体应用背景下通过相应的模型获得其大小<sup>[21]</sup>, 虽然不同外干扰的大小差别很大, 但是与航天器姿态控制力矩相比他们都非常小. 文献[22-23]指出: 一般在控制器设计中可将其作为有界的未知项处理, 并通常具有偏差项与周期项相加的形式. 因此, 本文对  $T_d$  中常值惯性张量偏差引起的干扰力矩  $T_{\text{di}}$  及其导数有界性进行证明.

在证明之前, 首先给出以下 2 范数的定义和性质: 向量  $v \in \mathbf{R}^n$  的 2 范数定义为,  $\|v\| = \sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2 + \dots + |v_n|^2}$ , 矩阵  $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$  的诱导 2 范数为  $\|A\| = \sup_{\|v\|=1} \|Av\|, v \in \mathbf{R}^n$ , 并且对于有界的矩阵  $A$  和向量  $v$  满足如下性质:

$$\|Av\| \leq \|A\| \|v\| \leq \gamma \|v\|. \quad (4)$$

其中  $\gamma$  为有限的正常数.

进一步对于向量的叉乘运算使用 2 范数可得

$$\|v \times Aw\| = \|v\| \|Aw\| |\sin(\theta)| \leq \|v\| \|Aw\| \leq \gamma \|v\| \|w\|. \quad (5)$$

其中  $w \in \mathbf{R}^n$ .

惯性张量模型由  $J = J_0 + \Delta J$  表示, 其中  $J$  是实际惯性矩阵,  $J_0$  和  $\Delta J$  分别表示已知测量部分和常值惯性张量偏差, 进一步将实际惯性矩阵的逆用  $J_0$  表示为  $J^{-1} = J_0^{-1} + \Delta J^*$ , 由式(3)可知, 实际的航天器动力学模型应为

$$\dot{\omega} = -(J_0^{-1} + \Delta J^*)S_{\omega}(J_0 + \Delta J)\omega + 3n^2(J_0^{-1} + \Delta J^*)S_{c_3}(J_0 + \Delta J)c_3 + (J_0^{-1} + \Delta J^*)T_c.$$

将上式中的不确定项分离并整理可得

$$\dot{\omega} = -J_0^{-1}S_{\omega}J_0\omega + 3n^2J_0^{-1}S_{c_3}J_0c_3 +$$

$$J_0^{-1}T_c + J_0^{-1}T_{\text{di}}(\sigma, \omega), \quad (6)$$

$$T_{\text{di}}(\sigma, \omega) = -J_0(\Delta J^* \omega \times J\omega + J_0^{-1} \omega \times \Delta J\omega) + 3n^2J_0(\Delta J^* c_3 \times Jc_3 + J_0^{-1} c_3 \times \Delta Jc_3) + J_0\Delta J^* T_c. \quad (7)$$

可见, 由惯性张量常值偏差  $\Delta J$  引起的干扰力矩  $T_{\text{di}}$  是时变的, 可以用 I&I 观测器进行估计. 由于  $J$  和  $J^{-1}$  均为有限常值非奇异矩阵, 取式(7)的 2 范数并利用范数性质式(4) ~ (5) 可得

$$\|T_{\text{di}}\| \leq \|J_0\Delta J^* \omega \times J\omega\| + \|\omega \times \Delta J\omega\| + 3n^2\|J_0\Delta J^* c_3 \times Jc_3\| + 3n^2\|c_3 \times \Delta Jc_3\| + \|J_0\Delta J^* T_c\| \leq \gamma_1 \|\omega\|^2 + \gamma_2 \|c_3\|^2 + \gamma_3 \|T_c\|. \quad (8)$$

其中  $\gamma_i$  为有限正常数. 由于特征轴转动  $|\theta| < 360^\circ$ , MRP 满足  $|\sigma|^2 < 1$ , 因而向量  $c_i(\sigma), i = 1, 2, 3$  有界, 又因为在反步控制器设计中利用指令滤波器施加了控制输入  $T_c$  与状态  $\omega$  的幅值饱和限制, 所以  $T_c$  和  $\omega$  均有界, 因而从式(8)可知  $T_{\text{di}}$  有界. 进一步  $T_{\text{di}}$  的时间导数为

$$\frac{dT_{\text{di}}}{dt} = J_0\Delta J^*(-\dot{\omega} \times J\omega - \omega \times J\dot{\omega} + 3n^2\dot{c}_3 \times Jc_3 + 3n^2c_3 \times J\dot{c}_3 + \dot{T}_c) - \dot{\omega} \times \Delta J\omega - \omega \times \Delta J\dot{\omega} + 3n^2\dot{c}_3 \times \Delta Jc_3 + 3n^2c_3 \times \Delta J\dot{c}_3. \quad (9)$$

对上式同样取 2 范数可得

$\|\dot{T}_{\text{di}}\| \leq \gamma_4 \|\omega\| \|\dot{\omega}\| + \gamma_5 \|c_3\| \|\dot{c}_3\| + \gamma_6 \|\dot{T}_c\|$ . 其中  $\gamma_i$  为有限正常数, 由于指令滤波器同样施加了速率限制, 所以保证了  $\dot{\omega}$  和  $\dot{T}_c$  的有界性. 而由方向余弦矩阵(2)的泊松运动微分方程<sup>[18]</sup>

$\dot{C} = -S_{\omega}{}^{\mathcal{BC}}C, (\omega^{\mathcal{BC}} = \omega + nc_2(\sigma))$  可知,  $\dot{c}_3 = c_3 \times \omega + nc_3 \times c_2$ , 取 2 范数可得

$$\|\dot{c}_3\| \leq \gamma_7 \|c_3\| \|\omega\| + \gamma_8 \|c_3\| \|c_2\|,$$

因而  $\dot{c}_3$  有界, 综上可知  $\dot{T}_{\text{di}}$  有界.

**假设 2** 参考指令信号及其一阶导数存在且有界.

在实际跟踪控制系统中, 参考指令信号通常均有界. 将参考指令进行一阶滤波形成新的参考指令, 则可使得其一阶导数存在且有界.

**假设 3** 系统状态(姿态角  $\sigma$ , 角速度  $\omega$ ) 完全可知.

由于本文研究状态反馈控制律设计, 所以提出该假设, 实际工程中航天器姿态角和角速率也是可测的.

至此, 本文控制器设计目标为: 针对式(1)和(3)组成的 6 阶非线性严格反馈 MRP 模型, 设计控制律  $T_c$ , 使得在系统不确定性和干扰条件下航天器姿态  $\sigma$  跟踪光滑参考指令  $\sigma_r$ , 闭环系统全局

稳定且当  $t \rightarrow \infty$  时跟踪误差  $z_i (i = 1, 2)$  收敛于包含零的可任意小的邻域内。

## 2 I&I 自适应反步控制

### 2.1 反步控制器设计

考虑系统(1)和(3),首先定义跟踪误差向量

$$z_1 = \sigma_e = \frac{(1 - \|\sigma\|^2)\sigma_r - (1 - \|\sigma_r\|^2)\sigma - 2S_\sigma\sigma_r}{1 + \|\sigma\|^2\|\sigma_r\|^2 + 2\sigma^T\sigma_r}, \quad (10)$$

$$z_2 = \omega_e = \omega - x_{2,c}. \quad (11)$$

其中:  $x_{2,c}$  是实际内环参考角速率,  $x_{2,c}$  及其导数  $\dot{x}_{2,c}$  可通过对  $x_{2,c}^0 = \alpha_1 - \chi_2$  指令滤波后获得( $\alpha_1$  是设计的内环虚拟控制律,  $\chi_2$  是由于滤波作用而定义的修正项),对于文献[16]的指令滤波器可采用如下离散形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{f_1}(k) \\ x_{f_2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f_1}(k-1) \\ x_{f_2}(k-1) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \Delta t \\ 1 \end{bmatrix} \text{sat}_R \left( \frac{\text{sat}_M(x_c^0(k)) - x_{f_1}(k-1)}{\Delta t} \right), \\ \begin{bmatrix} x_c(k) \\ \dot{x}_c(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f_1}(k) \\ x_{f_2}(k) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $x_c^0$  是滤波器输入信号;  $x_{f_1}, x_{f_2}$  是滤波器状态;  $x_c, \dot{x}_c$  是滤波器输出;  $\text{sat}_*(\cdot)$  是饱和函数(\*取  $M$  和  $R$  分别表示幅值和速率);  $\Delta t$  为仿真时间步长.由于在实际饱和发生时往往需要保持控制力矩向量的方向,如使用单框架控制力矩陀螺,所以选取超球面饱和函数  $\text{sat}_*(\cdot)$  如下,  $M_*$  为饱和和限,

$$\text{sat}_*(x) = \begin{cases} x, & \|x\| < M_*; \\ \frac{M_*}{\|x\|} x, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

跟踪误差式(10)、(11)的动态为

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) (nc_2(\sigma) + \omega) + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_r} \dot{\sigma}_r, \quad (13)$$

$$\dot{z}_2 = J_0^{-1} (-S_\omega J_0 \omega + 3n^2 S_{c_3} J_0 c_3) + J_0^{-1} T_c + J_0^{-1} T_d - \dot{x}_{2,c}. \quad (14)$$

为消除饱和约束对跟踪误差的影响,进一步定义修正跟踪误差为

$$\bar{z}_1 = z_1 - \chi_1, \quad \bar{z}_2 = z_2 - \chi_2. \quad (15)$$

**注1** 虽然式(15)中  $\bar{z}_1, z_1, \chi_1$  都是 MRP 表示的角度,但当参考指令连续光滑时,  $z_1$  较小,且合理设计指令滤波器可使  $\chi_1$  比  $z_1$  更小,因而可不采用形如式(10)的 MRP 代数运算,直接相减进

行合理近似。

带饱和和约束的指令滤波对跟踪误差  $z_1, z_2$  的效应由如下稳定线性滤波进行估计,即修正项  $\chi_1, \chi_2$  满足

$$\dot{\chi}_1 = -k_1 \chi_1 + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) (x_{2,c} - x_{2,c}^0), \quad (16)$$

$$\dot{\chi}_2 = -k_2 \chi_2 + J_0^{-1} (T_c - T_c^0). \quad (17)$$

至此,未经滤波的初始控制律设计为

$$\alpha_1 = -nc_2 - \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) \right)^{-1} \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_r} \dot{\sigma}_r + k_1 z_1 \right), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} T_c^0 = S_\omega J_0 \omega - 3n^2 S_{c_3} J_0 c_3 + \\ J_0 \left[ \dot{x}_{2,c} - k_2 z_2 - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1 \right] - \hat{T}_d^*. \end{aligned} \quad (19)$$

其中增益矩阵  $k_1, k_2 > 0$ ,通常可选择内环增益  $k_2$  大于外环增益  $k_1$ ,  $\hat{T}_d^*$  是“总干扰”力矩估计值.实际执行器饱和约束下的控制力矩  $T_c$  由  $T_c^0$  通过(12)指令滤波获得。

### 2.2 I&I 估计器设计

I&I 是利用定义的不变流形使得所有流形面上的解都收敛于平衡状态,为此, I&I 使用闭环目标动态来合理设计自适应控制的估计律<sup>[14]</sup>.对于航天器姿态模型,干扰项仅存在于动力学方程(3)中,首先定义流形外的估计误差为

$$\bar{T}_d = \hat{T}_d - T_d + \beta(\omega). \quad (20)$$

其中:  $\hat{T}_d$  是估计器状态;  $\beta(\omega)$  是随后定义的光滑函数;  $(\hat{T}_d + \beta(\omega)) = \hat{T}_d^*$  是干扰力矩的估计。

代入动力学方程(3),控制律(19)和修正项动态(17),则  $\bar{T}_d$  的动态为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{T}}_d = \dot{\hat{T}}_d - \dot{T}_d + \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} \dot{\omega} = \dot{\hat{T}}_d - \dot{T}_d + \\ \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} (-J_0^{-1} S_\omega J_0 \omega + 3n^2 J_0^{-1} S_{c_3} J_0 c_3 + \\ J_0^{-1} (T_c - T_c^0) + J_0^{-1} T_c^0 + J_0^{-1} T_d) = \\ \dot{\hat{T}}_d - \dot{T}_d + \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} \left( -k_2 z_2 - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1 + \right. \\ \left. \dot{x}_{2,c} + J_0^{-1} (T_c - T_c^0) - J_0^{-1} \bar{T}_d \right) = \\ \dot{\hat{T}}_d - \dot{T}_d + \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} \left( -k_2 \bar{z}_2 - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1 + \right. \\ \left. \dot{x}_{2,c} + \dot{\chi}_2 - J_0^{-1} \bar{T}_d \right). \end{aligned} \quad (21)$$

消去式(21)的已知部分,则定义估计律为

$$\dot{\hat{T}}_d = -\frac{\beta(\omega)}{\partial \omega} \left( -k_2 \bar{z}_2 - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1 + \dot{x}_{2,c} + \dot{\chi}_2 \right). \quad (22)$$

这使得误差系统式(20)具有如下动态:

$$\dot{\tilde{T}}_d = -\dot{T}_d - \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} J_0^{-1} \tilde{T}_d \quad (23)$$

由于式(3)中回归函数  $J_0^{-1}$  是常值,所以由文献[10]可知,  $\beta(\omega)$  存在如下解:

$$\beta(\omega) = \gamma \int_0^\omega J_0^{-1} d\chi = \gamma J_0^{-1} \omega \quad (24)$$

其中  $\gamma > 0$  是估计增益,代入式(23)可得

$$\dot{\tilde{T}}_d = -\dot{T}_d - \gamma J_0^{-1} J_0^{-1} \tilde{T}_d \quad (25)$$

至此,式(22)、(24)构成 I&I 估计律,式(25)是估计误差动态,且以下稳定性引理成立.

**引理** 对于误差系统式(23)和形如式(24)定义的光滑函数  $\beta(\omega)$ ,在假设 1 成立的条件下,估计误差动态式(25)一致全局有界,其解渐进收敛于集合  $S$ ,

$$S = \left\{ \tilde{T}_d(t) \mid \left\| J_0^{-1} \tilde{T}_d \right\| \leq \frac{\|J_0\| M_r}{\gamma} \right\} \quad (26)$$

**证明** 考虑 Lyapunov 函数  $V_1 = \tilde{T}_d^T \tilde{T}_d$ ,其沿式(25)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2\tilde{T}_d^T (-\dot{T}_d - \gamma J_0^{-1} J_0^{-1} \tilde{T}_d) = -\gamma \tilde{T}_d^T J_0^{-1} J_0^{-1} \tilde{T}_d - \\ &\gamma \left( J_0^{-1} \tilde{T}_d + \frac{1}{\gamma} J_0 \dot{T}_d \right)^T \left( J_0^{-1} \tilde{T}_d + \frac{1}{\gamma} J_0 \dot{T}_d \right) + \\ &\frac{1}{\gamma} \dot{T}_d^T J_0 J_0 \dot{T}_d \leq -\gamma (J_0^{-1} \tilde{T}_d)^2 + \frac{(J_0 \dot{T}_d)^2}{\gamma} \end{aligned} \quad (27)$$

由假设 1 可知  $\|\dot{T}_d\| \leq M_r$ ,则

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\gamma \|J_0^{-1} \tilde{T}_d\|^2 + \frac{\|J_0 \dot{T}_d\|^2}{\gamma} \leq \\ &-\gamma \|J_0^{-1} \tilde{T}_d\|^2 + \frac{\|J_0\|^2 M_r^2}{\gamma} \end{aligned} \quad (28)$$

由于  $J_0^{-1}$  是常值,由式(28)可知,  $\tilde{T}_d$  是一致全局有界的且收敛于集合(26),证毕.

可见,当  $M_r, J_0$  一定时,  $\tilde{T}_d$  的上界可以通过选择充分大的  $\gamma$  而任意小,即估计值  $\hat{T}_d + \beta(\omega)$  趋近于真值  $T_d$ ,并且注意到 I&I 方法的特点,该结论的成立是独立于控制律设计的.

### 3 闭环稳定性证明

首先,分析闭环系统修正跟踪误差式(15)的动态,由式(13)可知:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_1 - \dot{\chi}_1 = \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) (z_2 + x_{2,c} - x_{2,c}^0 + nc_2) + \\ &\frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) (\alpha_1 - \chi_2) + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \dot{\sigma}_r - \dot{\chi}_1 \end{aligned}$$

进一步代入式(16)、(18)可得

$$\dot{z}_1 = -k_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) \bar{z}_2 \quad (29)$$

同理,由式(14)、(17)、(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= z_2 - \dot{\chi}_2 = J_0^{-1} (-S_\omega J_0 \omega + 3n^2 S_{c_3} J_0 c_3) + \\ &J_0^{-1} (T_c - T_c^0) + J_0^{-1} T_c^0 + J_0^{-1} T_d - \dot{x}_{2,c} - \dot{\chi}_2 = \\ &-k_2 \bar{z}_2 - J_0^{-1} \tilde{T}_d - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1 \end{aligned} \quad (30)$$

至此,选取闭环系统的 Lyapunov 函数如下:

$$V = \bar{z}_1^T \bar{z}_1 + \bar{z}_2^T \bar{z}_2 + V_1$$

其沿估计误差动态式(25),修正跟踪误差动态式(29)、(30)的时间导数  $\dot{V}$  为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\bar{z}_1^T \left( -k_1 \bar{z}_1 + \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} N(\sigma) \bar{z} \right) + 2\bar{z}_2^T (-k_2 \bar{z}_2 - \\ &J_0^{-1} \tilde{T}_d - N(\sigma)^T \left( \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)^T \bar{z}_1) + \dot{V}_1 = -2\bar{z}_1^T k_1 \bar{z}_1 - \\ &2\bar{z}_2^T k_2 \bar{z}_2 - 2\bar{z}_2^T J_0^{-1} \tilde{T}_d + \dot{V}_1 \end{aligned}$$

由式(27)可知

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -2\bar{z}_1^T k_1 \bar{z}_1 - 2\bar{z}_2^T k_2 \bar{z}_2 - 2\bar{z}_2^T J_0^{-1} \tilde{T}_d - \\ &\gamma (J_0^{-1} \tilde{T}_d)^2 + \frac{(J_0 \dot{T}_d)^2}{\gamma} = -2\bar{z}_1^T k_1 \bar{z}_1 - \\ &2\bar{z}_2^T \left( k_2 - \frac{1}{2} \Lambda \Lambda \right) \bar{z}_2 - (\Lambda^{-1} J_0^{-1} \tilde{T}_d + \\ &\Lambda \bar{z}_2)^T (\Lambda^{-1} J_0^{-1} \tilde{T}_d + \Lambda \bar{z}_2) - \\ &\tilde{T}_d^T J_0^{-1} (\gamma I - \Lambda^{-1} \Lambda^{-1}) J_0^{-1} \tilde{T}_d + \frac{(J_0 \dot{T}_d)^2}{\gamma} \leq \\ &-2\bar{z}_1^T k_1 \bar{z}_1 - 2\bar{z}_2^T \left( k_2 - \frac{1}{2} \Lambda \Lambda \right) \bar{z}_2 - \tilde{T}_d^T J_0^{-1} (\gamma I - \\ &\Lambda^{-1} \Lambda^{-1}) J_0^{-1} \tilde{T}_d + \frac{(J_0 \dot{T}_d)^2}{\gamma} \end{aligned} \quad (31)$$

其中  $\Lambda = \Lambda^T > 0$ ,且如果满足如下条件:

$$\begin{cases} \bar{k}_2 = k_2 - \frac{1}{2} \Lambda \Lambda > 0, \\ \gamma I - \Lambda^{-1} \Lambda^{-1} \geq 0. \end{cases} \quad (32)$$

则式(31)为

$$\dot{V} \leq -2\bar{z}_1^T k_1 \bar{z}_1 - 2\bar{z}_2^T \bar{k}_2 \bar{z}_2 + \frac{(J_0 \dot{T}_d)^2}{\gamma} \quad (33)$$

为使得增益  $\gamma$  满足条件(32),且无需显式计算  $\Lambda$ ,将式(32)两不等式结合可得

$$k_2 > \frac{I}{2\gamma} \quad (34)$$

最终,在满足参数选择条件式(34)和假设 1 干扰力矩导数  $\dot{T}_d$  有界的情况下,由式(33)可知,修正跟踪误差  $\bar{z}_i, i = 1, 2$  相对于  $\dot{T}_d$  输入状态稳定,渐进收敛于包含原点的紧集,且选择估计器增

益  $\gamma$  充分大可使该紧集任意小. 而通过合理设计指令滤波器, 能够保证  $\chi_i, i = 1, 2$  很小, 由式 (15) 可知, 这使得跟踪误差  $z_i$  与修正跟踪误差  $\bar{z}_i$  一样

具有输入状态稳定性并收敛于相同的紧集<sup>[16]</sup>.

最终, 小型航天器 IIACB 分块姿态控制结构框图如图 1 所示.

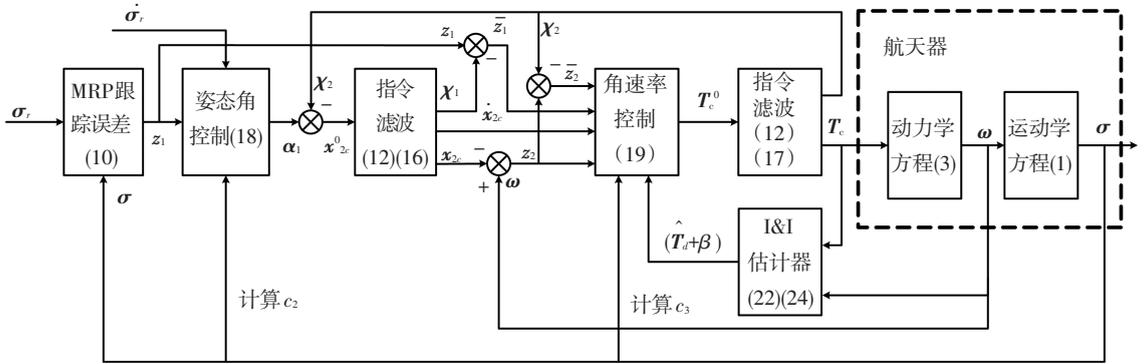


图 1 I&I 分块自适应约束反步姿态控制框图

### 4 仿真结果与分析

针对航天器姿态机动, 本文分别基于文献 [16] 带饱和约束的非自适应 CFBS, 文献 [17] 中自适应的 CABS 以及本文的 IIACB 进行仿真比较.

CFBS 控制器与 IIACB 的控制器部分相同, 而由于干扰力矩的时变性质, CABS 控制器的内环控制律  $T_c^0$  需要增加非线性阻尼项  $J_0^{-1} \kappa J_0^{-1} \bar{z}_2$  来克服估计误差, 以使得闭环系统输入-状态稳定<sup>[24-25]</sup>, 其中  $\kappa = \kappa^T > 0$  为鲁棒增益, 而其调节函数估计律由修正跟踪误差  $\bar{z}_2$  驱动, 如式 (35), 增加光滑投影算子<sup>[26]</sup>  $Proj(\cdot)$  用于保证估计误差有界,  $\Gamma > 0$  为自适应增益,

$$\hat{T}_d = Proj(\Gamma J_0^{-1} \bar{z}_2). \quad (35)$$

$Proj(\tau) =$

$$\begin{cases} \tau, & \hat{\theta}^T \hat{\theta} \leq M^2; \\ \tau, & \hat{\theta}^T \hat{\theta} > M^2, \hat{\theta}^T \tau \leq 0; \\ \tau - \frac{(\hat{\theta}^T \hat{\theta} - M^2) \hat{\theta}^T \tau \hat{\theta}}{\delta \|\hat{\theta}\|^2}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (36)$$

其中:  $\delta > 0$  为小的常值;  $M$  是超球面集半径;  $\tau$  表示估计律.

航天器轨道角速度  $n = 1.078 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$ , 惯性张量  $J = J_0 + \Delta J, J_{ii}$  表示  $J$  的第  $i$  个对角元素<sup>[1]</sup>.

$$J = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 6.3 & 0 \\ 0 & 0 & 8.5 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 0.2J_{11} & 0.2J_{11} & 0.2J_{22} \\ 0.2J_{11} & 0.2J_{22} & 0.2J_{33} \\ 0.2J_{22} & 0.2J_{33} & 0.2J_{33} \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$T_d$  为航天器本体轴上的外干扰力矩<sup>[1]</sup>, 且

$$T_d = \begin{pmatrix} 4 + 0.2\sin(0.01\pi t) \\ 5 + 0.5\sin(0.01\pi t) \\ 4 + 0.2\sin(0.01\pi t) \end{pmatrix} \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

航天器参考姿态分为重定向和扫描机动两部分. 初始姿态  $\sigma_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ , 目标姿态为

$$\sigma_i = k_i \tan\left(\frac{\theta}{4}\right), \quad \theta = 20^\circ, \quad i = 1, 2.$$

$$k_1 = -k_2 = [-0.67 \ 0.67 \ 0.33]^T. \quad (37)$$

为说明饱和约束的影响, 首先, 航天器从初始姿态  $\sigma_0$  重定向到目标姿态  $\sigma_1$ , 过渡过程采用角速率  $1.5 (\text{ }^\circ/\text{s})$  并经一阶低通滤波的斜坡参考信号, 其次, 在目标姿态  $\sigma_1$  与  $\sigma_2$  之间进行周期  $T = 110 \text{ s}$ , 峰峰振幅  $40^\circ$  的正弦扫描机动. 仿真步长  $0.01 \text{ s}$ . 为平等比较, CFBS, IIACB 内环控制律同样加入非线性阻尼, 并选择三种控制器具有相同的控制增益,

$$k_1 = \text{diag}\{0.2, 0.2, 0.2\}, \quad k_2 = \text{diag}\{1, 1, 1\}, \\ \kappa = J_0 \cdot \text{diag}\{1, 1, 1\} \cdot J_0.$$

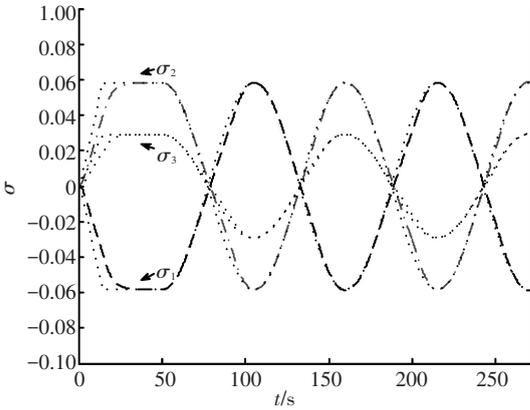
由于 I&I 估计器是根据闭环动态设计, 并使得闭环系统为两稳定系统的级联分块结构, 所以相比于 CABS, I&I 自适应设计参数调节更容易, 增大观测器增益  $\gamma$  不仅使估计更快, 而且能改善闭环动态性能 (实际仿真误差还受限于由数值稳定性决定的时间步长). 由估计误差上界式 (26) 和参数条件式 (34) 可知,  $\gamma$  的选择与名义航天器模型惯性矩阵  $J_0$  及控制增益  $k_2$  的大小有关, 所以

选择 I&I 估计器参数为  $\gamma = 50$ 。

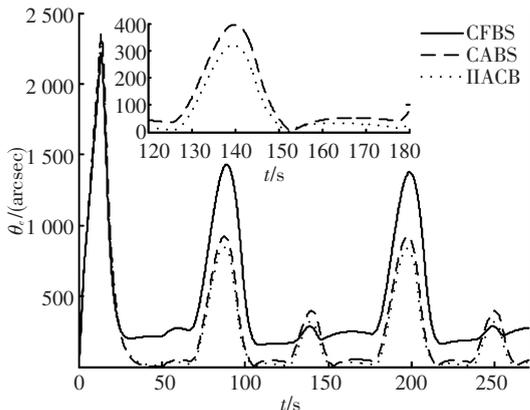
对于调节函数估计律式(35),虽然仅要求增益  $\Gamma$  为正,但如引言对 TFAB 的论述,闭环瞬态性能受估计误差影响,所以  $\Gamma$  选择过小则系统性能降低,选择过大则系统出现震荡,经反复调整,调节函数估计增益为  $\Gamma = \text{diag}\{6,6,6\} \cdot J_0$ 。

根据执行器物理约束及航天器所载仪器对其状态的限制<sup>[27]</sup>,指令滤波器参数为:内环  $x_{2,c}$  限幅  $1(^{\circ})/s$ ,速率限制  $0.2(^{\circ})/s^2$ ,控制力矩  $T_e$  限幅  $0.05 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,速率限制  $5 (\text{N} \cdot \text{m})/s$ 。由于约束自适应反步法(CABS)使用指令滤波器施加了控制力矩的约束限制,避免了闭环系统在约束条件下不稳定,所以可以适当放宽选择投影算子的参数  $M = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$  和  $\delta = 0.001 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,使得估计律能够更准确的估计干扰力矩的大小,以提高闭环的干扰抑制性能。

仿真结果如图 2~6 所示,其中,IIACB 姿态跟踪如图 2(a)和图 3(a)所示,图 2(b)和图 3(b)给出了 CFBS, CABS 和 IIACB 的跟踪误差比较,  $\theta_e = 4\arctan(\|\sigma_e\|)$  为式(37)所示特征轴转角  $\theta$  的跟踪误差,  $\|\omega_e\|$  为角速率跟踪误差的 2 范数。

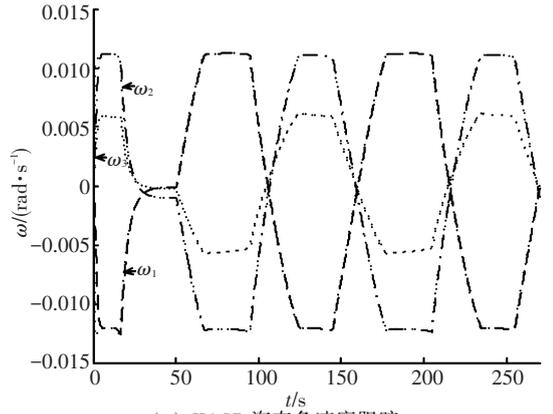


(a) IIACB 姿态角跟踪控制

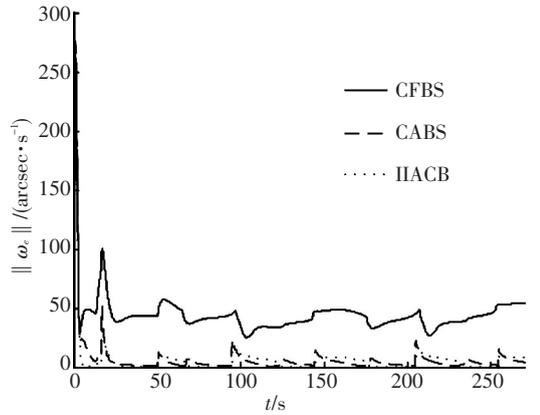


(b) 3 种控制器跟踪误差比较

图 2 MRP 姿态角跟踪



(a) IIACB 姿态角速度跟踪



(b) 3 种控制器跟踪误差比较

图 3 姿态角速度跟踪

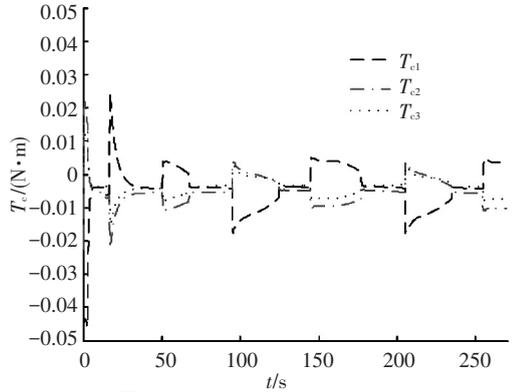


图 4 IIACB 控制力矩变化

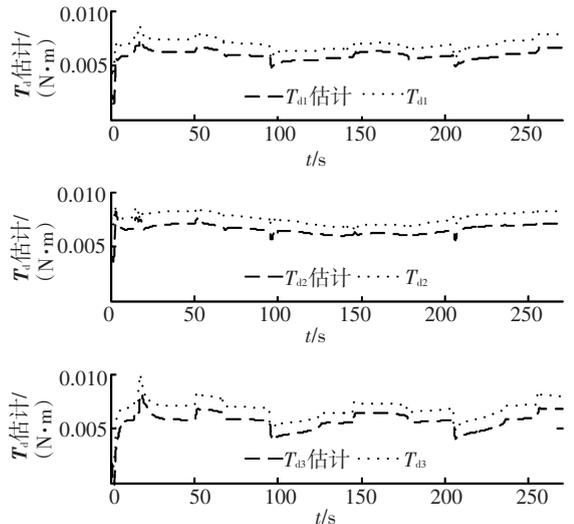


图 5 I&I 估计器干扰力矩估计

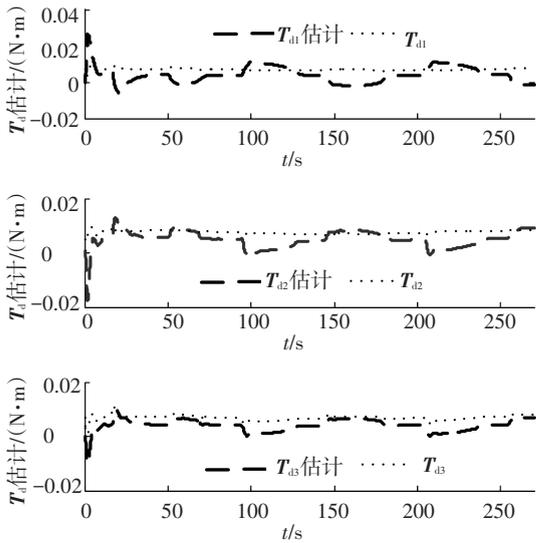


图 6 调节函数干扰力矩估计

可以看出在给定输入\状态约束下, 尽管航天器跟踪设计的参考姿态出现了角速率和控制力矩饱和, 由于引入了指令滤波和修正跟踪误差, 3 种控制器均能实现稳定跟踪, 但非自适应的 CFBS 对惯性参数摄动和周期性干扰的抑制能力较弱, 并且受外加常值干扰的影响,  $\theta_e$  和  $\|\omega_e\|$  均产生了稳态跟踪误差, 自适应控制器 IIACB 和 CABS 跟踪效果更好, 但相比之下 CABS 内外环跟踪误差较大, 而 IIACB 的跟踪更精确, 性能主要受饱和约束影响。

上述定性分析的结论, 可以使用均方根 RMS (root mean square) 进一步定量比较三种控制器的姿态跟踪误差和干扰估计误差, 如表 1 所示。

表 1 控制器性能比较

控制器	$\theta_e /$ arcsec	$\ \omega_e\  /$ (arcsec · s <sup>-1</sup> )	$\ \tilde{T}_d\  /$ (N · m)
CFBS	650.90	46.83	
CABS	521.01	19.51	$7.66 \times 10^{-3}$
IIACB	490.29	17.82	$1.92 \times 10^{-3}$

从图 4 控制力矩变化可知, IIACB 控制律对干扰的抑制并不以较大的控制量为代价, 定义航天器能量消耗的量度如下<sup>[18]</sup>(单位 J):

$$P = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^3 |\omega_i(t) T_{ci}(t)| dt.$$

其中  $\omega_i$  和  $T_{ci}$  分别表示角速率  $\omega$  和控制力矩  $T_c$  的第  $i$  个分量, 则  $P_{CFBS} = 0.2803$ ,  $P_{CABS} = 0.2776$ ,  $P_{IIACB} = 0.2761$ , IIACB 能量消耗更小。

从图 5 I&I 观测器对干扰力矩的估计可以看出(图 5(a)中  $T_{di}$  表示干扰力矩  $T_d$  的第  $i$  个分量), 其能迅速准确地跟踪“总干扰”的变化, 所以干扰补偿更有效, 而 CABS 的调节函数估计律由

Lyapunov 函数得出, 以保证闭环系统稳定为前提, 估计性能不可预知, 其干扰力矩估计  $\hat{T}_d$  如图 6 所示, 可以看出  $\hat{T}_d$  的分量  $\hat{T}_{d1}$  和  $\hat{T}_{d2}$  耦合, 整体估计效果较差, 两者估计误差  $\tilde{T}_d$  范数的均方根比较见表 1。

## 5 结 论

1) 本文针对小型刚体航天器在模型不确定性、外部扰动和饱和约束情况下的姿态跟踪问题, 利用反步法和 I&I 理论, 在 MRP 描述的数学模型基础上, 设计了分块自适应约束反步姿态跟踪控制器; 利用 Lyapunov 理论证明了闭环系统输入状态稳定和估计误差的收敛性。

2) 由于 I&I 估计器具有独立于控制律设计的稳定性, 使得反步控制器和 I&I 观测器组成分块自适应控制结构, 相比传统自适应反步法, 其调节更容易且闭环瞬态性能不受估计律动态的影响。

3) 在反步控制中引入了指令滤波器, 很好地解决了状态\执行机构饱和约束条件下的姿态机动问题和传统反步法虚拟控制导数的计算膨胀问题。

4) 比较仿真表明, 由于 I&I 估计器的稳定性和对干扰的准确在线估计补偿作用, 姿态控制的鲁棒性和精度显著提高。

## 参考文献

[1] ACQUATELLA P J, FALKENA W, van KAMPEN E J, et al. Robust nonlinear spacecraft attitude control using incremental nonlinear dynamic inversion [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Minneapolis: [s.n.], 2012: 1-20.

[2] 王彪, 唐超颖. 航天器姿态的神经网络动态逆控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(2): 246-249.

[3] LU K F, XIA Y Q, FU M Y. Controller design for rigid spacecraft attitude tracking with actuator saturation [J]. Information Sciences, 2013, 220(20): 343-366.

[4] XIA Y Q, ZHU Z, FU M Y, et al. Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(2): 647-659.

[5] 王翔宇, 丁世宏, 李世华. 基于反步法的挠性航天器姿态镇定 [J]. 航空学报, 2011, 32(8): 1512-1523.

[6] ZOU A M, KUMAR K D. Adaptive fuzzy fault-tolerant attitude control of spacecraft [J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(1): 10-21.

[7] ALI I, RADICE G, KIM J. Backstepping control design with actuator torque bound for spacecraft attitude maneuver [J]. Journal of Guidance, Control, and

- Dynamics, 2010, 33(1): 254-259.
- [8] 李波,胡庆雷,石忠,等. 基于反步法与动态控制分配的航天器姿态机动控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1419-1425.
- [9] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [10] KARAGIANNIS D, ASTOLFI A. Nonlinear adaptive control of systems in feedback form: an alternative to adaptive backstepping[J]. Systems & Control Letters, 2008, 57(9): 733-739.
- [11] van OORT E R, SONNEVELDT L, CHU Q P, et al. Full-envelope modular adaptive control of a fighter aircraft using orthogonal least squares[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2010, 33(5): 1461-1472.
- [12] ASTOLFI A, ORTEGA R. Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(4): 590-606.
- [13] KARAGIANNIS D, CARNEVALE D, ASTOLFI A. Invariant manifold based reduced-order observer design for nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(11): 2602-2614.
- [14] ASTOLFI A, KARAGIANNIS D, ORTEGA R. Nonlinear and adaptive control with applications [M]. London: Springer-Verlag, 2008.
- [15] CHEN M, GE S S, REN B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints [J]. Automatica, 2011, 47(3): 452-465.
- [16] FARRELL J A, POLYCARPOU M, SHARMA M, et al. Command filtered backstepping [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1391-1395.
- [17] SONNEVELDT L, CHU Q P, MULDER J A. Nonlinear flight control design using constrained adaptive backstepping[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(2): 322-336.
- [18] SCHAUB H, JUNKINS J L. Analytical mechanics of aerospace systems[M]. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [19] 肖冰,胡庆雷,马广富. 小卫星改进型自适应反步姿态控制[C]//第二十九届中国控制会议论文集. 北京:[s.n.], 2010: 2139-2143.
- [20] 胡锦涛,张洪华. 基于浸入与不变流形的抗干扰饱和姿态控制器[J]. 中国空间科学技术, 2012, 32(6): 31-38.
- [21] 董晓光,曹喜滨,张锦绣,等. 近地单质量块 Drag-Free 卫星自适应控制方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(1): 1-6.
- [22] 曹喜滨,董晓光,张锦绣,等. 编队飞行自主控制的自适应方法[J]. 宇航学报, 2012, 33(7): 903-909.
- [23] 曹喜滨,梨施,董晓光,等. 基于干扰观测的无阻力卫星控制器设计[J]. 宇航学报, 2012, 33(4): 411-418.
- [24] GE S S, WANG J. Robust adaptive tracking for time varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(8): 1463-1469.
- [25] ZHANG X Y, LIN Y. A robust adaptive dynamic surface control for nonlinear systems with hysteresis input [J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(9): 1264-1271.
- [26] POMET J, PRALY L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(6): 729-740.
- [27] WERTZ J R, LARSON W J. Space mission analysis and design[M]. 3rd ed. The Netherlands: Microcosm Press and Kluwer Academic Publishers, 1999.

(编辑 张宏)