

剪式单元直线阵列可展结构的稳定性

李 博, 王三民, 袁 茹

(西北工业大学 机电学院, 710072 西安)

摘 要: 为获得剪式可展结构失稳时的临界载荷,开展剪式单元直线阵列可展结构的稳定性研究.首先基于杆件的弹性变形分析,建立了剪式单元的结构失稳极限载荷表达式,然后将其应用于阵列组合而成的可展结构,获得了这种结构的稳定性条件.结果表明:单元个数、杆件柔度和位置角等参数共同影响结构失稳时的临界载荷,随着单元个数增加或杆件柔度增大,结构稳定性逐渐降低;位置角受到单元个数影响,不能单独作为判断结构失稳的依据.最后进行可展结构稳定性仿真分析,并将仿真结果与理论分析结果对比,两者吻合性较好,证实了本文提出方法的正确性.

关键词: 剪式结构;直线阵列;稳定性;失稳载荷;仿真

中图分类号: TH113.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2014)09-0050-05

Stability of linear array deployable structures based on structure of scissor-like element

LI Bo, WANG Sanmin, YUAN Ru

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China)

Abstract: In order to get the buckling load of deployable structures, stability of linear array deployable structures based on structure of SLE were studied. The paper established a structural instability limit load expression of SLE based on analysis of the elastic deformation of bar, which is applied to the array combination of deployable structure. Then the condition of the stability of this structure is obtained. Results indicate that: Buckling critical load were affected by the bar parameters such as the number of units, bar flexibility and position angle. With the increase of the number of units or the bar flexibility, structural stability gradually reduced; The position angle were affected by unit number, which cannot be used separately as the basis for judging structure instability. Deployable structure stability simulation analysis results and the theoretical analysis results are compared each other, confirming the correctness of the proposed method in this paper because of the experiment data well.

Keywords: deployable structure; linear array; stability; buckling load; simulation

可展机构是一般空间可展结构的基本体系,是实现结构机构形态变化、展开折叠的基本结构机构元素.文中研究的剪式可展结构是杆式可展结构中的一种,剪式铰是组成剪式可展结构的基本单元,由两个连杆经销轴连接成“X”型结构,具有运动收缩功能,在航天(如大口径天线、太阳

帆)、航空(如可伸缩停机坪,临时机库)、建筑(如开合穹顶、救灾房屋)等领域应用广泛.

进入20世纪70年代后,航天科技发展对大型结构提出了迫切要求,国内外众多研究机构和学者都做了大量研究.如美国 DARPA (defense advanced research projects agency) 实施 ISAT (innovative space-based antenna technology) 计划旨在研究口径100 m左右的可展式天线.1995年,英国剑桥大学 Burgess 教授^[1]在对航天飞行器 Envisat 的太阳帆可展结构进行地面展开实验时,发现了由于单元机构的运动不同步,导致整个机构的展开运动卡滞现象,并首次提出了一种考虑

收稿日期: 2013-12-13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51175422).
作者简介: 李 博(1986—),男,博士研究生;
王三民(1961—),男,教授,博士生导师.
通信作者: 李 博, yunfenglibo@126.com.

运动同步性的先进单元机构 (APDM); 2002 年, 美国格林研究中心学者 Botke 等^[2]针对可展结构在展开运动中运动不同步现象, 设计了一种同步铰链, 提出了利用机构的死点位置来实现构型稳定性的思想; 2008 年, 土耳其学者 Kipe 等^[3]对用于可展结构的单元机构进行了分类, 并对单元机构的运动特性进行了分析, 指出在实现预期展开形状时, 单元机构的合理选择十分重要. 目前, 我国研究人员对可展机构也做了大量研究, 如浙江大学陈向阳等^[4]开展的六棱柱单元组合而成的可展天线结构设计研究, 清华大学赵景山等^[5]采用螺旋理论对以剪刀机构为单元机构面阵列而成的组合机构的运动特性进行的理论研究等.

现有文献表明, 我国对可展结构的研究主要集中在几何构型^[6-9]以及机构的动力学特性^[10-14]方面, 注重其可展开性能, 但是, 在单元机构稳定性以及临界载荷方面研究较少. 本文以一个剪式铰单元为基础, 研究其在横向力作用下, 单元失稳的条件以及相应的临界载荷. 继而将结论推广到剪式单元直线阵列组合结构相应的失稳条件及其影响因素, 为研究阵列组合机构展开过程中运动同步性和展开到位时的构型稳定性提供研究依据.

1 剪式单元结构的稳定性

单独一个剪式单元由两个连杆经销轴连接而成, 如图 1(a) 所示, AB 和 CD 两杆之间可绕销轴相互转动, 两杆末端铰接在固定面上, 杆长相等, 且铰链 O 将两杆长度等分, 结构与水平面的夹角为 γ , B 点受水平横向载荷 P , 假设杆件为理想均质直杆, 不计杆的质量和铰链处的摩擦力, 则由静力学方程求得铰接处的内力见式(1).

$$\begin{cases} F_{ax} = 0, F_{ay} = P \cdot \tan \gamma; \\ F_{ox} = P, F_{oy} = -P \cdot \tan \gamma; \\ F_{cx} = P, F_{cy} = -P \cdot \tan \gamma. \end{cases} \quad (1)$$

式中 F_{ax} 、 F_{ay} 、 F_{ox} 、 F_{oy} 、 F_{cx} 、 F_{cy} 均为铰接处相应的内力.

因为 AB 杆受到水平的横向载荷作用, 在 O 点和 CD 杆铰接, 则杆 AB 绕铰接点 O 有较大变形. CD 杆因为绕 Z 轴变形较小, 所以计算时只考虑 CD 杆的轴向变形. 现以一个剪式单元为研究基础, 考虑其在失稳时的临界载荷. 如图 1(b) 所示. 在 A 点建立整体笛卡尔坐标系 $A-xy$, 在 A 点和 B 点分别建立随动坐标系 $o_1-x_1y_1$ 、 $o_2-x_2y_2$.

在 AO 段, 设弯曲变形发生于杆件的一个主惯性平面内, 抗弯刚度为 EI , 沿 x_1 的轴线方向为

正向; 距原点 o_1 为 x_1 的任意截面的挠度为 w_1 , 弯矩为 M_1 , 则 AO 段挠曲线的弯矩及近似微分方程为

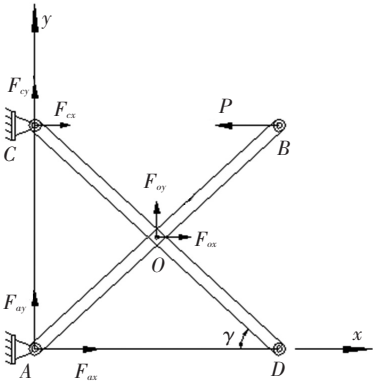
$$\begin{cases} M_1 = P \cdot \tan \gamma \cdot \cos \gamma \cdot x_1 - P \cdot \tan \gamma \cdot \sin \gamma \cdot w_1; \\ \frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = \frac{M_1}{EI}. \end{cases} \quad (2)$$

令

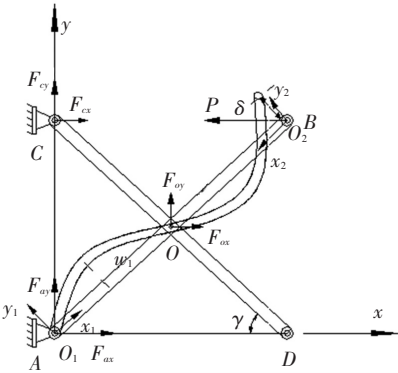
$$\frac{P}{EI} = k^2,$$

则

$$\frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = k^2 \tan \gamma \cos \gamma \cdot x_1 - k^2 \tan \gamma \sin \gamma \cdot w_1.$$



(a) 单元结构静力分析



(b) 单元结构稳定性分析

图 1 剪式单元结构稳定性分析

该方程为二阶常系数非齐次线性微分方程, 由待定系数法求得对应特解 $w_1^* = \cot \gamma \cdot x_1$. 则方程通解为

$$\begin{aligned} w_1 = & C_1 \cos(k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma} \cdot x_1) + \\ & C_2 \sin(k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma} \cdot x_1) + \\ & \cot \gamma \cdot x_1. \end{aligned} \quad (3)$$

同理, 在 BO 段, 沿 x_2 的轴向为正向, 距原点 o_2 为 x_2 的任意截面挠度为 w_2 , 弯矩为 M_2 , B 点处最大挠度为 δ , 则 BO 杆弯矩及该段挠曲线近似微

分方程为

$$\begin{cases} M_2 = P \sin \gamma \cdot x_2 + P \cos \gamma (\delta - w_2) , \\ \frac{d^2 w_2}{dx_2^2} = \frac{M_2}{EI} . \end{cases} \quad (4)$$

令 $\frac{P}{EI} = k^2$, 求得方程通解为

$$w_2 = D_1 \cos(k \sqrt{\cos \gamma} \cdot x_2) + D_2 \sin(k \sqrt{\cos \gamma} \cdot x_2) + \tan \gamma \cdot x_2 + \delta . \quad (5)$$

由剪式单元相应的边界条件求得积分常数 C_1 、 D_1 、 C_2 、 D_2 以及挠度 δ 为

$$\begin{cases} C_1 = 0 ; \\ D_1 = 0 ; \\ C_2 = \left(\frac{F_o}{AE} L - \cot \gamma \cdot L \right) / \sin(k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma} \cdot L) ; \\ D_2 = - \{ C_2 k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma} \cos(k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma} \cdot L) + \cot \gamma + \tan \gamma \} / k \sqrt{\cos \gamma} \cos(k \sqrt{\cos \gamma} \cdot L) ; \\ \delta = \frac{F_o}{AE} L - \tan \gamma \cdot L - D_2 \sin(k \sqrt{\cos \gamma} \cdot L) . \end{cases} \quad (6)$$

令 $\alpha = k \sqrt{\tan \gamma \sin \gamma}$; $\beta = k \sqrt{\cos \gamma}$; $\sigma = \frac{F_o}{AE} L$.

由式(6) 解得单元挠度为

$$\delta = \{ \alpha (\sigma - \cot \gamma L) \cot(\alpha L) + \tan \gamma + \cot \gamma \} \frac{\tan(\beta L)}{\beta} . \quad (7)$$

由式(7)可知, 当 αL 趋近于 π 或 βL 趋近于 $\pi/2$ 时, δ 趋近于无穷. 因此, 在横向载荷趋近于 α 和 β 对应的临界载荷时, 无论横向载荷增量如何微小, 杆件都将失去稳定, 相应的临界载荷分别为

$$P_1 = \frac{\pi^2 EI}{L^2 \tan \gamma \sin \gamma} , \quad (8)$$

$$P_2 = \frac{\pi^2 EI}{4L^2 \cos \gamma} . \quad (9)$$

求得 P_1 、 P_2 后, 选择其中的较小值作为单元的临界载荷.

2 剪式单元直线阵列组合可展结构的稳定性

将剪式单元沿 x 轴进行阵列, 相邻剪式单元之间通过运动副相连, 组成线性阵列结构, 如图 2 所示. 在 Cartesian 坐标系下, 由右往左, 单元数逐渐增多, 剪式结构与水平面的夹角为 γ , 任取第 i 个单元进行静力学分析, 其受力如图 2 下部所示.

由图 2 可知, 第 i 个单元的受力由 i 和 γ 两个变量进行控制. 根据剪式单元的分析过程, 推导得到在 N 个剪式单元组合结构中第 i 个单元的临界

载荷为

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\pi^2 EI}{iL^2 \tan \gamma \sin \gamma} ; \\ P_2 = \frac{\pi^2 EI}{4L^2 \{ \cos \gamma - (i - 1) \tan \gamma \sin \gamma \}} . \end{cases} \quad (10)$$

临界载荷 P_1 、 P_2 随角度 γ 以及单元个数 i 的双向变化如图 3、4 所示.

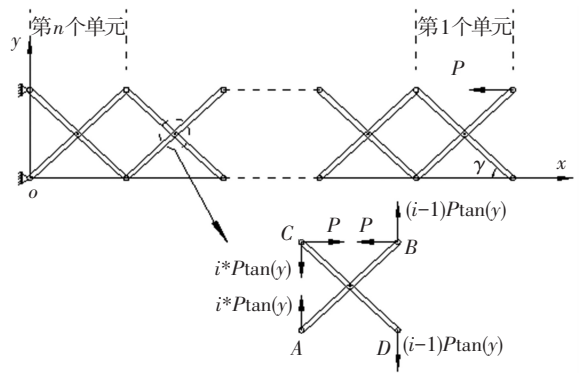


图 2 剪式单元线性阵列可展结构图

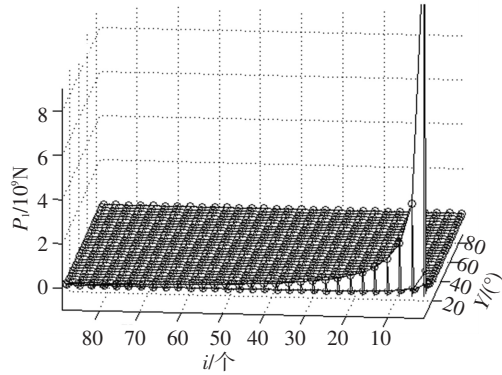


图 3 临界载荷 P_1 双向变化

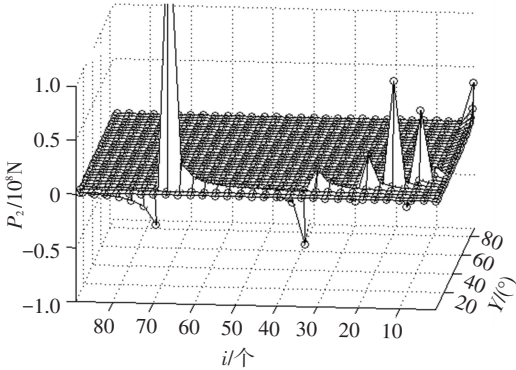


图 4 临界载荷 P_2 双向变化

由图 3 可知, 单元个数 i 和夹角 γ 共同影响临界载荷. 在计算剪式结构的稳定性时, 必须充分考虑每个单元的临界载荷大小, 选出最小临界载荷作为剪式结构的失稳载荷. 由图 4 可知, 临界载荷 P_2 有一部分为负值, 说明这部分对应的剪式单元不能作为判断失稳的依据, 要重新寻找其他单元来判断失稳.

3 算例分析与仿真

3.1 剪式单元组合结构理论计算值

三组剪式基本单元沿 x 轴阵列, 每组单元可绕中间的铰接点相互转动, 相邻的剪式单元之间通过铰接进行连接, 如图 5 所示. 该结构的第一个基本单元受到轴向的载荷 P 作用, 铰接是理想约束, 且此结构在平面内运动, 与水平面的夹角 γ 取为 60° .

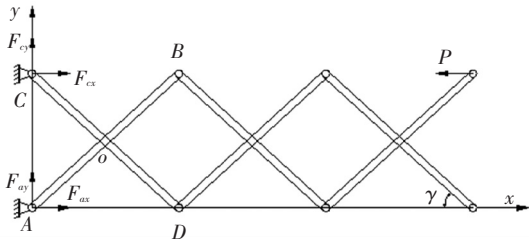


图 5 线性剪式组合结构受力

由于所分析的剪式单元结构是在空间中展开, 因此忽略重力影响. 杆的横截面形状为圆管, 外径和内径分别为 0.122、0.114 m, 杆长度为 $L = 4$ m, 使用材料为 Q235A, 弹性模量 $E = 2 \times 10^{11}$ Pa, 由上述推导公式计算得杆横截面的惯性矩为

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = 4.134 \times 10^{-5} \text{ m}^4.$$

将以上参数代入式(10)得到, 在 $\gamma = 60^\circ$ 时, 相应的剪式结构最小失稳载荷为 $P_1 = 1.133 \times 10^6$ N, 对应的单元个数 $i = 3$, 即需要用第 3 个单元去求结构的失稳载荷.

在 $i = 3$ 时, 失稳载荷 P 与夹角 γ 的变化关系如图 6 所示. 杆的柔度为 $\lambda = uL/i'$, 其中, $i' = \sqrt{I/A}$, 相应的长度因数 $u_1 = \sqrt{i \tan \gamma \sin \gamma}$, $u_2 = \sqrt{4 \{ \cos \gamma - (i - 1) \tan \gamma \sin \gamma \}}$. 在 i 和 γ 确定的情况下, 柔度 λ 随着杆长 L 变化, 则失稳载荷 P 相对于 L 的变化如图 7 所示.

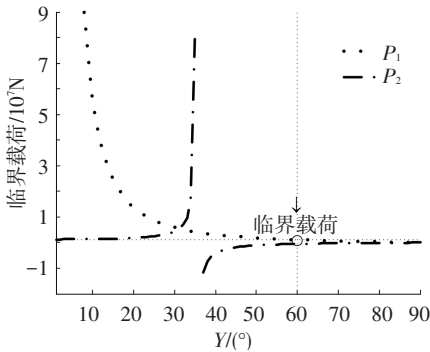


图 6 临界载荷与夹角 γ 趋势图

由图 6 可知, 结构与水平面夹角 γ 为 60° 时, 临界载荷为 1.133×10^6 N. 当剪式结构与水平面夹角小于 32° 时, $P_2 < P_1$, 需要利用 P_2 的相应公

式来计算结构的失稳载荷; 当剪式结构与水平面夹角大于 32° 时, $P_2 < 0$, 不能作为判断失稳的依据, 需要利用 P_1 的相应公式来计算结构的失稳载荷. 同时可以看出, 在 $i = 3$ 时, 剪式结构的临界载荷随夹角 γ 的变化较小, 说明结构整体稳定性较好. 由图 7 可知, 在 i 和 γ 确定的情况下, 失稳载荷随着柔度 λ 增大而逐渐减小至接近于 0, 符合实际工况.

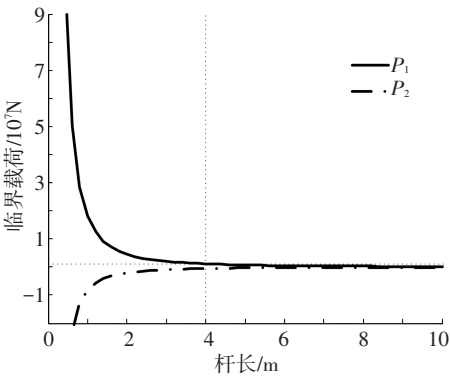


图 7 临界载荷与杆长 L 趋势图

3.2 剪式单元组合结构有限元仿真

依据已知物理量完成建模, 选取 BEAM188 单元将该线性结构划分为 1 200 个单元; 选取载荷子步为 100, 弧长半径为 4, 选用 Full Newton-Raphson 方法求解^[15], 得到剪式结构的载荷-位移曲线如图 8 所示.

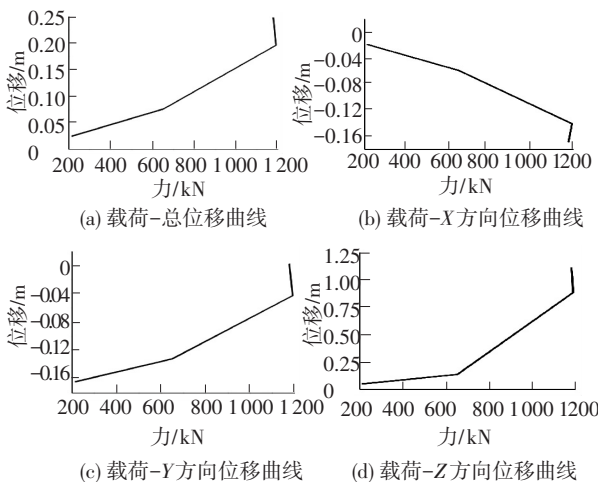


图 8 剪式线性结构载荷-位移曲线

在图 8(a) 中, 随着载荷增大, 杆的变形也逐渐增大, 在载荷达到 1.183×10^6 N 时, 杆接近于以 90° 的形式直线增长, 此时结构已失稳. 同时由图 8 发现, 得到的失稳载荷和由式(10)计算可得在 $i = 3, \gamma = 60^\circ$ 时理论失稳载荷值 1.133×10^6 N 相比, 相对误差约为 4.38%. 误差的一些原因可能表现在受力分析时没有考虑变形后的位移, 并且

忽略了铰接处的一些变形,同时,在进行 ANSYS 仿真时,单元划分的多少,以及载荷步的选取也有一些影响.但仿真结果验证了理论计算是可以接受的.

4 结 论

1) 由图 8 可知,剪式结构临近失稳时,最大变形约为 0.187 5 m,并且变形主要体现在 Y 轴方向,在 Z 轴几乎没有变形,说明结构变形主要是在 XY 平面内完成的,和理论分析时考虑的一致.

2) 比较图 6~8 可以发现,3 单元剪式结构失稳载荷的理论计算值和仿真分析结果较为接近,可以作为验证依据.依次类推,可以得到 n 单元剪式直线阵列组合结构的失稳载荷,为后续复杂剪式结构的稳定性研究提供研究基础.

3) 在进行剪式结构稳定性研究时发现,单元个数、杆件柔度和位置角等参数共同影响结构失稳时的临界载荷.随着单元个数增加或杆件柔度增大,结构稳定性逐渐降低,同时应充分考虑到每个单元在夹角 γ 下其临界载荷的变化,选择最小的载荷值作为结构的失稳载荷.

参考文献

- [1] BURGESS S C. The design of an advanced primary deployment mechanism for a spacecraft solar array [J]. *Journal of Engineering Design*, 1995, 6(4): 291–307.
- [2] BOTKE M, MURPHY D, MURPHEY T, et al. Zero Deadband. Multiple Strut Synchronized Hinge for Deployable Structures [C]//*Proceedings of the 36th Aerospace Mechanisms Symposium*. Cleveland: Ohio, May, 15 – 17, 2002: 1–12.
- [3] KIPE G, ERES S, KISISEL A U. A family of deployable polygons and polyhedral [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43: 627–640.

- [4] 陈向阳,关富玲. 六棱柱单元可展天线结构设计[J]. *空间科学学报*, 2001, 21(1), 68–72.
- [5] ZHAO J S, CHU F I, FENG Z J. The mechanism theory and application of deployable structures based on SLE [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44: 324–335.
- [6] RASKIN I, ROORDA J. Nonlinear analysis of uniform pantographic columns in compression [J]. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 1999, 125(12): 1344–1348.
- [7] MIEDEMA B, MANSOUR W M. Mechanical joints with clearance: a three-mode model [J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1976, 98(4): 1319–1323.
- [8] BELDA E P. Constructive problems in the deployable structures of emilio perez pinero [C]//*Proceedings of the 2nd International Conference MARAS 96*. 1996: 23–34.
- [9] FANNING P, HOLLAWAY L. The deployment analysis of a large space antenna [J]. *International Journal of Space Structures*, 1993, 8(3): 209–220.
- [10] 周益君,关富玲. 考虑杆件弹性和三维间隙铰机构动力学研究[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2012, 44(10): 122–127.
- [11] 白争锋. 考虑铰间间隙的机构动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学航天工程系, 2011: 5–11.
- [12] 张春,王三民,袁茹. 空间可展机构弹性动力学特性研究[J]. *机械科学与技术*, 2007, 26(11): 1479–1482.
- [13] GUAN Fuling, SHOU Jianjun, HOU Guoyong, et al. Static analysis of synchronism deployable antenna [J]. *Journal of Zhejiang University Science A*, 2006, 7(8): 1365–1371.
- [14] 阎绍泽,申永胜,陈洪彬. 考虑杆件柔性和铰间隙的可展结构动力学数值模拟[J]. *清华大学学报*, 2003, 43(2): 145–148.
- [15] 武思语,罗伟. ANSYS 工程计算应用教程[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004.

(编辑 苗秀芝)