

混合人工鱼群算法在约束非线性优化中的应用

刘志君¹, 高亚奎², 章卫国¹, 侯 美³

(1. 西北工业大学 自动化学院, 710129 西安; 2. 中国航空工业第一集团第一飞机研究院, 710000 西安;

3. 日照市工业学校, 262300 山东 日照)

摘 要: 为了解决具有约束的非线性优化问题, 本文将增广拉格朗日乘子法和鱼群算法相结合用于非线性问题的全局优化, 即用人工鱼群算法寻找增广拉格朗日函数的近似最优解, 并将该近似解用于拉格朗日乘子和惩罚因子等参数的更新. 同时, 简要分析了人工鱼群算法的随机收敛性. 仿真结果证明, 与自适应惩罚遗传算法相比, 该混合算法在解决约束优化问题中具有优越性和有效性.

关键词: 增广拉格朗日乘子法; 增广拉格朗日函数; 鱼群算法; 随机收敛性

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2014)09-0055-06

The application of hybrid fish swarm algorithm for constrained nonlinear optimization

LIU Zhijun¹, GAO Yakui², ZHANG Weiguo¹, HOU Mei³

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, 710129 Xi'an, China; 2. The First Aircraft Institute of China Aviation Industry Corporation I, 710000 Xi'an, China; 3. Rizhao Industry School, 262300 Shandong Rizhao, China)

Abstract: A hybrid algorithm which combines the augmented Lagrangian multiplier method with the fish swarm algorithm is presented to solve the problem of constrained nonlinear optimization. The method approximately solves the optimal solution of the augmented Lagrangian function with the fish swarm algorithm, and the solution is applied to update the Lagrangian multipliers and penalty parameters. Stochastic convergence of the artificial fish swarm is analyzed. Compared with an adaptive penalty method for genetic algorithms, simulation results verify the superiority and validity of the proposed hybrid algorithm.

Keywords: augmented Lagrangian multiplier method; augmented Lagrangian function; fish swarm algorithm; stochastic convergence

约束优化问题是在自变量满足约束条件的情况下, 使目标函数最小(大)的问题, 其中约束条件可以是等式约束, 也可以是不等式约束, 全局优化在科学工程和应用科学中的应用无处不在. 过去数百年, 已有很多学者对全局优化理论和应用做了大量研究^[1-6]. 经典的解决优化问题的方法是传统解析法中的罚函数法, 但传统的罚函数法存在病

态性质, 如数值不稳定和收敛慢等缺陷^[7-9]. 而乘子法很好地解决了这一问题, 增广拉格朗日乘子法作为一种精确罚函数法目前得到了广泛关注与应用.

增广拉格朗日乘子法最初是由 Hestenes^[8] 和 Powell^[9] 提出, 用于消除等式约束和其 Lagrangian 对偶问题中的对偶间隙. 后来, 有学者将该方法推广应用于解决不等式约束的优化问题^[10-11]. 文献^[12] 对增广拉格朗日乘子法的全局收敛性做了详细证明分析.

约束优化已成为非线性优化面临的一个挑战性课题, 因为用于约束优化的可行性方法仅针对具体问题具有良好的优化效果. Birgin 等^[13] 将增

收稿日期: 2013-06-19.

基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(20126131890302); 航空科学基金资助项目(20125853035).

作者简介: 刘志君(1982—)女, 博士研究生;

高亚奎(1959—)男, 兼职教授, 博士生导师;

章卫国(1956—)男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 章卫国, zhangwg@nwpu.edu.cn.

广的拉格朗日乘子法和确定性全局优化方法(αBB)相结合解决约束优化问题,Jansen 等^[14]利用粒子群优化算法的全局收敛性用于结构设计优化问题,同时引入增广的拉格朗日乘子强化可行性约束条件.

增广拉格朗日乘子法是目前用于解决等式/不等式约束函数优化的常用方法,该方法将约束优化问题转化为无约束优化问题进行求解,而鱼群算法作为一种新型的群体智能优化方法和粒子群算法有着类似的全局收敛性,借鉴文献[13-14]的理论思想,本文尝试将增广的拉格朗日乘子法和鱼群算法相结合用于解决约束非线性的全局优化问题.

1 增广拉格朗日乘子法

最优化问题的数学模型一般为

$$\begin{aligned} \min f(x). \\ \text{s.t. } g_i(x) \leq 0, \quad i \in I \triangleq \{1, 2, \dots, m\}, \\ h_j(x) = 0, \quad j \in E \triangleq \{1, 2, \dots, l\}. \end{aligned} \tag{1}$$

式中: $\Omega = \{x \in R^n \mid l < x < u\}$ 为优化向量或决策变量; $f: R^n \rightarrow R$ 为目标函数; $g_i: R^n \rightarrow R (i \in I)$; $h_j: R^n \rightarrow R (j \in E)$ 为约束函数; $g_i \leq 0 (i \in I)$; $h_j = 0 (j \in E)$ 分别称为不等式约束和等式约束,对给定的任意一个足够小的数 $\varepsilon > 0$,任何等式约束 $h_j(x) = 0$ 都可以转化为不等式约束 $|h_j(x)| - \varepsilon_j \leq 0$.

采用增广拉格朗日乘子法对问题(1)进行优化求解,定义增广拉氏函数为^[8,15]

$$L_\rho(x, \lambda) = f(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^m \left[\max \left(0, g_i(x) + \frac{\lambda_i}{\rho} \right) \right]^2. \tag{2}$$

式中: $x \in \Omega$; $\lambda \in R_+^m$; $\rho > 0$ 为惩罚参数.约束优化问题(1)转化为无约束优化问题(2),即对固定的 λ^k 和 ρ^k ,有

$$\min L_{\rho^k}(x, \lambda^k). \tag{3}$$

定义惩罚参数的初值为^[13]

$$\rho^1 = \max \left\{ 10^{-6}, \min \left\{ 10, \frac{2 \|f(x_0)\|}{\| [g(x_0)]_+ \|^2} \right\} \right\}.$$

式中: x_0 为决策变量的任意随机初始值; $[g(x)]_+ \in R^m$, $[g(x)]_+ = \max(0, g_i(x))$; 同时定义惩罚参数 ρ 范围 $\rho \in [\rho^-, \rho^+]$.更新拉格朗日乘子 $\lambda^k \in [0, \lambda^+]$, 且

$$\lambda_i^k = \min \left\{ \max \{ 0, \lambda_i^{k-1} + \rho^{k-1} g_i(x^k) \}, \lambda^+ \right\}.$$

其中 $i = 1, 2, \dots, m$. 给定运算精度 ε^* , 迭代终止条件更新公式为

$$v_i^k = \max \left\{ g_i(x^k), -\frac{\lambda_i^k}{\rho^k} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

若满足 $\|v_i^k\| \leq \varepsilon^*$ 或外部迭代达到最大迭代次数 $K_{\max}$, 则算法停止. 惩罚参数更新方式如下: 若 $\|v^k\| \leq \alpha \|v^{k-1}\| (0 < \alpha < 1)$, 则停止惩罚; 否则, 按照一定的条件增大惩罚或减小惩罚. ε^k 用于限制每次迭代过程中内部鱼群算法迭代的收敛精度. 根据文献[12]对增广拉格朗日乘子法收敛性的分析, ε^k 需满足 $k \rightarrow \infty$ 时, $\varepsilon^k \rightarrow 0$. 因此在本文中定义 $\varepsilon^k = \max \{ \varepsilon^*, 10^{-k} \}$.

增广拉格朗日乘子法的算法流程如图 1 所示.

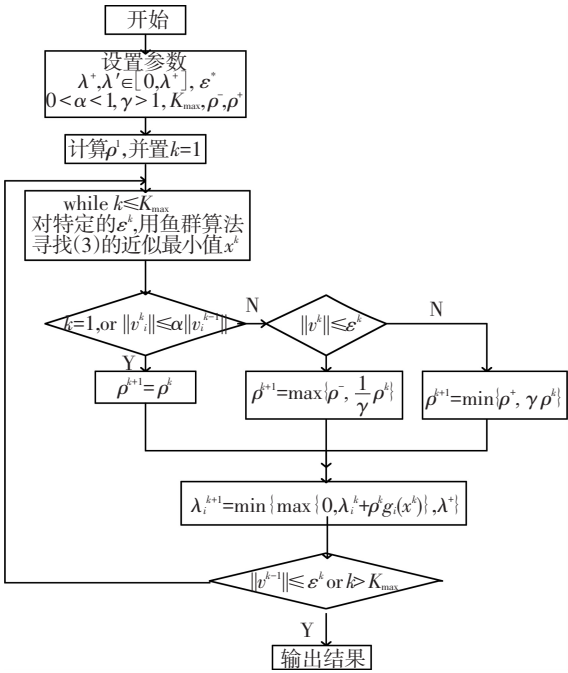


图 1 拉格朗日乘子法算法流程

在上述增广拉格朗日乘子法的实现程序中, 内部算法采用基于群体智能的鱼群算法, 并将第 k 次迭代式(3)的近似最小解 x^k , 作为第 $k+1$ 次迭代的一条人工鱼, 其余的人工鱼在可行域中随机产生.

2 鱼群算法

鱼群算法是李晓磊等^[16]于 2003 年提出的一种基于动物自治体的群体智能优化方法, 基本鱼群算法通过模拟鱼类的觅食、聚群、追尾、随机等行为在搜索域中进行寻优, 是群体智能在优化领域的一个典型应用. 且鱼群算法具有较强的克服局部极值, 并取得全局极值的能力^[17]. 同时在算法中引入公告板, 用于记录最优人工鱼的状态, 人工鱼在每次寻优结束后均检测对比寻优结果与公告板的记录状态, 如果寻优结果优于公告板值, 则更新公告板值, 否则公告板保持不变.

2.1 鱼群算法与实现程序

鱼群算法是目前比较流行的一种新型群体智能优化方法,该方法的实现流程主要包括:鱼群初始化、觅食行为、聚群行为、追尾行为和随机行为^[18].在鱼群初始化中,需要设置的主要参数有最大迭代次数 $G_{\max}$ 、种群规模 P_{size} 、视距 v 、移动步长 s 、随机数 r 、拥挤度因子 δ 以及觅食行为中的最大遍历次数 t 等.各参数对算法收敛性的影响在文献^[16]中有详细分析.

本文中的移动步长 $s = \beta \max(X_{\max} - X_{\min})$,视距参数采用自适应调整策略,即随着迭代次数的增加而自适应的改变, $v = \eta \max(X_{\max} - X_{\min})$, $\eta = \max\{\eta_{\min}, k_{\eta} \eta\}$, 其中, $\eta_{\min} > 0, 0 < k_{\eta} < 1$. 算法主要流程如下^[18]:

1) 觅食行为的实现:选择人工鱼的当前状态为 $X^i(k)$, 在其视距范围内随机选取 1 个状态 $X^j(k) = X^i(k) + r * v$, 如果满足 $f(X^j(k)) < f(X^i(k))$, 则

$$X_{\text{prey}}(k) = X^i(k) + r * s * \frac{X^j(k) - X^i(k)}{\|X^j(k) - X^i(k)\|},$$

否则重新选择 $X^j(k)$. 若达到最大遍历次数 t 后, 仍不满足觅食更新条件, 则 $X_{\text{prey}}(k) = X^i(k) + r * s$. 其中 k 为迭代次数.

2) 聚群行为的实现:选取鱼群当前状态为 $X^i(k)$, 寻找 $d_{i,j} < v$ 范围内的鱼群数目 nf 及鱼群中心位置 X^c , 如果满足 $f(X^c) < f(X^i) \& (nf/P_{\text{size}}) \leq \delta$, 说明鱼群中心位置有较多的食物, 且人工鱼较少, 则向中心位置移动,

$$X_{\text{swarm}}(k) = X^i(k) + r * s * \frac{X^c(k) - X^i(k)}{\|X^c(k) - X^i(k)\|},$$

否则进行觅食行为操作.

3) 追尾行为的实现:选取鱼群当前状态为 $X^i(k)$, 寻找 $d_{i,j} < v$ 范围内的鱼群数目 nf 以及鱼群中适应度值最小的人工鱼 $X_{\min}(k)$, 如果满足 $f(X_{\min}) < f(X^i) \& (nf/P_{\text{size}}) \leq \delta$, 说明 $X_{\min}(k)$ 处具有较多的食物, 并且周围的人工鱼较少, 则向 $X_{\min}(k)$ 处移动,

$$X_{\text{follow}}(k) = X^i(k) + r * s * \frac{X_{\min}(k) - X^i(k)}{\|X_{\min}(k) - X^i(k)\|},$$

否则进行觅食行为操作.

4) 随机行为:不满足觅食行为的更新条件时,进行随机行为操作.

图2说明了鱼群算法实现的大致流程. 需要指出的是,鱼群行为中的人工鱼所处状态的适应值 Y 是由式(3)的增广拉格朗日函数计算得到

的,另外, $d_{i,j}$ 是指第 i 条人工鱼和第 j 条人工鱼的距离.当满足 $g \geq G_{\max}$ 或 $L_{\text{avg}}^k - L^k(Xb) \leq \varepsilon^k$ 时,鱼群算法终止. L_{avg}^k 为种群中所有人工鱼的平均适应值.

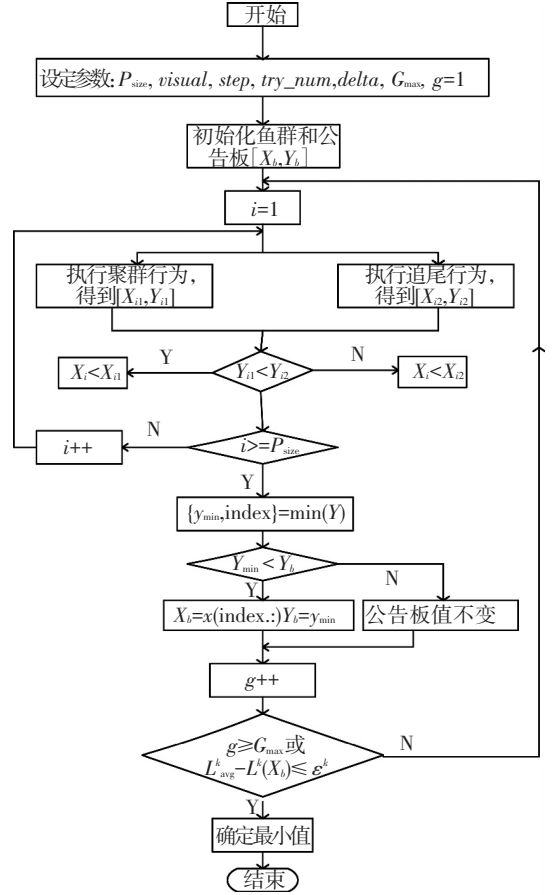


图2 鱼群算法的实现程序

2.2 鱼群算法的收敛性分析

因为鱼群行为中有随机性行为的参与,因此不可避免地会出现随机性优化结果,对此借鉴文献^[19-20]对粒子群算法收敛性分析的思想理论,对鱼群算法进行简要的均方收敛性分析,为方便分析,并不失一般性,假设决策变量为一维变量,且对目标函数进行最小值优化.

鱼群算法的收敛性特性定义为: $\forall i \in \{1, 2, \dots, P_{\text{size}}\}$, $X_i(t)$ 均方收敛于 P , 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(X_i(t) - P)^2 = 0. \quad (4)$$

式中: $X_i(t)$ 表示第 i 条人工鱼在 t 时刻的位置, P 表示搜索空间的 1 个位置点. 定义 $E(X_i(t))$ 和 $D(X_i(t))$ 分别表示 $X_i(t)$ 的期望和方差. 因为 $E(X_i(t) - P)^2 = (E(X_i(t)) - P)^2 + D(X_i(t))$, 所以式(4)中的均方收敛等价于: $\lim_{t \rightarrow \infty} E(X_i(t) - P) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} D(X_i(t)) = 0$. 整个鱼群算法的迭代表达式为

$$X_i(t+1) = X_i(t) + r(t) * Y(t). \quad (5)$$

式中 $Y(t) = a_1(X_{\min}(t) - X_i(t)) + a_2(X_c(t) - X_i(t)) + a_3(X_{\text{prey}}(t) - X_i(t)) + a_4v(t)$. 其中 t 表示迭代次数, $a_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, 3, 4$, 且满足

$\sum_{j=1}^4 a_j = 1$, 整个迭代过程 $X_{\min}(t), X_c(t), X_{\text{prey}}(t), v(t)$ 都是变化的, 但在某特定的迭代过程中, 它们保持不变. 为了分析方便, 在此假定它们为常值. 因此所有点 (即人工鱼) 的移动是独立的, 由于 X_0 和 $r(t)$ 均是随机数, 所以迭代过程 $\{X(t)\}$ 是一个随机过程. 式(5) 可以表示为

$$X(t+1) = X(t)[1 - r(t)a] + r(t)Z.$$

其中 $a = a_1 + a_2 + a_3$, $Z = a_1X_{\min} + a_2X_c + a_3X_{\text{prey}} + a_4v$. 由于 $X(t)$ 和 $r(t)$ 相互独立, 且 $E[r(t)] = 1/2$, 因此有

$$E[X(t+1)] = E[X(t)][1 - E[r(t)]a] + E[r(t)]Z = E[X(t)]\left(1 - \frac{a}{2}\right) + \frac{Z}{2}. \quad (6)$$

所以迭代过程的特征方程为

$$\lambda^2 - \lambda\left(1 - \frac{a_1 + a_2 + a_3}{2}\right) = 0.$$

定理 1 给定 $a_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, 3, 4$, 且满足 $\sum_{j=1}^4 a_j = 1$, 当且仅当 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ 时, 迭代过程的数学期望 $\{E[X(t)]\}$ 收敛到

$$\frac{a_1X_{\min} + a_2X_c + a_3X_{\text{prey}} + a_4v}{a_1 + a_2 + a_3}.$$

证明 由于 $\sum_{j=1}^4 a_j = 1$, 所以 $a_1 + a_2 + a_3$ 只能取 0 或 1, $E[X(t)]$ 收敛, 特征值需满足 $|\lambda| < 1$, 即 $|1 - (a_1 + a_2 + a_3)/2| < 1$, 所以 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, 由式(6) 可以得到

$$E[X(t)] = \frac{a_1X_{\min} + a_2X_c + a_3X_{\text{prey}} + a_4v}{a_1 + a_2 + a_3}.$$

令 $\omega = (a_1X_{\min} + a_2X_c + a_3X_{\text{prey}} + a_4v)/(a_1 + a_2 + a_3)$, 定义一个新的变量 $Z(t)$, 并令 $Z(t) = X(t) - \omega$, 则

$$\begin{aligned} Z(t+1) &= X(t+1) - \omega = X(t)[1 - [r(t)(a_1 + a_2 + a_3)] + r(t)\omega(a_1 + a_2 + a_3) - \\ &\quad \omega = Z(t)[1 - [r(t)(a_1 + a_2 + a_3)]]. \end{aligned} \quad (7)$$

定理 2 给定 $a_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, 3, 4$, 且 $\sum_{j=1}^4 a_j = 1$, 当且仅当 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, $D(X(t)) = 0$.

证明 由于 $D(XY) = D(X)D(Y) + D(X)E^2(Y) + D(Y)E^2(X)$, 且 $D(r(t)) = 1/12$, 利用定理 1 的证明结论, 则从方程(7) 可以得到

$$\begin{aligned} D(Z(t+1)) &= D(Z(t))[1 - [r(t)(a_1 + a_2 + a_3)]] = \\ &= D\left(Z(t)\left[\frac{(a_1 + a_2 + a_3)^2}{12} + \left(1 - \frac{a_1 + a_2 + a_3}{2}\right)^2\right]\right). \end{aligned}$$

从前面的定义可以得出

$$D(X(t+1)) = D\left(X(t)\left[\frac{(a_1 + a_2 + a_3)^2}{12} + \left(1 - \frac{a_1 + a_2 + a_3}{2}\right)^2\right]\right). \quad (8)$$

所以, 特征方程为

$$\lambda - \left[\frac{(a_1 + a_2 + a_3)^2}{12} + \left(1 - \frac{a_1 + a_2 + a_3}{2}\right)^2\right] = 0.$$

同定理 1 中 $E[X(t)]$ 的收敛条件一样, $D(X(t))$ 收敛需满足特征根

$$\left|\frac{(a_1 + a_2 + a_3)^2}{3} + (1 - (a_1 + a_2 + a_3))\right| < 1,$$

所以 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, 则从方程(8) 可以得出 $D(X(t)) = 0$.

3 仿真测试

用文中提出的混合鱼群算法 (AFS_aL) 对文献[21] 中的 $G_{01}, G_{02}, G_{03}, G_{04}, G_{06}$ 和 G_{10} 函数进行优化求解. 基于鱼群的寻优算法依赖于一些随机参数和变量, f_{avg} 表示平均值, f_{best} 表示得到的最优结果, $st.dev$ 表示标准偏差, k_{avg} 表示外部平均迭代次数.

n ($n = 13, 20, 10, 5, 2, 8$) 表示决策变量的维数. 参考文献[13] 中拉格朗日乘子法的参数设置, 本文仿真参数设置如下: $\lambda^+ = 10^{12}, \rho^- = 10^{-12}, \rho^+ = 10^{12}, \varepsilon^* = 10^{-12}, \gamma = 10, \alpha = 0.5, K_{\text{max}} = 20$. 鱼群算法中的参数: $\eta_0 = 1, k_\eta = 0.9, \eta_{\min} = 10^{-8}, \beta = 0.001, t = 50, G_{\text{max}} = 20n, 40n; P_{\text{size}} = 10n, 20n, 30n$. 对测试函数分别进行 10 次仿真, 取其中的 5 次仿真结果, 并和文献[22] 中的优化算法进行对比, 优化结果如表 1 所示.

通过和文献[22] 的优化算法比较可以看出, 文中提出的算法能够较好的解决非线性函数的优化问题, 优化得到的可行解具有较高的计算精度, 且算法具有较好的稳定性, 甚至对于较高维的优化函数也可以得到比较满意的可行解, 如测试函数 G_{02} , 维数为 20. 但对于决策变量优化范围比较大的优化函数, 得到可行解的质量相对较低, 如测试函数 G_{06} 和 G_{10} .

3.1 种群规模对算法的影响

以测试函数 G_{01}, G_{03}, G_{04} 和 G_{06} 的仿真结果说明鱼种群规模不同对算法优化结果的影响, 每

个测试函数仿真 10 次, 取其中 5 次的结果, 并对其取均值和标准偏差值. 内部迭代次数为 $G_{\max} = \max(50, 10n)$, 其他参数不变. 仿真结果如表 2 所示.

从表 2 可以看出, 种群规模的增大提高了优

化解的质量, 除了 G_{03} 中 $P_{\text{size}} = 20n$ 的优化均值和标准偏差出现特异外, 其他函数的优化均值和偏差均随着种群规模的增大而明显减小, 说明可行解的分布趋于均匀, 同时, 从 k_{avg} 可以看出外部迭代次数对优化结果的影响不大.

表 1 测试函数优化结果

测试函数	理论最优值 $f(x^*)$	AFS_aLp		文献[22]	
G_{01}	- 15.000 0	f_{best}	- 14.999 6	f_{best}	- 14.999 80
		f_{avg}	- 14.996 5	f_{avg}	- 14.998 90
G_{02}	- 0.803 6	f_{best}	- 0.804 3	f_{best}	- 0.792 52
		f_{avg}	- 0.800 1	f_{avg}	- 0.725 55
G_{03}	- 1.000 5	f_{best}	- 1.000 5	f_{best}	- 0.997 25
		f_{avg}	- 1.000 3	f_{avg}	- 0.777 97
G_{04}	- 30 665.540 0	f_{best}	- 30 664.700 0	f_{best}	- 30 665.320 00
		f_{avg}	- 30 664.016 0	f_{avg}	- 30 578.550 00
G_{06}	6 961.810 0	f_{best}	- 6 965.140 0	f_{best}	- 6 961.450 00
		f_{avg}	- 6 970.710 0	f_{avg}	6 805.230 00
G_{10}	7 049.250 0	f_{best}	7 055.470 0	f_{best}	7 070.560 00
		f_{avg}	7 033.590 0	f_{avg}	8 063.290 00

表 2 种群规模不同对算法的影响

测试函数	n	理论最优值 $f(x^*)$	P_{size}	优化最优值 f_{best}	优化均值 f_{avg}	$st.dev$	k_{avg}
G_{01}	13	- 15.000 0	$10n$	- 15.003 5	- 14.955 60	0.049 313 1	10
			$20n$	- 15.009 6	- 14.979 20	0.030 295 0	10
			$30n$	- 14.999 6	- 14.996 50	0.002 474 9	9
G_{03}	10	- 1.000 5	$10n$	- 1.000 6	- 1.000 32	0.000 164 3	12
			$20n$	- 1.000 4	- 1.000 40	0.000 173 2	13
			$30n$	- 1.000 4	- 1.000 34	0.000 008 9	12
G_{04}	5	- 30 665.540 0	$10n$	- 30 672.420 0	- 30 667.960 20	20.589 327 8	13
			$20n$	- 30 666.800 0	- 30 664.998 00	6.255 407 2	15
			$30n$	- 30 664.700 0	- 30 654.654 00	5.929 572 5	11
G_{06}	2	6 961.810 0	$10n$	- 6 964.530 0	- 6 956.036 00	19.714 578 7	20
			$20n$	- 6 961.900 0	- 6 959.818 00	5.384 553 8	20
			$30n$	- 6 960.890 0	- 6 959.984 00	2.877 608 4	20

3.2 内部迭代次数对算法的影响

选取 G_{02} 、 G_{03} 、 G_{04} 和 G_{06} 作为测试函数, 进行 10 次仿真, 选取其中 5 次的仿真结果说明内部迭

代次数对算法的影响. 其中 G_{02} 的种群规模为 $P_{\text{size}} = 10n$, 其他测试函数的种群为 $P_{\text{size}} = 20n$, $G_{\max} = 10n, 30n$, 其他参数不变. 结果如表 3 所示.

表 3 内部迭代次数对算法的影响

测试函数	理论最优值 $f(x^*)$	$G_{\max}$	优化最优值 f_{best}	优化均值 f_{avg}	$st.dev$
G_{02}	- 0.803 6	$10n$	- 0.804 3	- 0.800 10	0.006 225 8
		$30n$	- 0.667 0	- 0.655 60	0.018 066 1
G_{03}	- 1.000 5	$10n$	- 1.000 5	- 1.000 38	- 0.000 178 9
		$30n$	- 1.000 5	- 1.000 44	- 0.000 144 2
G_{04}	- 30 665.540 0	$10n$	- 30 666.800 0	- 30 664.998 00	6.255 407 2
		$30n$	- 30 666.270 0	- 30 656.654 00	5.929 572 5
G_{06}	- 6 961.810 0	$10n$	- 6 961.900 0	- 6 958.818 00	5.384 553 8
		$30n$	- 6 960.060 0	- 6 959.688 00	2.078 477 8

除 G_{02} 外, 表中数据说明随着内部迭代次数的增加, 优化可行解的质量得到了显著改善, 且随着 $G_{\max}$ 的增大, 优化均值 f_{avg} 和标准偏差 $st.dev$ 明显减小, 说明可行解越来越趋于均匀化.

4 结 论

增广拉格朗日乘子法是求解约束非线性优化问题的常用方法, 和群体智能算法的融合进一步

拓宽了该方法的应用领域.鱼群算法和其他智能算法一样,属于一种随机搜索算法,文中简要分析了该算法的随机收敛性,并给出了扼要的证明,所得结论如下:

1)文中选取了6个测试函数,通过和自适应惩罚遗传算法的结果相比,本文的仿真结果优于文献[22]的结果,尤其对于较高维函数的计算优势更明显,证明本文提出的混合鱼群算法在求解约束非线性优化问题时是可行、有效的,且通过多次仿真分析了外部迭代次数、内部迭代次数以及鱼群规模对优化结果的影响.

2)经多次仿真发现,对于决策变量寻优范围比较大的优化函数,得到的可行解的精度相对较低,所以为了得到较高质量的可行解,在进行种群初始化时,可以采取适当的策略以提高种群初始化质量,如采用基于 Tent 映射的混沌方法进行种群初始化等.

3)基本鱼群算法的计算精度相对较低,要用于解决较高精度的约束优化问题,可以对基本鱼群算法进行改进,然后和增广拉格朗日乘子法相结合进行问题的优化分析.

参考文献

- [1] BARD J F. Practical bilevel optimization: algorithms and applications [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [2] FLOUDAS C A. Deterministic global optimization: theory, methods and application [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] SHERALI H D, ADAMS W P. A reformulation-linearization technique for solving discrete and continuous nonconvex problems [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] TAWARMALANI M, SAHINIDIS N V. Convexification and global optimization in continuous and mixed-integer nonlinear programming [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [5] TUY H. Convex analysis and global optimization [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [6] ZABINSKY Z B. Stochastic adaptive search for global optimization [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [7] 杜学武,靳祯.不等式约束优化问题的一个精确增广拉格朗日函数[J].上海交通大学学报:自然科学版, 2006,40(9): 1636-1640.
- [8] HESTENES M R. Multiplier and gradient methods [J]. Optimization Theory and Applications, 1969, 4(5): 303-320.
- [9] POWELL M J D. A method for nonlinear constraints in minimization problems optimization [M]. New York: Academic Press, 1969:283-298.
- [10] ROCKAFELLAR R T. The multiplier method of Hestenes and Powell applied to convex programming [J]. Optimization Theory and Applications, 1973, 12(6): 555-562.
- [11] ROCKAFELLAR R T. Augmented Lagrange multiplier functions and duality in nonconvex programming [J]. SIAM Journal on Control, 1974,12(2):268-285.
- [12] 万仲平,费浦生.优化理论与方法[M].武汉:武汉大学出版社,2006.
- [13] BIRGIN E G, FLOUDAS C A, MARTINEZ J M. Global minimization using an augmented Lagrangian method with variable lower-level constraints [J]. Mathematical Programming, 2010, 125(1): 139-162.
- [14] JANSEN P W, PEREZ R E. Constrained structural design optimization via a parallel augmented Lagrangian particle swarm optimization approach [J]. Computers and Structures, 2011, 89(13):1352-1366.
- [15] ROCKAFELLAR R T. Augmented Lagrange multiplier functions and duality in nonconvex programming [J]. Control Optimization, 1974, 12(2): 268-285.
- [16] 李晓磊.一种新型的智能优化方法——人工鱼群算法[D].杭州:浙江大学,2003:17-39.
- [17] 李晓磊,钱积新.基于分解协调的人工鱼群优化算法研究[J].电路与系统学报,2003,8(1): 1-6.
- [18] 史峰,王辉,郁磊,等. Matlab 智能算法 30 个案例分析[M].北京:北京航空航天大学出版社,2011: 162-177.
- [19] JIANG Ming, LUO Yupin, YANG Shiyuan. Stochastic convergence analysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm [J]. Information Processing Letters,2007, 102(1): 8-16.
- [20] IOAN C T. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection [J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6): 317-325.
- [21] THOMAS P R, YAO Xin. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 4(3):284-294.
- [22] BARBOSA H J C, LEMONGE A C C. An adaptive penalty method for genetic algorithms in constrained optimization problems [M]. Vienna: INTECH, 2008:9-34.

(编辑 张 宏)