

# Shearlet 变换与核各向异性扩散的图像噪声抑制

吴一全<sup>1,2,3</sup>, 叶志龙<sup>1</sup>, 万红<sup>1</sup>, 刚铁<sup>2</sup>

(1.南京航空航天大学 电子信息工程学院, 210016 南京; 2. 先进焊接与连接国家重点实验室(哈尔滨工业大学), 150001 哈尔滨; 3. 深圳市城市轨道交通重点实验室(深圳大学), 518060 深圳)

**摘要:** 为了更有效地抑制图像噪声,改善图像视觉效果,提出了一种基于非下采样 Shearlet 变换(nonsampled shearlet transform, NSST)与核各向异性扩散的图像噪声抑制方法.首先对含噪图像进行非下采样 Shearlet 变换;然后对所得到的低频和高频分量分别进行改进的全变差(improved total variation, ITV)扩散与核各向异性扩散(kernel anisotropic diffusion, KAD);最后对扩散后的低频和高频分量进行非下采样 Shearlet 逆变换得到噪声抑制后的图像.给出了实验结果,并且依据主观视觉效果和峰值信噪比、结构相似度两种定量评价指标,与近年来提出的基于小波阈值收缩结合全变差、基于复 Contourlet 域非线性扩散、自适应 Shearlet 域约束的全变差等 3 种噪声抑制方法进行了比较.实验结果表明,该方法的噪声抑制能力更强,且更为完整地保留了图像的边缘和细节信息.

**关键词:** 图像处理;噪声抑制;非下采样 Shearlet 变换;改进的全变差扩散;核各向异性扩散

**中图分类号:** TN911.73      **文献标志码:** A      **文章编号:** 0367-6234(2014)11-0076-08

## Noise suppression of image based on nonsampled shearlet transform and kernel anisotropic diffusion

WU Yiquan<sup>1,2,3</sup>, YE Zhilong<sup>1</sup>, WAN Hong<sup>1</sup>, GANG Tie<sup>2</sup>

(1.College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 210016 Nanjing, China; 2.State Key Laboratory of Advanced Welding and Joining(Harbin Institute of Technology), 150001 Harbin, China; 3.Shenzhen Key Laboratory of Urban Rail Traffic(Shenzhen University), 518060 Shenzhen, China)

**Abstract:** To suppress noise of image more efficiently and further improve image visual effects, a noise suppression method of image based on shearlet transform and kernel anisotropic diffusion is proposed. Firstly, a noisy image is decomposed by nonsampled shearlet transform(NSST). Then the obtained low-frequency component and high-frequency components are processed by improved total variation (ITV) diffusion and kernel anisotropic diffusion (KAD), respectively. Finally, the noise suppressed image is obtained by synthesizing diffused low-frequency component and high-frequency components through inverse nonsampled shearlet transform(INSST). Experimental results are given, in terms of subjective visual effect and two quantitative evaluation indicators such as peak signal to noise ratio (PSNR), structural similarity (SSIM), a comparison is made with three recent proposed noise suppression methods based on wavelet threshold shrinkage and TV, based on nonlinear diffusion in complex contourlet domain, and using TV with adaptive shearlet domain restraint. A large number of experimental results show that the proposed method has stronger noise suppression ability and preserves edge and detail information more completely.

**Keywords:** image processing; noise suppression; nonsampled shearlet transform; improved total variation diffusion; kernel anisotropic diffusion

收稿日期: 2013-07-30.

基金项目: 国家自然科学基金(60872065); 先进焊接与连接国家重点实验室开放基金(AWPT-M04); 深圳市城市轨道交通重点实验室开放基金(SZCSGD201306); 江苏省制浆造纸科学与技术重点实验室开放课题(201313); 纺织面料科学技术教育部重点实验室开放基金(P11111).

作者简介: 吴一全(1963—),男,教授,博士生导师; 刚铁(1952—),男,教授,博士生导师.

通信作者: 吴一全,nuaimage@163.com.

由于外部条件和系统设备因素的影响,图像在形成和传输过程中常常会引入噪声,严重影响了图像的质量.在焊接缺陷、织物疵点、纸病和铁轨表面缺陷的自动检测中<sup>[1-2]</sup>,噪声抑制作为其图像预处理的重要环节,对于提升后续图像分析

及识别的性能有着重要意义.目前,图像噪声抑制方法主要有滤波法和多尺度几何分析法.传统的滤波法包括中值滤波、邻域滤波、低通滤波等,这类方法虽可在一定程度上抑制噪声,但同时平滑了较多的图像细节信息.而滤波法中较为新颖的非局部均值方法<sup>[3-4]</sup>则充分利用图像的自相似性,通过衡量图像块的相似性来构造权重,能较好地保留图像边缘、纹理特征,但该方法的计算复杂度巨大,难以直接应用于实际场合.多尺度几何分析法以小波变换为基础<sup>[5]</sup>,可有效地表示图像的方向信息,在抑制噪声的同时保留图像的细节.近年来,各向异性扩散因其良好的细节保持特性在图像噪声抑制领域得到了广泛应用.以 PM (perona malik)<sup>[6]</sup>、全变差 (total variation, TV)<sup>[7]</sup> 等为代表的各向异性扩散模型取得了较好的噪声抑制效果,但是这类方法未考虑图像噪声的分布情况,直接对图像进行全局化处理,易残留噪声,丢失细小边缘.而多尺度几何分析能够稀疏地表示图像<sup>[8-10]</sup>,可有效地分离图像的高、低频分量,并根据噪声的分布情况做相应的处理,改善噪声抑制效果.因此,若能充分利用多尺度几何分析和各向异性扩散的各自优势,可望达到更为优良的噪声抑制性能.文献[11]提出了基于小波阈值收缩结合 TV 的噪声抑制方法,较好地去除了噪声,但该方法采用的小波变换不能最优地表达图像,方向选择较为有限,且高频分量采用的阈值收缩方法也平滑了部分细节信息.文献[12]使用复 Contourlet 代替小波变换,并对高频分量进行 PM 扩散,有效地改善了噪声抑制效果.该方法采用的复 Contourlet 较小波虽能更稀疏地表示图像,对方向信息的表达也更加丰富,但方向的选择性仍受限于图像的分解尺度,且高频分量采用的 PM 扩散模型无法抵抗强噪声的攻击,应用范围受到了限制.近年来提出的 Shearlet 变换能够自适应跟踪图像奇异曲线方向,方向选择性更加丰富<sup>[13]</sup>,但 Shearlet 变换具有下采样操作,缺乏平移不变性.文献[14]给出了一种自适应 Shearlet 域约束的全变差图像噪声抑制方法,取得了较好的效果.然而该方法未对 Shearlet 变换后的低频分量进行处理,残留了部分噪声,且用于重构后图像处理的 TV 扩散在图像边缘和图像平滑区域均采用相同的方式进行扩散,易出现阶梯效应.针对上述问题,可考虑先采用非下采样 Shearlet 变换(NSST)将图像分解成高、低频分量,克服 Shearlet 产生的伪吉布斯(Gibbs)效应;对图像的低频分量,可在 TV 扩散的基础上,通过计算像素点的梯度值分辨

图像的边缘区域和平滑区域,并采用不同的扩散策略,以改善图像视觉效果,提高扩散的效率<sup>[15]</sup>;此外,通过核化 PM 模型中的梯度算子,利用非线性函数将高频分量映射到高维特征空间,进行核各向异性扩散(KAD)处理,提升噪声的抑制性能,增强扩散的鲁棒性<sup>[16]</sup>.

基于上述分析,本文提出了一种基于 NSST 和核各向异性扩散的图像噪声抑制方法.首先对图像进行 NSST,对得到的低频分量采用改进的 TV 扩散,改善视觉效果;然后高频分量则进行 KAD 扩散,以增强扩散的鲁棒性;最后利用非下采样 Shearlet 逆变换进行重构,得到噪声抑制后的图像.文中给出了实验结果,与基于小波阈值收缩结合 TV 的噪声抑制方法(WSTV)、基于复 Contourlet 域非线性扩散噪声抑制方法(CCPMTV)、自适应 Shearlet 域约束的全变差图像噪声抑制方法(SHTV)做了比较,并依据主观视觉效果及峰值信噪比(PSNR)、结构相似度(SSIM)等客观定量指标对上述方法进行了评价对比.

## 1 Shearlet 变换

Shearlet 变换克服了小波变换不能最优表示图像的缺点;且与 Contourlet 变换相比,剖分方向不受分解层数制约,可更为精确地表示图像的方向信息.在维数为 2 时,Shearlet 函数的仿射系统为<sup>[17-18]</sup>

$$\mathbf{F}_{AB}(\psi) = \{ \psi_{j,l,k}(x) = |\det \mathbf{A}|^{j/2} \psi(\mathbf{B}' \mathbf{A}^j x - k) : j, l \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}^2 \}.$$

式中:  $\psi \in L^2(\mathbf{R}^2)$ ;  $j, l, k$  分别为尺度、剪切和平移参数.当  $\mathbf{F}_{AB}(\psi)$  满足 Parseval 框架,  $\mathbf{F}_{AB}(\psi)$  的元素称为合成小波.若  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{F}_{AB}(\psi)$  称为 Shearlet, 其中  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0$  为各向异性膨胀矩阵,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$  为剪切矩阵.

对于  $\forall \xi = (\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2, \xi_1 \neq 0$ , 令

$$\hat{\psi}^{(0)}(\xi) = \hat{\psi}^{(0)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_1) \hat{\psi}_2\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right).$$

式中:  $\hat{\psi}$  为  $\psi$  的傅里叶变换;  $\hat{\psi}_1 \in C^\infty(\mathbf{R})$ ,  $\hat{\psi}_2 \in C^\infty(\mathbf{R})$ ,  $\text{supp } \hat{\psi}_1 \in \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{16}\right]$ ,  $\text{supp } \hat{\psi}_2 \in [-1, 1]$ . 假设

$$\sum_{j \geq 0} |\hat{\psi}_1(2^{-2j} \omega)|^2 = 1, \quad |\omega| \geq \frac{1}{8}; \quad (1)$$

$$\sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_2(2^j \omega - l)|^2 = 1, \quad |\omega| \leq 1, j \geq 0. \quad (2)$$

由式(1)和式(2)可知,对  $\forall (\xi_1, \xi_2) \in D_0$ , 其中

$$D_0 = \left\{ (\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2 : |\xi_1| \geq \frac{1}{8}, \left| \frac{\xi_2}{\xi_1} \right| \leq 1 \right\}$$

为水平锥,存在

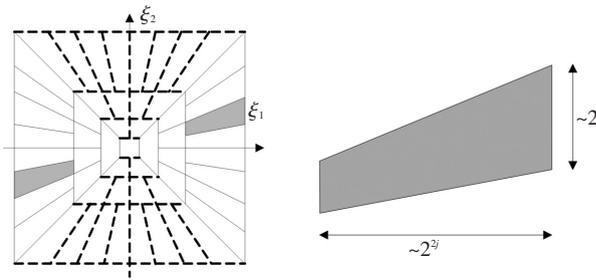
$$\sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-j} B_0^{-l})|^2 = \sum_{j \geq 0} \sum_{l=-2^j}^{2^j-1} |\hat{\psi}_1(2^{-2j} \xi_1)|^2 |\hat{\psi}_2(2^j \frac{\xi_2}{\xi_1} - l)|^2 = 1.$$

则函数  $\hat{\psi}^{(0)}(\xi A_0^{-j} B_0^{-l})$  构成了  $D_0$  的一个剖分,如图 1 所示,图 1(a) 中  $\xi_1, \xi_2$  分别为 Shearlet 变换的频域横纵坐标轴.

小波函数  $\psi_{j,l,k}$  具有如下频域支撑区间

$$\text{supp } \hat{\psi}_{j,l,k}^{(0)} \subset \{ (\xi_1, \xi_2) : \xi_1 \in [-2^{2j-1}, -2^{2j-4}] \cup [2^{2j-4}, 2^{2j-1}], \left| \frac{\xi_2}{\xi_1} + l2^{-j} \right| \leq 2^{-j} \}. \quad (3)$$

由式(3)可知,  $\psi_{j,l,k}$  支撑区域为一梯形对,其大小约为  $2^{2j} \times 2^j$ , 方向与斜率为  $l2^{-j}$  直线方向一致,如图 1(b) 所示.从图 1 中可以看出 Shearlet 变换具有丰富的分解层数和分解方向,可以更为精确地表示图像信息.



(a) Shearlet 变换频域剖分 (b) Shearlet 频域支撑区间

图 1 Shearlet 变换频域剖分及支撑区间示意

综上所述  $L^2(D_0)^\vee = \{f \in L^2(\mathbf{R}^2) : \text{supp } \hat{f} \subset D_0\}$  的一个 Parseval 框架为

$$\{ \psi_{j,l,k}^{(0)} = 2^{3j/2} \psi^{(0)}(B_0^l A_0^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbf{Z}^2 \}.$$

类似地,可构造一个  $L^2(D_1)^\vee$  的 Parseval 框架,其中

$$D_1 = \left\{ (\xi_1, \xi_2) \in \hat{\mathbf{R}}^2 : |\xi_2| \geq \frac{1}{8}, \left| \frac{\xi_1}{\xi_2} \right| \leq 1 \right\}$$

为垂直锥,并令  $A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 且

$\psi^{(1)}$  为

$$\hat{\psi}^{(1)}(\xi) = \hat{\psi}^{(1)}(\xi_1, \xi_2) = \hat{\psi}_1(\xi_2) \hat{\psi}_2\left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right).$$

则构造的  $L^2(D_1)^\vee$  Parseval 框架为

$$\psi_{j,l,k}^{(1)} = 2^{3j/2} \psi^{(1)}(B_1^l A_1^j x - k) : j \geq 0, -2^j \leq l \leq 2^j - 1, k \in \mathbf{Z}^2 \}.$$

## 2 核各向异性扩散和改进的 TV 扩散

### 2.1 核各向异性扩散(KAD)

当图像遭受强噪声污染时,梯度算子无法分辨噪声引起的灰度变化与图像边缘引起的灰度变化.此时,若仍用梯度算子控制扩散过程,不仅不能有效抑制噪声,甚至会增强一部分噪声<sup>[14,19]</sup>.针对这一问题,可考虑进行核各向异性扩散(KAD).根据模式可分性的 Cover 原理,核各向异性扩散算法通过非线性核函数将图像信息从原始图像空间映射到高维特征空间,利用特征空间中的梯度算子控制扩散过程,能够将噪声和图像边缘间的线性不可分问题转化为特征空间中的线性可分问题,从而更有效地抑制噪声.KAD 的模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} = \text{div}[c(\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|) \cdot \nabla \mathbf{I}], \\ \mathbf{I}(t=0) = \mathbf{I}_0. \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\text{div}$  为散度算子;  $\nabla$  为梯度算子;  $\|\cdot\|$  为幅度;  $\mathbf{I}$  为含噪图像;  $\mathbf{I}_0$  为原始图像;  $t$  为时间算子,表示噪声抑制过程与扩散时间相关;  $\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|$  为经函数  $\Phi$  映射后特征空间中的梯度模,也称为核梯度模;  $c(\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|)$  表示扩散方程,其形式为

$$c(\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|) = \exp\left(-\frac{\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|}{4k^2}\right). \quad (5)$$

式中:  $k$  为扩散门限,且  $k = 1.4826 \cdot [f_{\text{med}} \cdot [1 + \|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\| - f_{\text{med}}(\|\nabla[\Phi(\mathbf{I})]\|)]]$ , 其中  $f_{\text{med}}$  为取中值函数<sup>[20]</sup>.

图像中某一像素点的梯度模可离散为某一特定方向上的灰度差分绝对值,因此,在图像空间像素点  $p$  处的梯度模  $\|\nabla \mathbf{I}_p\|$  可以离散化为

$$\|\nabla \mathbf{I}_p\| = \left[ \frac{1}{|\varepsilon_p|} \sum_{q \in \varepsilon_p} \|\mathbf{I}_p - \mathbf{I}_q\|^2 \right]^{0.5}.$$

式中:  $\varepsilon_p$  为像素点  $p$  的 8 邻域空间;  $|\varepsilon_p|$  为  $\varepsilon_p$  的势.经过核替换后,特征空间中某一特定方向上的灰度差分平方为

$$\begin{aligned} & \|\Phi(\mathbf{I}_p) - \Phi(\mathbf{I}_q)\|^2 = \\ & [\Phi(\mathbf{I}_p) - \Phi(\mathbf{I}_q)]^T [\Phi(\mathbf{I}_p) - \Phi(\mathbf{I}_q)] = \\ & K(\mathbf{I}_p, \mathbf{I}_p) + K(\mathbf{I}_q, \mathbf{I}_q) - 2K(\mathbf{I}_p, \mathbf{I}_q). \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $K(\cdot, \cdot)$  为核函数,通常选取在特征空间能有效划分噪声和图像边缘的高斯函数,核梯度模为

$$\| \nabla [\Phi(I_p)] \| = \left[ \frac{1}{|\mathcal{E}_p|} \sum_{q \in \mathcal{E}_p} (K(I_p, I_p) + K(I_q, I_q) - 2K(I_p, I_q)) \right]^{0.5}.$$

### 2.2 改进的 TV (ITV) 扩散

TV 扩散可以归结为寻找图像能量泛函的平衡态, 即求解方程最小化问题为

$$E(I) = \int_{\Omega} |\nabla I| \, dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} |I_0 - RI|^2 \, dx dy.$$

式中:  $\int_{\Omega} |\nabla I| \, dx dy$  为  $I$  的全变差, 保留图像中的边缘和轮廓信息;  $\frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} |I_0 - RI|^2 \, dx dy$  为保真项, 表示原图像与新图像的逼近项;  $\Omega$  为图像区域;  $\lambda$  为拉格朗日常数;  $R$  为退化算子.

在外法线方向导数  $\frac{\partial I}{\partial n} = 0$  的边界条件下,

$E(I)$  的 Euler-Lagrange 方程为

$$\operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) - \lambda (R^* RI - R^* I_0) = 0. \quad (7)$$

式中  $R^*$  是  $R$  的共轭伴随算子, 式(7) 的解  $I$  即为噪声抑制后的图像.

由式(7) 可看出, 由于 TV 扩散未根据图像特征的明显程度采用合适的扩散速度, 其扩散效率较低; 另外, TV 扩散沿着边缘方向进行扩散, 而在图像中较为平坦的区域, 边缘事实上并不存在, 此时仍然沿着边缘扩散, 就会出现假边缘, 产生“阶梯”效应、噪声抑制不完全等现象. 因此, 可对 TV 扩散进行如下改进<sup>[15]</sup>:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} g(|G_{\nabla}|) (\Delta I) = 0, & |\nabla I_p| < 0.25; \\ g(|G_{\nabla}|) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) - \lambda (R^* RI - R^* I_0) = 0, & |\nabla I_p| \geq 0.25. \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $g(|G_{\nabla}|) = \frac{1}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}}$  用以加速迭代的速度,

其中  $\sqrt{G_x^2 + G_y^2}$  为图像中的点  $(x, y)$  梯度向量的模. 若在点  $(x, y)$  的邻域内加权均值较小, 则  $(x, y)$  邻域内的像素变化平缓, 扩散速度也就较快; 反之, 扩散速度就较慢. ITV 扩散针对 TV 扩散模型的缺点进行相应的改进, 因此较好地保留了图像边缘, 使得图像平坦区域更为光滑, 并提高了扩散效率.

### 3 图像噪声抑制方法的步骤与流程

本文提出一种有机结合 NSST 和核各向异性扩散的图像噪声抑制方法, 其流程如图 2 所示.

**Step 1 (含噪图像分解)** 对于含噪图像  $I \in l^2(\mathbf{Z}_N^2)$ , 首先利用非下采样拉普拉斯金子塔算法, 将尺度  $j$  下的低频分量  $I_a^{-1} \in l^2(\mathbf{Z}_{N_j-1}^2)$  分解为尺度  $j+1$  下的低频分量  $I_a \in l^2(\mathbf{Z}_{N_j}^2)$  和高频分量  $I_d \in l^2(\mathbf{Z}_{N_j}^2)$ , 其中  $N_j = N_{j-1}/4$ .

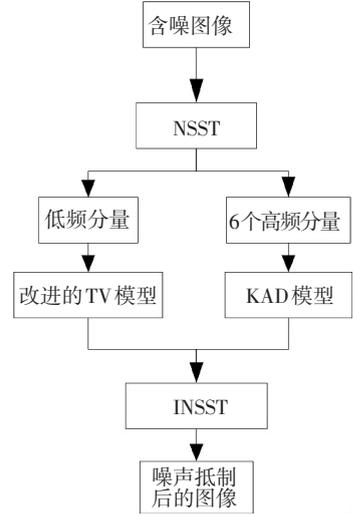


图 2 图像噪声抑制算法

**Step 2 (方向剖分)** 对高频分量  $I_d$  的傅里叶变换  $\hat{I}_d$  进行伪极向格映射, 获得矩阵  $P\hat{I}_d$ , 并运用窗口函数对其进行方向剖分, 得到多个锥形方向频率分量.

**Step 3 (获取 Shearlet 系数)** 将得到的锥形方向频率分量映射到笛卡尔坐标系, 并对其做傅里叶逆变换, 获得高频分量的 Shearlet 系数. 本文采用单层 NSST, 得到了图像低频分量系数  $I_l$  和 6 个高频分量系数  $(I_{h1}, I_{h2}, I_{h3}, I_{h4}, I_{h5}, I_{h6})$ . 其中, 拉普拉斯滤波器选择“maxflat”, 进行方向剖分的窗函数为“Meyer”.

**Step 4 (低频分量噪声抑制)** 图像经 Shearlet 分解后的低频分量包含图像信号的主要能量, 同时包含少量的噪声. 若不进行处理, 会降低图像质量, 影响视觉效果; 若采用传统的滤波方法, 可能会损失图像部分信息, 甚至产生阶梯效应. 因此, 本文采用对图像细节特征保持较好的 ITV 扩散模型处理低频分量, 得到噪声抑制后的低频分量  $I'_l$ , 扩散方程为式(8), 时间步长为 0.1, 当迭代前后两幅图像的均方误差小于 0.05 时, 停止迭代.

**Step 5 (高频分量噪声抑制)** 图像的高频分量包含了较为丰富的细节信息和大量的噪声, 对 6 个高频分量系数分别采用 KAD 模型进行扩散处理, 得到噪声抑制后的高频分量  $(I'_{h1}, I'_{h2}, I'_{h3}, I'_{h4}, I'_{h5}, I'_{h6})$ , 扩散模型采用式(4), 扩散方程为式

(5),最大迭代次数为 15,当迭代前后两幅图像均方误差小于 0.15 时,停止迭代,式(6)中采用的核函数  $K(x,y) = \exp(-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2})$ , 其中  $\sigma = 3\ 000$ .

**Step 6** 综合处理后的低频分量  $I'_i$  和高频分量 ( $I'_{h1}, I'_{h2}, I'_{h3}, I'_{h4}, I'_{h5}, I'_{h6}$ ), 利用逆 NSST (inverse NSST, INSSST) 得到噪声抑制后的图像.

### 4 结果与分析

针对本文提出的方法,对大量图像进行了噪声抑制实验,给出了本文方法及近年来提出的基于小波阈值收缩结合全变差的噪声抑制方法(WSTV)、基于复 Contourlet 域非线性扩散的噪声抑制方法(CCPMTV)、自适应 Shearlet 域约束的全变差图像噪声抑制方法(SHTV)的噪声抑制结果对比,并依据主观视觉效果及峰值信噪比、结构相似度等客观定量指标对上述 4 种方法进行了评价与比较.实验参数设置如下:WSTV 采用单层 Haar 小波分解,低频采用时间步长为 0.2 的 TV 扩散,高频采用自适应阈值收缩;CCPMTV 采用单

层复 Contourlet 分解,滤波器选择“antonini”和“qshift\_a”,低频处理采用 TV 扩散,其时间步长为 0.2,迭代终止条件为迭代前后的图像均方误差小于 0.01,高频采用 PM 扩散模型进行处理,迭代次数为 30;SHTV 采用单层频域离散 Shearlet 分解,高频分量进行自适应阈值收缩处理,使用的自适应收缩函数为  $S_\tau(x) = \text{sign}(x) \cdot \max(x - \sigma_n^2 \sqrt{2}/\sigma_x, 0)$ ,其中:  $\text{sign}(x)$  为符号函数;  $\sigma_n, \sigma_x$  分别为噪声、信号的标准差;TV 扩散的最小迭代次数为 20 次;迭代步长为 1/20.本文的噪声抑制实验均是在 Intel(R) Core(TM)2,主频 2.0 GH,内存 2 GB,处理程序为 Matlab R2009a 的环境下进行的.

现以 3 幅图像为例加以说明.图 3~5 分别给出了 Lena 图像、焊接缺陷图像及织物疵点图像,属于纹理较为复杂的一类图像.图 3(c)~图 5(c) 为使用 WSTV 所得到的噪声抑制后图像;图 3(d)~图 5(d) 为使 CCPMTV 所得到的噪声抑制后图像;图 3(e)~图 5(e) 为使用 SHTV 所得到的噪声抑制后图像;图 3(f)~图 5(f) 为使用本文方法所得到的噪声抑制后图像.噪声是均值为 0、方差  $\sigma_n^2 = 20$  的高斯白噪声.

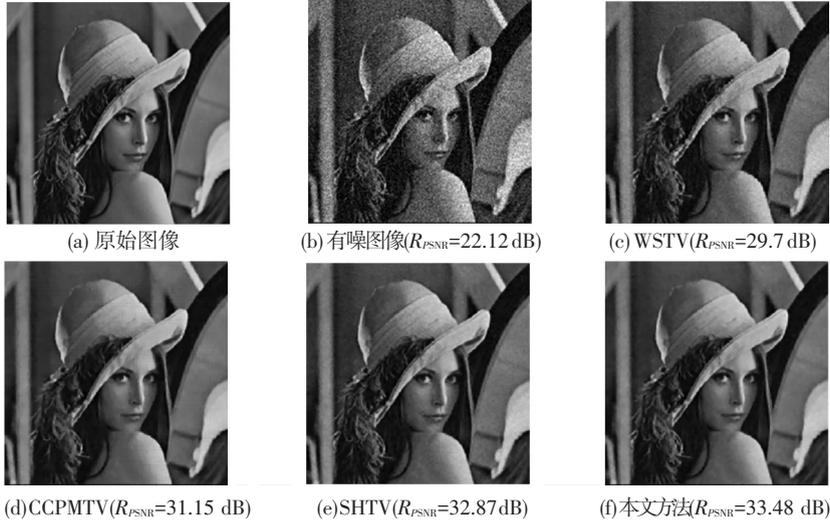


图 3 Lena 图像的噪声抑制

在 WSTV 方法中,由于对高频分量采用的阈值收缩方法,易发生噪声“过扼杀”或抑制不完全等情况,图 4(c)~图 6(c) 的背景图像中依然残留大量的噪声,图 5(c)和图 6(c) 中的咬边缺陷和缺经疵点上仍覆盖了部分噪声,且缺陷和疵点的细节部分模糊不清;经复 Contourlet 变换分解后,图像的方向信息被捕捉得更为准确,且高、低频均采用了扩散处理,与图 4(c)~图 6(c) 相比,图 4(d)~图 6(d) 的背景部分更为平滑,但由于图像分解后高频方向数仍受限于分解尺度,且采用 TV 扩散易

丢失细小边缘,PM 扩散抵抗强噪声的能力较弱,因此,图 4(d)~图 6(d) 存在一定的“阶梯效应”,如 Lena 图像的肩部曲线不够平滑,焊接缺陷和织物疵点图像中背景被过度平滑,损失了部分纹理信息.由于采用了 Shearlet 变换,图像分解时方向性有了更多的选择,相比于 CCPMTV 方法,图 4(e)~图 6(e) 在背景处的纹理更为清晰,但仍有伪 Gibbs 效应存在,由于高频分量采用了阈值收缩方法,残留了少量噪声.本文方法采用了具有平移不变性的 NSST,弥补了 Shearlet 变换的不足,低频分量采用

的 ITV 有效地消除了阶梯效应, 高频分量采用的 KAD 抑制噪声的能力更强, 得到的图 4(f) ~

图 6(f) 中噪声去除得最为彻底, 细节纹理等保留得更为完整, 视觉效果最佳.

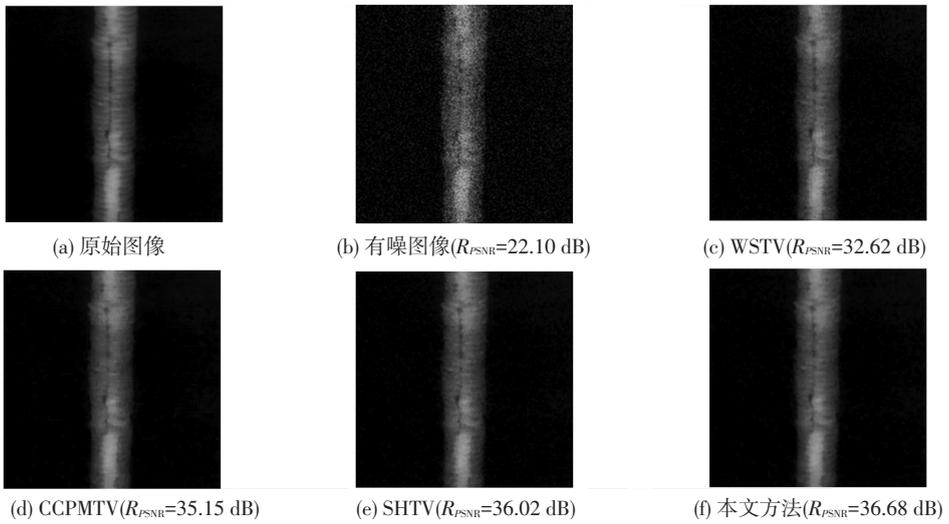


图 4 焊接缺陷图像的噪声抑制

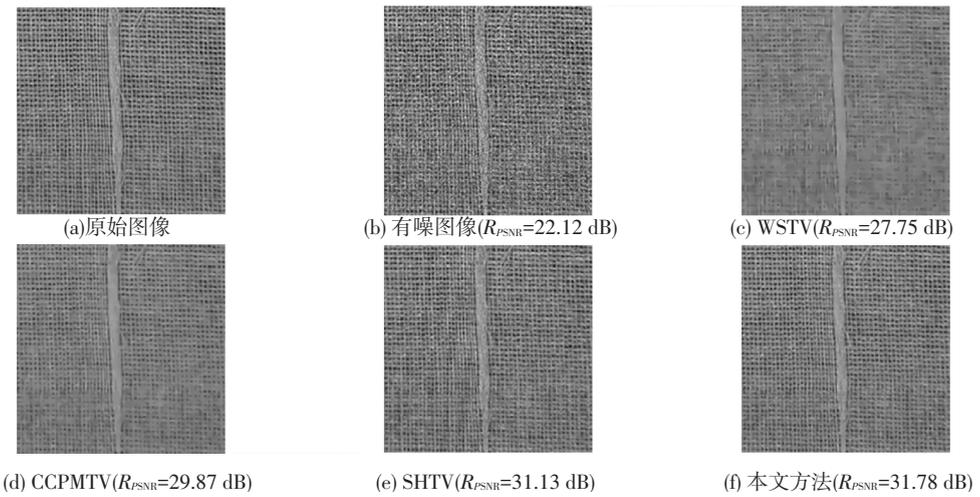


图 5 织物疵点图像的噪声抑制

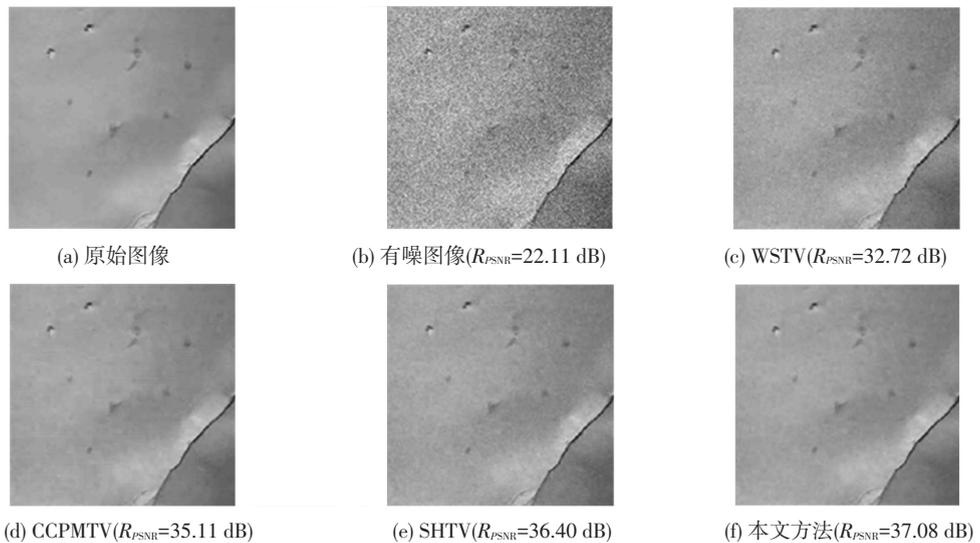


图 6 纸张缺陷图像的噪声抑制

表 1 给出了 Lean 图像在不同噪声强度下使用 4 种方法得到的峰值信噪比和图像结构相似度.其中峰值信噪比越高,说明噪声抑制性能越好;结构相似度更为接近人眼主观感受,其值越接近于 1,表示去噪效果越好,噪声抑制后图像的亮度、对比度和纹理结构越接近于原始图像.峰值信噪比和结构相似度的计算公式为

$$R_{\text{PSNR}} = 10 \lg \frac{255^2}{\|I_o - I^*\|^2 / (M_1 \times M_2)},$$

$$\text{SSIM}(I_o, I^*) = [l(I_o, I^*)]^\alpha \times [c(I_o, I^*)]^\beta \times [s(I_o, I^*)]^\gamma.$$

式中:  $I_o$ 、 $I^*$  分别为原始图像、噪声抑制后的图像;  $l(\cdot)$ 、 $c(\cdot)$ 、 $s(\cdot)$  分别为亮度、对比度和结构比较函数,其中  $\alpha = \beta = \gamma = 1$ .

表 1 4 种噪声抑制方法的性能比较

方法	$\sigma_n^2 = 15$		$\sigma_n^2 = 20$		$\sigma_n^2 = 25$	
	峰值信噪比/dB	结构相似度	峰值信噪比/dB	结构相似度	峰值信噪比/dB	结构相似度
有噪图像	24.63	0.432 8	22.12	0.329 1	20.18	0.257 8
WSTV	31.06	0.834 2	29.70	0.768 4	28.35	0.696 3
CCPMTV	31.64	0.878 4	31.15	0.863 0	30.47	0.843 6
SHTV	34.47	0.900 8	32.87	0.871 7	31.61	0.837 8
本文方法	34.88	0.926 3	33.48	0.907 2	32.33	0.886 3

从表 1 可以看出,在 3 种噪声强度下使用本文方法所得图像的峰值信噪比均是最高的,其中在噪声方差  $\sigma_n^2 = 20$  时,峰值信噪比较 WSTV、CCPMTV 和 SHTV 分别有 3.78、2.33 和 0.61 dB 的增长.由于本文方法高、低频分量均采用了扩散处理,且低频分量采用的 ITV 扩散有效地避免了 TV 扩散可能出现的假边缘,高频分量采用的 KAD 模型的噪声抑制能力更强,即使在强噪声污

染时 ( $\sigma_n^2 = 25$ ),依然能有效地抑制噪声.另外,本文方法的结构相似度也是 4 种方法中最高的,有效保留了图像的细节和纹理信息.

图 6、7 还给出了纸张缺陷和铁轨表面缺陷图像的噪声抑制效果图,从图 6、7 可以看出,本文方法的噪声抑制效果最好,有效地保留了图像中缺陷的细节和纹理信息,为工程中后期缺陷的准确识别及分类奠定了良好的基础.

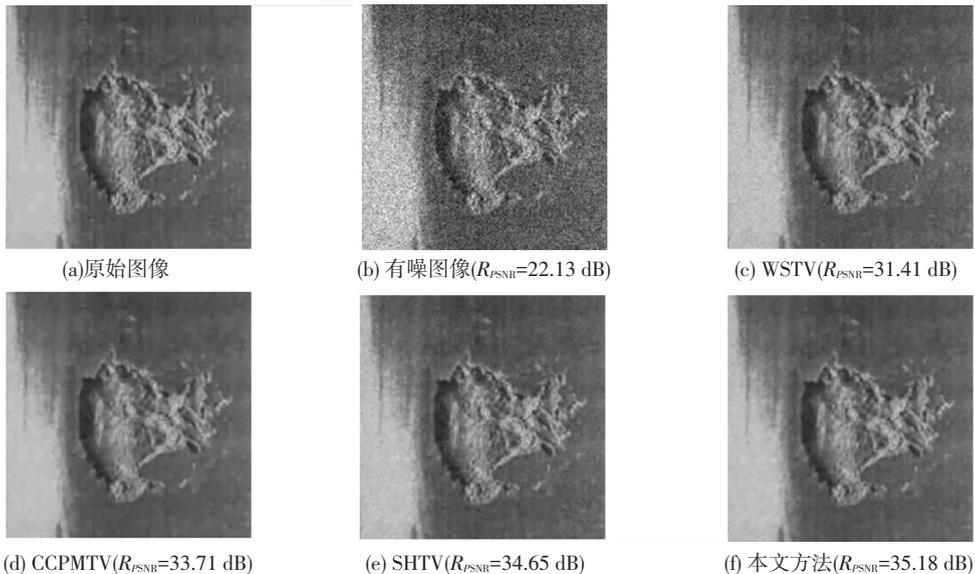


图 7 铁轨表面缺陷图像的噪声抑制

## 5 结 论

1) 本文提出了一种基于 NSST 和核各向异性扩散的图像噪声抑制方法.利用 NSST 对含噪图像进行了多尺度分解,克服了 Shearlet 易产生的伪吉布斯效应,更为丰富地提取了图像的方向信息,更精确地捕获了图像的边缘细节.

2) 低频分量采用了 ITV 扩散进行处理,克服了 TV 扩散易产生的阶梯效应,改善了图像视觉效果,提高了扩散的效率.

3) 对高频分量进行了 KAD 处理,利用核理论将图像噪声和边缘非线性可分问题转化为特征空间的线性可分问题,有效地提升了噪声抑制能力,增强了扩散的鲁棒性.

4)与近年来提出的 WSTV、CCPMTV 和 SHTV 相比,本文方法噪声去除得更为彻底,而且能够更为有效地保留图像的边缘、纹理等细节信息,噪声抑制后的图像主观视觉效果最佳,且在峰值信噪比和结构相似度等客观定量指标上均优于其他 3 种方法。

## 参考文献

- [1] SHAO Jiaxin, DU Dong, SHI Han, et al. A fast and adaptive method for automatic weld defect detection in various real-time X-ray imaging systems [J]. *China Welding (English Edition)*, 2012, 21(1): 8-12.
- [2] KUMAR A. Computer-vision-based fabric defect detection: a survey[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(1): 348-363.
- [3] 易子麟, 尹东, 胡安洲, 等. 基于非局部均值滤波的 SAR 图像去噪[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(4): 950-955.
- [4] 张小华, 陈佳伟, 孟红云, 等. 基于方向增强邻域窗和非下采样 Shearlet 描述子的非局部均值图像去噪[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(11): 2634-2639.
- [5] 唐世伟, 林君. 小波变换与中值滤波相结合图像去噪方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2008, 40(8): 1334-1336.
- [6] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629-639.
- [7] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1992, 60(1/4): 259-268.
- [8] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [9] 吴一全, 纪守新, 尹丹艳. 基于 NMF、ICA 和复 Contourlet 变换的红外小目标检测[J]. *宇航学报*, 2011, 32(8): 1833-1839.
- [10] CUNHA A L, ZHOU Jianping, DO M N. The nonsubsampling contourlet transform: Theory, design, and application [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(10): 3089-3101.
- [11] 吴亚东, 孙世新. 基于二维小波收缩与非线性扩散的混合图像去噪算法[J]. *电子学报*, 2006, 34(1): 163-166.
- [12] 吴一全, 侯雯, 吴诗娅. 基于复 Contourlet 域非线性扩散的图像去噪[J]. *电路与系统学报*, 2012, 17(6): 111-116.
- [13] EASLEY G, LABATE D, LIM W Q. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2008, 25(1): 25-46.
- [14] 朱华生, 邓承志. 自适应 Shearlet 域约束的全变差图像去噪[J]. *计算机工程*, 2013, 39(1): 221-224.
- [15] 林云莉, 赵俊红, 朱学峰, 等. 改进的 TV 模型图像修复算法[J]. *计算机工程与设计*, 2010, 31(4): 776-779.
- [16] YU Jinhua, WANG Yuanyuan, SHEN Yuzhong. Noise reduction and edge detection via kernel anisotropic diffusion [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2008, 29(10): 1496-1503.
- [17] LABATE D, LIM W Q, KUTYNIOK G, et al. Sparse multidimensional representation using shearlets [C]// *Proceedings of the SPIE*. Beijing: SPIE, 2005, 5914: 254-262.
- [18] EASLEY G R, LABATE D, COLONNA F. Shearlet-based total variation diffusion for denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(2): 260-268.
- [19] 刘建磊, 冯大政. 结合核方法的选择性各向异性扩散去噪算法 [J]. *中国图象图形学报*, 2011, 16(11): 1975-1982.
- [20] BLACK M J, SAPIRO G, MARIMONT D H, et al. Robust anisotropic diffusion [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 421-432.

(编辑 张红)