新型 3D-Turbo 码原理分析与性能研究

姚如贵1、高凡琪1、张 昆1、徐 娟2

(1. 西北工业大学 电子信息学院, 710072 西安; 2. 长安大学 电控学院, 710064 西安)

摘 要:为改善中高信噪比下传统 Turbo 的错误平台性能,介绍一种改进的 Turbo 码(3D-Turbo Codes),通过增加一个码 率为1的后编码器,对传统 Turbo 编码器得到的部分校验比特进行后编码.给出 3D-Turbo 码的编码结构,分析了影响性 能的主要因素,研究 3D-Turbo 码的迭代译码过程并详细推导了 Max-Log-Map 算法,最后对 3GPP2 标准下的 3D-Turbo 码 性能进行仿真.研究结果表明,与 3GPP2 Turbo 码相比,3D-Turbo 码通过增加很小的复杂度,可以有效改善错误平台性能.因此,在中高信噪比且对误码率要求严格的场景下,3D-Turbo 码有广阔的应用空间.

关键词: 3D-Turbo 码; 3GPP2; 错误平台; 收敛特性

中图分类号: TN911.2 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2014)11-0095-06

Theoretical analysis and performance study of 3-dimension Turbo codes

YAO Rugui¹, GAO Fanqi¹, ZHANG Kun¹, XU Juan²

(1. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China;

2. School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, 710064 Xi'an, China)

Abstract: In order to prevent high error floor of classic Turbo at middle and high SNRs, a modified Turbo codes, named as 3D-Turbo codes, is proposed in which some of the parity bits from the classical encoders are further encoded by a rate-1 post encoder. The encoder structure of 3D-Turbo Codes is introduced and analysis of main factors affecting performance is provided, then the iterative decoding process and detailed derivation of the Max-Log-Map algorithm of 3D-Turbo Codes is presented, performance based on 3GPP2 standards is simulated. The theoretical analysis and results show that 3D-Turbo Codes have lower error floor compared to 3GPP2 Turbo Codes, at the expense of a very small increase in complexity. Therefore, under middle or high SNRs and strict BER requirement, 3D-Turbo Codes are expected to have extensive application prospects. **Keywords**: 3D-Turbo Codes; 3GPP2; error floor; convergence performance

Turbo 码是最接近香农极限的信道编码方式 之一^[1].Turbo 码可以达到距离香农极限 0.7 dB 的优异性能,因此被应用到通信系统的很多领 域^[2].Turbo 码的误码率曲线在瀑布区有着优异的 收敛性能,但是由于最小汉明距离(MHD)相对较 小,导致在中高信噪比条件下,BER 曲线变得平 坦,出现错误平台.

改善高信噪比时的误码性能,需要增加最小 汉明距离.通常用以下3种方式来实现:使用具有 更多状态的成员编码器,设计更复杂的内交织器, 或者增加 Turbo 码的维数.文献[3]提出了一种基 于 16 状态子编码器的 Turbo 码,误帧率(FER)可 以到达 10⁻⁷.但是,在实现时间和存储复杂度上, 几乎是 8 状态 Turbo 码的 2 倍.文献[4]提出 DRP 交织器能够得到更大的最小汉明距离.但是,复杂 交织器一般不具备良好的结构特征,在工程实现 时需要耗费大量存储资源.传统多维 Turbo 码增 加并联成员编码器个数并不能有效改善错误平台 特性^[5-6].基于此本文介绍一种新型 3D-Turbo 码^[7],采用混联结构,在传统 Turbo 码编码器的输 出端添加一个码率为 1 的后编码器,抽取部分校 验比特进行二次编码.相比于传统 Turbo 码,3D-Turbo 码通过增加很小的译码复杂度和译码延

收稿日期: 2014-01-14.

基金项目:国家高技术研究发展计划(2012AA120604);航天支撑 基金(2013-HT-XGD);西北工业大学基础研究基金 (JCY20130132).

作者简介:姚如贵(1980—),男,副教授.

通信作者:姚如贵, yaorg@ nwpu.edu.cn.

每4个比特抽取1个,组成帧送到后编码器中进行 编码,抽取方式如图2所示.

迟,有效地改善了错误平台的性能.3D-Turbo码有 广阔的工程实现前景,适用于一些对译码延迟不 敏感,但对误码比较敏感的应用场景.例如,在深 空通信中,采集的信息都十分珍贵,希望采集信息 损失尽可能的小,在中高信噪比条件下,要求获得 极低的误码率.

关于 3D-Turbo 码性能及优化研究^[7-9],均为 ENST Bretagne 学院 Berrou 团队发表,但是现有文 献中对于译码算法中关键推导(如校验比特先验 信息的使用、校验信息外信息的计算等)未给出, 同时实现过程中关键模块(如抽取、译码信息传 递等)也未进行明确说明.本文结合课题组研究结 论,对上述关键推导和关键模块进行详细阐述.

1 3D-Turbo 码编码结构

图 1 所示为基于 3GPP2 标准 3D-Turbo 码编码原理框图.虚线框所示部分为传统的 Turbo 码编码器,包括 1 个内交织器 π 和 2 个并行的分量编码器.分量编码器为 8 状态递归系统卷积码(RSC),生成多项式为(15,13)₈.长度为K的信息序列U分为3路.第1路直接输出作为编码后的系统比特,用X来表示;第2路送到分量编码器 1 中进行编码产生校验比特,用Y₁表示;第3路经过交织器 π 交织后送到分量编码器 2 中进行编码,产生校验比特 Y_2 .编码后码字由系统比特 X 和校验比特 Y_1 和 Y_2 组成,码率 R = 1/3.



图 1 3D-Turbo 码原理框图

3D-Turbo 码是在传统的混联方式上发展而 来.通过增加并串转换模块、后交织器 π'和一个 码率为1的后编码器,来实现对部分校验比特的 后编码.通过后编码,可以有效减少码重较小的码 字,以此提高整体码字的 MHD^[8].

从校验比特 Y_1 和 Y_2 中,按照一定的比例和 模式抽取部分比特,经过并串转换后,组成新的编 码序列 P,经 π' 交织后,送到码率为 1 的后编码 器,进行二次编码.未被抽取的校验比特不需要进 行后编码,直接送到删截器.用 λ (0 $\leq \lambda \leq$ 1)表 示抽取率,即参与后编码的校验比特在总校验比 特中所占的比例.为便于实现,一般采用规则的抽 取方式.以 λ = 1/4 为例,对校验比特序列 Y_1 、 Y_2 , Y_1 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 P 1
 2
 3
 4
 5
 6
 ...
 ...

 Y_2 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 Y_2 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 Y_2 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 Y_2 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 Y_2 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 ...

 Y_2 Y_2 </td

可看出,送到后编码器的校验比特个数可用 $L = 2\lambda K 来表示.剩余的未被抽取的 2(1 - \lambda) K 个$ 校验比特,与后编码器输出的校验比特一起送到删截器中.一般情况下,后编码器产生的校验比特含有更多的信息,尽量不做删除.

2 影响性能的因素

3D-Turbo 码中,除了传统的码长、码率、生成 多项式等因素影响性能外,渗透率、后编码器的生 成多项式和交织器同样对性能的影响很大.

2.1 渗透率λ

渗透率 λ 的选择能够平衡译码器的收敛性能 和错误平台性能.收敛性表征了译码性能从高误码 率到低误码率变化的快慢.抽取校验比特的译码涉 及到主译码器和预译码器之间的外信息传递,因此 会出现错误传递现象.在低信噪比下校验比特出现 错误的概率更大,所以错误传递在低信噪比下尤其 突出.进一步反映在译码性能上时,就是在低信噪 比的情况下,3D-Turbo 码的收敛性能降低.因此,选 择较大的 λ 值,可以获得更低的错误平台性能,但 是译码器的收敛性却会降低.反之,选择较小的 λ 值,译码的收敛性能有所改善,但是错误平台较高^[7].

2.2 后编码器

后编码器对 3D-Turbo 码的性能有着极大的 影响.后编码器的选取要综合考虑实现复杂度和 性能两方面.首先,对应的预译码器结构必须简 单,相比传统 Turbo 码,在软输入软输出(SISO)译 码时,不能增加太多的实现复杂度.其次,考虑到 第一次迭代译码时,没有可以利用的先验信息,所 以对应的预译码器不能引入太多错误符号,避免 降低收敛性能.综上,后编码器可以选择状态数较 少的循环递归系统卷积码(CRSC).文献[8] 推荐 了一种带有两个寄存器的线性编码器,后编码器 的生成多项式为(5,4)₈.

2.3 交织器 π 和 π'

在设计 Turbo 码交织器时需要综合考虑两方面,一方面需要使 Turbo 码的距离特性得到最优化,提高纠错性能;另一方面需要考虑译码器的实

现复杂度.3D-Turbo 码中有两个交织器,一是传统 Turbo 码中的交织器 π ,本文中选择 3GPP2 标准 中的内交织方案.另一个是后编码器部分的后交 织器 π' .交织器的性能是影响其译码性能的关键 因素之一.后交织器 π' 的功能是将编码序列 P 进 行交织,目的是为了防止预译码器译码时出现连 续的错误,影响总体译码的性能.文献[7] 给出一 个 π' 的规则交织方式,具有简单的结构和良好的 性能.设交织器 π' 的交织长度为 $L,i(1 \le i \le L)$ 和 $j(1 \le j \le L)$ 分别是自然顺序和交织后顺序的 地址. π' 可以用下列关系式表示: $i = \pi'(j) = (L_0 \times j + i_0) \% L.$ (1) 式中 i_0 是初始参数, 且 L_0 和 L 互质.

3 3D-Turbo 码译码

3.1 译码过程

3D-Turbo 码的译码原理与传统 Turbo 码相 似,都是通过成员译码器之间互相传递互信息,来 进行迭代译码.3D-Turbo 码译码器由 3 个成员译 码器构成,分别是 4 状态的 SISO 预译码器和两个 分量译码器,译码原理框图如图 3 所示.





假设参与后编码的输出比特 W 经过信道传 输后为W_{ab}. 3D-Turbo 码的译码迭代过程为:首次 迭代时,预译码器开始工作.校验比特的先验信息 初始化为0,此时预译码器仅利用接收到的信道 信息 W, 进行译码.将预译码器产生的外信息作 为校验比特的先验信息送到主译码器中.主译码 器利用信道信息和预译码器产生的外信息,进行 第一次迭代译码.主译码器的两个分量译码器同 传统的 Turbo 码译码器相同,产生关于系统比特 的外信息,并作为先验信息相互交换.同时,主译 码器还为预译码器提供关于后编码校验比特的外 信息(可由式(16)计算).之后的迭代过程中,预 译码器和主译码器之间传递关于抽取校验比特的 外信息,主译码器内部的分量译码器之间传递关 于系统比特的外信息.当所有的分量译码器收敛 或者最大的迭代次数完成时,停止迭代过程.

3.2 Max-Log-Map 算法推导

由于后编码器的引入,3D-Turbo 码主译码器 的译码算法与传统的 Turbo 码相比略有不同.主 要区别如下:在计算分支度量时,引入了关于校验 比特的先验信息;计算对数似然比时,需要考虑关 于校验比特的先验信息;需要输出关于校验比特 的外信息.

基于 BCJR 算法^[12],本文详细推导了 3D-Turbo 码 Max-Log-Map 译码算法,推导过程也可 以推广到 Log-Map 算法.下面分别给出主译码器和预译码器译码算法的推导过程.

1) 主译码器

编码器的 *M* 个不同状态记为 $m(m = 0, 1, \dots, M - 1)$.时刻 *t* 的状态为 S_t ,对应输出为 $X_t = (x_t^s, x_t^p) = (u_t, x_t^p)$,接收符号为 $Y_t = (y_t^s, y_t^p)$.时刻 *t* 到 *t'* 的状态序列为 $S_t^{t'} = \{S_t, S_{t+1}, \dots, S_{t'}\}$,对应的输出序列为 $X_t^{t'} = \{X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t'}\}$,接收序列为 $Y_1 = \{Y_1, \dots, Y_{\tau}\}$.信道为 AWGN,噪声方差为 σ^2 .

译码器通过检测接收序列 Y₁来预测马尔可 夫过程的状态概率(式(2))和状态转移概率 (式(3)).

$$\Pr\{S_{t} = m \mid Y_{1}^{*}\} = \Pr\{S_{t} = m; Y_{1}^{*}\} / \Pr\{Y_{1}^{*}\}, (2)$$

$$\Pr\{S_{t-1} = m'; S_{t} = m \mid Y_{1}^{*}\} = \frac{\Pr\{S_{t-1} = m'; S_{t} = m; Y_{1}^{*}\}}{\Pr\{Y_{1}^{*}\}}.$$
(3)

定义 $\alpha_{\iota}(m) = \Pr\{S_{\iota} = m; Y_{1}\}$ 为前向路径度 量, $\beta_{\iota}(m) = \Pr\{Y_{\iota+1} | S_{\iota} = m\}$ 为后向路径度量, $\gamma_{\iota}(m',m) = \Pr\{S_{\iota} = m; Y_{\iota} | S_{\iota-1} = m'\}$ 为分支度量. 考虑到对于给定的 $Y_{1}^{\tau}, \Pr\{Y_{1}^{\tau}\}$ 是一个常数,所以 式(2)、(3) 可以进一步分离为

$$\begin{aligned} \lambda_{i}(m) &= \Pr\{S_{i} = m; \boldsymbol{Y}_{1}^{\mathsf{T}}\} = \Pr\{S_{i} = m; \boldsymbol{Y}_{1}^{\mathsf{T}}\} \\ &= \Pr\{\boldsymbol{Y}_{i+1}^{\mathsf{T}} \mid S_{i} = m; \boldsymbol{Y}_{1}^{\mathsf{T}}\} = \alpha_{i}(m) \cdot \beta_{i}(m) , \quad (4) \\ &= \delta_{i}(m', m) = \Pr\{S_{i-1} = m'; S_{i} = m; \boldsymbol{Y}_{1}^{\mathsf{T}}\} = \end{aligned}$$

(7)

$$\Pr\{S_{t-1} = m'; \mathbf{Y}_{1}^{t-1}\} \cdot \Pr\{S_{t} = m; \mathbf{Y}_{t} \mid S_{t-1} = m'\} \cdot \Pr\{\mathbf{Y}_{t+1}^{\tau} \mid S_{t} = m\} = \alpha_{t-1}(m') \cdot \gamma_{t}(m', m) \cdot \beta_{t}(m) .$$

$$(5)$$

依据传统 Turbo 码昇法, α 相 β 可递归计昇为

$$\alpha_{t}(m) = \sum_{m'=0}^{m-1} \alpha_{t-1}(m') \cdot \gamma_{t}(m', m) \quad t = 1, 2, \cdots, \tau.$$
(6)

$$\beta_{\iota}(M) = \sum_{m'=0}^{M-1} \beta_{\iota+1}(m') \cdot \gamma_{\iota+1}(m, m') \quad t = 1, 2, \dots, \tau.$$

其递推关系可以进一步如图 4 表示.



图 4 前向和后向路径度量的计算示意

从状态 $S_{i-1} \rightarrow S_i$,代表状态转移格图中的一条边,在 3D-Turbo 码中,主译码器既获得了系统 比特的先验信息,也获得了校验比特的先验信息, 所以状态转移概率可以同时利用系统比特和校验 比特来表示.

$$\begin{split} \gamma_{\iota}(m',m) &= \Pr\{S_{\iota} = m; Y_{\iota} \mid S_{\iota-1} = m'\} = \\ \Pr\{S_{\iota} = m \mid S_{\iota-1} = m'\} \cdot \Pr\{Y_{\iota} \mid S_{\iota-1} = \\ m', S_{\iota} = m\} &= \Pr\{u_{\iota}\} \Pr\{x_{\iota}^{p}\} \cdot \Pr\{Y_{\iota} \mid u_{\iota}; x_{\iota}^{p}\}. (8) \\ \\ \text{先验信息 } L^{e}(u_{\iota}) &= \ln(\Pr\{u_{\iota} = + 1\} / \Pr\{u_{\iota} = + 1\}), \\ \text{所以 } u_{\iota} \text{ 的先验概率计算为} \end{split}$$

$$\Pr\{u_t\} = \left(\frac{\exp[-L^{e}(u_t)/2]}{1 + \exp[-L^{e}(u_t)]}\right) \cdot \exp[u_t L^{e}(u_t)/2].$$
(9)

同理可得校验位 x²的先验概率为

$$\Pr\{x_t^{\mathrm{p}}\} = \left(\frac{\exp\left[-L^{\mathrm{e}}(x_t^{\mathrm{p}})/2\right]}{1 + \exp\left[-L^{\mathrm{e}}(x_t^{\mathrm{p}})\right]}\right) \cdot \exp\left[x_t^{\mathrm{p}}L^{\mathrm{e}}(x_t^{\mathrm{p}})/2\right].$$
(10)

由于信道的高斯随机过程特性,可以得到 式(11),其中,*A* 是一个取值与 *u*_{*i*} 和 *x*^{*p*},取值无关 的值.

$$\Pr\{\boldsymbol{Y}_{t} \mid \boldsymbol{u}_{t}; \boldsymbol{x}_{t}^{\mathrm{p}}\} \propto \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{y}_{t}^{\mathrm{s}}-\boldsymbol{u}_{t})^{2}}{2\sigma^{2}} - \frac{(\boldsymbol{y}_{t}^{\mathrm{p}}-\boldsymbol{x}_{t}^{\mathrm{p}})^{2}}{2\sigma^{2}}\right] = A \cdot \exp\left[\frac{\boldsymbol{u}_{t}\boldsymbol{y}_{t}^{\mathrm{s}} + \boldsymbol{x}_{t}^{\mathrm{p}}\boldsymbol{y}_{t}^{\mathrm{p}}}{\sigma^{2}}\right].$$
(11)

定义信道置信因子 $L_c = 4E_s/N_0 = 2/\sigma^2$,结合式(8) ~(11),同时忽略共同项可得:

$$\gamma_{\iota}(m',m) \propto \exp\left[\frac{1}{2}u_{\iota}L^{e}(u_{\iota}) + \frac{1}{2}u_{\iota}L_{e}y_{\iota}^{s}\right]$$

$$\exp\left[\frac{1}{2}x_{\iota}^{\mathrm{p}}L^{\mathrm{e}}(x_{\iota}^{\mathrm{p}}) + \frac{1}{2}x_{\iota}^{\mathrm{p}}L_{\mathrm{e}}y_{\iota}^{\mathrm{p}}\right] = \gamma_{\iota}^{\mathrm{s}}(m',m) \cdot \gamma_{\iota}^{\mathrm{p}}(m',m).$$
(12)

式中, $\gamma_{\iota}^{s}(m',m)$ 和 $\gamma_{\iota}^{p}(m',m)$ 中的第一项是系统 比特和校验比特先验信息的贡献, 第二项是信道 输入的贡献.并非所有的校验比特都有先验信息, 只有参与后编码的校验比特有先验信息.

令 $A_t(m) = \ln \alpha_t(m), B_t(m) = \ln \beta_t(m),$ $M_t(m',m) = \ln \gamma_t(m',m),$ 则可以得到 MAP 算法 的对数域形式. 为简化指数运算, Log – Map 算法 中引入 max * $(x,y) = \ln(e^x + e^y) = \max(x,y) + f_c(|x-y|),$ 其中 $f_c(x) = \ln(1 + e^{-x})$ 为修正项.令 $f_c(x) = 0, 则 \max * (x,y)$ 可以进一步简化为 max(x,y),从而;

$$M_{\iota}(m',m) = \frac{1}{2}u_{\iota}L^{e}(u_{\iota}) + \frac{1}{2}x_{\iota}^{p}L^{e}(x_{\iota}^{p}) + \frac{1}{2}u_{\iota}L_{c}y_{\iota}^{s} + \frac{1}{2}x_{\iota}^{p}L_{c}y_{\iota}^{p},$$

 $A_{t}(m) = \max_{m'=0,\cdots,M-1} [A_{t-1}(m') + M_{t}(m',m)],$ $B_{t}(m) = \max_{m'=0,\cdots,M-1} [B_{t+1}(m') + M_{t+1}(m,m')]. \quad (13)$

根据对数似然比定义,以及式(3)、(5),关于 系统比特的对数似然比计算如下:

$$L(u_{t}) = \ln \left(\frac{\Pr\{u_{t} = + 1 \mid Y_{1}^{T}\}}{\Pr\{u_{t} = -1 \mid Y_{1}^{T}\}} \right) = \max_{\substack{(m',m), u_{t} = +1 \\ max \\ (m',m), u_{t} = -1}} (A_{t-1}(m') + M_{t}(m',m) + B_{t}(m)) - \max_{\substack{(m',m), u_{t} = -1 \\ max \\ (m',m), u_{t} = -1}} (A_{t-1}(m') + M_{t}(m',m) + B_{t}(m)).$$
(14)

结合式(12)、(14), *L*(*u*_{*t*}) 还可以表示为如下形式,表征了对数似然比、系统信息、先验信息及外信息之间的关系.

$$L(u_{t}) = L_{c}y_{t}^{s} + L_{21}^{e}(u_{t}) + \\ \ln \left(\frac{\sum_{(m',m),u_{t}=+1}^{m',m',u_{t}=+1} \alpha_{t-1}(m') \cdot \gamma_{t}^{p}(m',m) \cdot \beta_{t}(m)}{\sum_{(m',m),u_{t}=-1}^{m',m',u_{t}=-1} \alpha_{t-1}(m') \cdot \gamma_{t}^{p}(m',m) \cdot \beta_{t}(m)} \right) = \\ L_{c}y_{t}^{s} + L_{21}^{e}(u_{t}) + L_{12}^{e}(u_{t}).$$
(15)

式中: $L_{21}^{e}(u_{t})$ 为子译码器 2 传给子译码器 1 的关于 u_{t} 的外信息, $L_{12}^{e}(u_{t})$ 为子译码器 1 传给子译码器 2 的关于 u_{t} 外信息. 同理, 对于校验比特的对数 似然比可以表示为

$$L(x_{t}^{p}) = \max_{(m',m),x_{t}^{p}=+1} (A_{t-1}(m') + M_{t}(m',m) + B_{t}(m)) - \max_{(m',m),x_{t}^{p}=-1} (A_{t-1}(m') + M_{t}(m',m) + B_{t}(m)) = L_{c}y_{t}^{p} + L_{rm}^{e}(x_{t}^{p}) + L_{rm}^{e}(x_{t}^{p}) .$$
(16)

式中: $L_{pm}^{e}(x_{i}^{p})$ 为预译码器传给主译码器的关于 x_{i}^{p} 的外信息, $L_{mp}^{e}(x_{i}^{p})$ 为主译码器传给预译码器的

关于 x^p_t的外信息.

当上述关于分支度量、前向路径度量、后向路 径度量和对数似然比的计算中采用 max * (x,y) 代替 max(x,y),即可获得 Log-Map 算法.

2)预译码器

因为后编码器是码率为1的编码器,即编码 后码字只有校验比特,没有系统比特,所以对应预 译码器的 Max-Log-Map 译码算法公式也与主译 码器略有不同.分支度量计算为

$$M_{\iota}(m',m) = \frac{1}{2} w_{\iota} L^{\rm e}_{\rm mp}(w_{\iota}) + \frac{1}{2} x^{\rm p}_{\iota} L_{\rm e} y^{\rm p}_{\iota}.$$
(17)

式中: w_i 为进行后编码的校验比特,即为后编码 器的输入; $L^e_{mp}(w_i)$ 为主译码器经过 π' 交织后传 给预译码器的先验信息. x^p_i 为后编码器产生的校 验位, y^p_i 为对应的信道信息.关于前向路径度量和 后向路径度量计算方法同主译码器.同理,后编码 器关于校验比特外信息的计算公式为

 $L_{pm}^{e}(w_{t}) = L(w_{t}) - L_{mp}^{e}(w_{t})$. (18) 由于后编码器没有输出系统信息,因此,上式 中没有与系统信息对应的 L_{e} 归一化的信道输入. 3.3 复杂度与时延分析

由 3.2 节推导可知, 与传统的 Turbo 码译码 器相比, 增加的复杂度主要来自预译码器和主译 码器中计算关于后编码输入校验比特的外信息. 表 1 给出了采用 Max-Log-Map 算法时, 3D-Turbo 码译码器对每比特译码额外增加的计算量统计. 其中 v 和 w 分别为主编码器和后编码器的移位寄 存器长度, 主译码器中分量编码器输出 n 路. 由 表 1 可以看出, 由于后编码器的存储深度 w 较小, 因此复杂度增加不大. λ 越大, 预译码器需要计算 的校验比特外信息的长度越大, 复杂度相应的增 加. 另外, 引入交织器 π' 的也会带来一定的复杂 度, 主要体现在交织图样的计算上.

表1 译码器计算量比较

计算项	加法(减法)	比较选择
传统 TC	$3 \times 2^{v+1} + 2^{n+2} + 1$	$2^{v+2} - 1$
3D-TC 主译码器	$3 \times 2^{v+1} + 2^{n+2} + 3$	$3 \times (2^{v+1} - 1)$
预译码器	$3 \times 2^{w+1} + 9$	$2^{w+2}-1$

3D-Turbo 码的译码时延增加主要体现在计算 校验比特的外信息上.在主译码器中,校验比特和 信息比特的外信息可以并行计算,所以不需要消耗 额外的时钟.在预译码器中,计算时延与参与后编 码的校验比特的长度有关.如果主译码器的分量译 码器译码时延为 T,则预译码器的时延可以表示为 $2\lambda T$,整个时延为 $2(1 + \lambda)T$.当 $\lambda = 1/4$ 时,相对传 统 Turbo 码时延增加 25%.基于并行快速 Turbo 码 译码算法的思路,若采用主译码器和预译码器并行 运算,此时,3D-Turbo 码的译码时延完全和传统 Turbo 译码器相同.而且可以预期这种并行算法对 性能影响可以忽略不计.将在后续工作中进一步研 究快速译码算法及其硬件实现方案.

4 仿真结果分析

本节评估 3D-Turbo 码在 AWGN 信道、BPSK 调制时的性能, R_{sN} 为比特信噪比.3GPP2 Turbo 码和 3D-Turbo 码的码长 K = 570,码率R = 1/3,主 编码器的生成多项式为(15,13)₈,内交织器 π 参 照 3GPP2 标准中的规则交织进行设计^[13]. 3D-Turbo码的交织器 π' 按 2.3 节所述方案设计, 其中,参数 $L_0 = 7$, $i_0 = 1$.

3GPP2 Turbo 码和 3D-Turbo 码的性能比较如 图 5 所示,译码算法选择为 Max-Log-Map 算法, 迭代次数设置为 10.其中 3D-Turbo 码的渗透率 $\lambda = 1/4$,后编码器的生成多项式为 $(5,4)_8$.



由图 5 中关于 BER 和 FER 的比较,在低信噪比的情况下,3GPP2 Turbo 码的性能要好于3D-Turbo 码. 但是随着信噪比的增加(约为2.7 dB 时),3GPP2 Turbo 码出现错误平台,而 3D-Turbo 码仍然处于瀑 布区,可以预计获得更低的错误平台.

图 6 显示了不同渗透率或者编码器结构对应 的 3D-Turbo 码 的 性 能. 译 码 算 法 选 择 为 Max-Log-Map算法,迭代次数设置为 10.对比图 6 中的曲线差异,可以看出,当渗透率 $\lambda = 1/4$ 时, 3D-Turbo 码在低信噪比下性能要略差于 $\lambda = 1/8$ 对应的误码性能,但是可以获得更低的错误平台. 这是因为较大的渗透率会得到更高的 MHD,会使 得错误平层更低^[7].后编码器的生成多项式为 (5,4)₈时,当第一次迭代时,产生的错误符号要 少于后编码为(7,4)₈产生的错误符号^[8],错误传





图 6 不同渗透率和后编码器结构对应的 3D-Turbo 码性能

图 7 显示了不同译码算法下的 3D-Turbo 码的性能对比.迭代次数设置为 10,渗透率 $\lambda = 1/4$, 后编码器的生成多项式为(5,4)₈.对比图 7 中性能曲线的差异,在相同仿真条件下,Max-Log-Map算法的译码性能比 Log-Map 算法的译码性能要差,大约有 0.3 dB 的性能损失,这与传统 Turbo 码对应的结论一致.



5 结 语

为了获得比传统 Turbo 码更低错误平台,本 文研究了一种改进的 Turbo 码—3D-Turbo 码. 3D-Turbo 码是在混合级联码的基础上发展的,综 合了并行和串行级联码的优点.介绍了 3D-Turbo 码的编码结构,并详细推导了译码算法,具体分析 了 3D-Turbo 码实现时的关键技术.仿真结果证明 了 3D-Turbo 码实现时的关键技术.仿真结果证明 了 3D-Turbo 码的性能及其可行性,相比于传统的 Turbo 码,3D-Turbo 码在高信噪比下,可以获得更 低的错误平台.但是,由于后编码器、预译码器以 及交织器 π'的引入,增加了一些复杂度和时延. 考虑到深空通信等应用场景,以少量的复杂度增 加和相对传播时延较小的译码时延,可以获得极 低的误码率,具有十分重要的工程应用价值.

参考文献

- BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes [C]//Proceedings of International Conference on Communications (ICC '93). Geneva: IEEE, 1993:1064-1070.
- [2] 王视环.LTE 中 Turbo 码内部交织器的研究[J].南京 邮电大学学报,2010,30(4):90-94.
- [3] DOUILLARD C, BERROU C. Turbo codes with rate-m/(m+ 1) constituent convolutional codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(10):1630–1638.
- [4] CROZIER S, GUINAND P. High-performance low-memory interleaver banks for turbo-codes [C]//Proceedings of 54th IEEE Vehicle Technology Conference (VTC'01). Atlantic City: IEEE, 2001:2394–2398.
- [5] 白宝明,马啸,刘丰,等.三维 Turbo 码的设计与性能分析 [J].西安电子科技大学学报,1998,25(5):570-574.
- [6] 赵曾珠,张兴周,贾红轶.三维 Turbo 码性能的研究 [J].应用科技,2006,33(5):12-13.
- [7] BERROU C, GRAELL I AMAT A, OUID CHEIKH MOUHAMEDOU Y, et al. Adding a rate - 1 third dimension to turbo codes [C]//Proceedings of IEEE Information Theory Workshop. Tahoe City: IEEE, 2007:156-161.
- [8] BERROU C, GRAELL I AMAT A, OUID CHEIKH MOUHAMEDOU Y, et al. Improving the distance properties of turbo codes using a third component code: 3D turbo codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(9):2505-2509.
- [9] ROSNES E, GRAELL I AMAT A. Performance analysis of 3 - D turbo codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(6):3707-3720.
- [10] KBAIER BEN ISMAIL D, DOUILLARD C, KEROUEDAN S. Analysis of 3-dimensional turbo codes [J]. Annual Telecommunications, 2011, 65(7):257-268.
- [11] KBAIER BEN ISMAIL D, DOUILLARD C, KEROUEDAN S. A survey of three-dimensional turbo codes and recent performance enhancements [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2013, 2013 (115):1-13.
- [12] BAHL L, COCKE J, JELINEK F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate [J].
 IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20 (2):284-287.
- [13] 3GPP2, C.S0002-F. Physical layer standard for cdma2000 spread spectrum systems [S]. Seattle: Third Generation Partnership Project 2 (3GPP2), 2012:184–192.

(编辑 苗秀芝)