

# Lee 相变传质方程中传质系数取值的分析

邱国栋<sup>1</sup>, 蔡伟华<sup>2</sup>, 吴志勇<sup>1</sup>, 姜益强<sup>1</sup>, 姚 杨<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 市政环境工程学院, 150090 哈尔滨; 2. 哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 150001 哈尔滨)

**摘要:** 针对 Lee 相变传质方程中传质系数主要依靠经验取值的问题, 本文尝试提出一种确定传质系数的方法, 给出了评价传质系数合理性的 2 个指标——潜热份额(潜热换热量占总换热量的份额)和饱和温差(流体温度与饱和温度的差值), 建立了稳态分析模型, 通过理论推导, 得出了潜热份额和饱和温差的理论表达式, 据此分析了传质系数对模拟结果的影响, 已有特定条件下的理论解验证了本文分析结果的正确性. 分析结果表明传质系数越大, 计算精度越高. 基于分析结果解释了不同文献对该系数取值差异很大的原因, 并给出了传质系数的通用取值方法, 最后推荐了常见工况模拟中传质系数的合理取值范围.

**关键词:** 相变; 传质; 冷凝; 沸腾; 数值模拟

**中图分类号:** TB61+1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0367-6234(2014)12-0015-05

## Analysis on the value of coefficient of mass transfer with phase change in Lee's equation

QIU Guodong<sup>1</sup>, CAI Weihua<sup>2</sup>, WU Zhiyong<sup>1</sup>, JIANG Yiqiang<sup>1</sup>, YAO Yang<sup>1</sup>

(1. School of Municipal & Environmental Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China;

2. School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

**Abstract:** To solve the problem that the mass transfer coefficient in Lee's equation need to be obtained depending on the experience, a method was proposed, and two indexes evaluating the rationality of the mass transfer coefficient-latent heat share (the share of latent heat flux in total heat flux) and saturation temperature difference (difference between fluid temperature and saturation temperature) were presented. A steady state model was established to analyze this problem and the expression of latent heat share and saturation temperature difference were obtained by the theoretical guidance. By the expression, the effect of mass transfer coefficient on the simulation was analyzed. The analysis result was validated by the existing theoretical result in particular cases. The results show that the calculation accuracy increases with the increase of the coefficient. Based on these results, the reason for large difference of the coefficient value in different literatures was explained, the method of how to get the coefficient value was presented, and the value range of easy-to-use was suggested.

**Keywords:** phase change; mass transfer; condensation; boiling; numerical simulation

在采用计算流体动力学(CFD)方法模拟冷凝或沸腾过程时, 相变模型的准确性对整个冷凝或

沸腾的模拟结果至关重要, 这关系到能否准确地模拟出温度场、干度变化、气液相分布及整个换热过程的合理性. 在现有相变模型中, Lee<sup>[1]</sup>所提出的相变传质方程是在 Hertz Knudsen 方程<sup>[2-3]</sup>的基础上推导而来, 具有形式简单、易于计算、可靠性高等优点, 因此得到了广泛应用<sup>[4-10]</sup>. 但是 Lee 相变传质方程中存在一个难以确定的系数, 该系数通常是根据研究者的经验来取值, 缺乏理论依

收稿日期: 2014-04-08.

基金项目: 教育部博士点基金项目(博导类)(20102302110045).

作者简介: 邱国栋(1985—), 男, 博士研究生;

姜益强(1973—), 男, 教授, 博士生导师;

姚 杨(1963—), 女, 教授, 博士生导师.

通信作者: 姜益强, jyq7245@sina.com.

据,最终导致该系数在不同文献中的取值差异非常大<sup>[5, 6, 9-12]</sup>.由于传质系数对模拟结果的准确性具有重要影响,因此本文针对传质系数的取值方法进行分析.

## 1 传质系数问题

关于单位体积冷凝或沸腾传质速率的计算, Lee<sup>[1]</sup>给出了结构简单、应用广泛的相变传质方程,即 Lee 方程,其形式为

$$\begin{cases} S = -r \cdot \alpha_l \rho_l \frac{T - T_s}{T_s}, & T \geq T_s; \\ S = r \cdot \alpha_g \rho_g \frac{T_s - T}{T_s}, & T < T_s. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $S$  为液相连续性方程中的质量源项,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ;  $r$  为相变传质系数,  $1/\text{s}$ ;  $\alpha_l$ 、 $\alpha_g$  分别是液相和气相的体积分数;  $\rho_l$ 、 $\rho_g$  分别是液相和气相的密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $T$ 、 $T_s$  分别是流体温度和饱和温度,  $\text{K}$ .

Lee 方程涉及界面浓度(即单位体积内的相界面面积)的计算,由于气液两相流存在复杂的流型,要计算出所有流型下的界面浓度十分困难,目前只能计算出某些特定流型下的界面浓度. ANSYS14.0 FLUENT 理论手册<sup>[13]</sup>给出了细泡状流下的界面浓度计算公式其过程如下:

$$\frac{A_i}{V_{\text{cell}}} = \frac{6\alpha_g}{d}. \quad (2)$$

式中,  $A_i$  为界面面积,  $\text{m}^2$ ;  $V_{\text{cell}}$  为单元格体积,  $\text{m}^3$ ;  $d$  为气泡(或液滴)直径,  $\text{m}$ .

由此得到泡状流沸腾过程  $r$  的表达式为

$$r = \frac{6}{d} \beta \sqrt{\frac{M}{2\pi RT_s}} h_{fg} \left( \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_g} \right), \quad (3)$$

同理可得雾状流冷凝过程  $r$  表达式为

$$r = \frac{6}{d} \beta \sqrt{\frac{M}{2\pi RT_s}} h_{fg} \left( \frac{\rho_g}{\rho_l - \rho_g} \right). \quad (4)$$

式中:  $\beta$  为调节系数;  $M$  为摩尔质量,  $\text{kg}/\text{mol}$ ;  $R$  为通用气体常数,  $8\,314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ;  $h_{fg}$  为气化潜热,  $\text{J}/\text{kg}$ ;  $T_s$  为流体饱和温度,  $\text{K}$ .

尽管式(3)、(4)是在泡状流沸腾和雾状流冷凝的情况下推导出的相变传质系数表达式,但表达式中的粒径  $d$  和调节系数  $\beta$  仍难以确定.而在其他流型下因界面浓度难以计算,使得其传质系数  $r$  更加难以用理论分析来确定.因此 Lee 相变传质方程在使用时,相变传质系数一般取为经验常数.目前不同文献对该相变传质系数的取值差异非常大<sup>[5, 6, 9-12]</sup>,为  $0.1 \sim 10^7 \text{ s}^{-1}$ .且这些文献只给出了

经验值,并未对其合理性进行深入分析.

## 2 传质系数对结果的影响

从理论上导出传质系数较为困难,本文不考虑哪些因素会影响传质系数,而是分析传质系数的不同取值会对相变换热的模拟结果产生什么影响,最终通过分析其影响规律来反推传质系数的合理取值.

该方法需要一个能够评价传质系数合理性的指标,从能量方程(5)出发来分析.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla \cdot (u \rho h) = \nabla \cdot (\lambda_{\text{eff}} \nabla T) + h_{fg} \cdot S. \quad (5)$$

式中:  $\rho$  为流体的密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $h$  为流体比焓,  $\text{J}/\text{kg}$ ;  $u$  为流体速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\lambda_{\text{eff}}$  为考虑湍流的流体有效导热系数,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .等号右边第一项为显热换热量,第二项为潜热换热量,由于  $S$  与  $r$  成正比,所以  $r$  的大小决定了潜热换热量占总换热量的比重.定义潜热换热量占总换热量的比重为潜热份额  $R_L$ .常见的单质冷凝(或沸腾)换热一般认为是定压相变换热,在两相区流体的温度变化很小,换热以相变换热为主,潜热份额  $R_L$  应接近 1.故潜热份额  $R_L$  可作为评价  $r$  取值是否合理的指标之一.

很显然潜热份额  $R_L$  随  $r$  的增加而增加,  $r$  越大,  $R_L$  越接近 1,换热过程越接近纯相变换热.理论上当  $r \rightarrow +\infty$  时  $R_L \rightarrow 1$ ,即当  $r \rightarrow +\infty$  时换热过程才能保证是纯相变换热.这表明实际冷凝(或沸腾)模拟中,  $r$  尽可能地取较大的值,从而可保证模拟得到的温度场和干度变化接近理论值,此时模拟得到的相界面温度等于饱和温度(即界面边界条件<sup>[4, 6]</sup>).如果  $r$  取值过小,  $R_L$  接近 0,将会导致换热过程接近单相换热,对于换热量较大的模拟工况,它使得冷凝过程的气相温度远低于沸点温度,或沸腾过程的液相温度远高于沸点温度,这样的过程不仅不合理,而且因相变量太小导致流体干度与实际差异较大,模拟得到的流型和换热特性也与实际差异较大.这表明两相态流体温度与饱和温度的差值  $\Delta T$ (饱和温差)也可作为评价  $r$  取值是否合理的指标之一.

上述分析表明,  $r$  取较大的值可以保证任何情况下的模拟结果与实际接近,具有通用性.但是,  $r$  太大会带来能量方程计算易发散的问题,  $r$  取多大会带来能量方程易发散的问题与模拟问题的复杂性、网格质量和算法中松弛因子取值有关,例如文献<sup>[6]</sup>模拟一根水平直管内冷凝过程,结构简单,网格质量好,不发散的  $r$  最大可取到 750 000;

文献[12]模拟一根蛇形管内沸腾过程, 结构复杂, 网格质量稍低, 不发散的  $r$  仅为 100, 因此  $r$  并非越大越好. 由于精度和收敛性的矛盾, 要求  $r$  应该在保证精度的前提下尽量取较小的值. 为此需要定量分析潜热份额  $R_L$  与传质系数  $r$  的数学关系. 为了便于理论分析, 建立稳态分析模型, 取一个圆柱形微元体, 如图 1 所示, 直径为  $D$ , 长度为  $L$ , 进口温度为  $T_{in} = T_s$ , 干度为  $x_{in}$ , 出口温度为  $T_{out}$ , 干度为  $x_{out}$ , 质量流率为  $G$ .

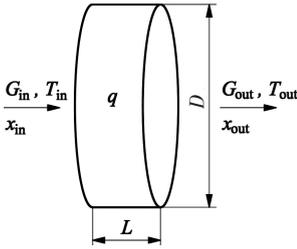


图 1 微元段几何模型

由于本模型不关心每个面的换热情况, 只关心换热总量, 故不妨假设换热只在圆周面上进行, 面热流密度为  $q$ , 对于冷凝过程, 显热换热量为

$$Q_{sen} = c_{p,m} G \frac{\pi D^2}{4} (T_s - T_{out}). \quad (6)$$

式中  $c_{p,m}$  为气液平均比热;  $L$  很小, 微元体内平均干度近似等于入口干度, 因此气、液相平均比热可按下式计算:

$$c_{p,m} = x_{in} c_{p,g} + (1 - x_{in}) c_{p,l}. \quad (7)$$

为表述方便, 计  $\Delta T = T_s - T_{out}$ , 则

$$Q_{sen} = c_{p,m} G \frac{\pi d^2}{4} \Delta T. \quad (8)$$

潜热换热量为

$$\begin{aligned} Q_{lat} &= r \cdot \rho_g \alpha_g \frac{T_s - T_{out}}{T_s} \frac{\pi D^2 L}{4} = \\ &= r \cdot \rho_g \alpha_g h_{fg} \frac{T_s - (T_s + T_{out})/2}{T_s} \frac{\pi D^2 L}{4} = \\ &= r \cdot \rho_g \alpha_g h_{fg} \frac{\Delta T}{2T_s} \frac{\pi D^2 L}{4}. \end{aligned} \quad (9)$$

总换热量为

$$Q_{tot} = Q_{sen} + Q_{lat} = q \pi D L. \quad (10)$$

联立式(9)和(10)可得潜热份额  $R_L$  为

$$R_L = \frac{Q_{lat}}{Q_{sen} + Q_{lat}} = r \cdot \rho_g \alpha_g h_{fg} \frac{\Delta T D}{T_s 8q}. \quad (11)$$

联立式(8)、(9)和(10)可得饱和温差  $\Delta T$  为

$$\Delta T = \frac{8qLT_s}{2T_s c_{p,m} G D + h_{fg} \cdot \rho_g \alpha_g r D L}. \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)可得

$$R_L = \frac{r \cdot \rho_g \alpha_g h_{fg} L}{2c_{p,m} G T_s + r \cdot \rho_g \alpha_g h_{fg} L}. \quad (13)$$

式(13)中空隙率  $\alpha_g$  按 Chisholm 法<sup>[14]</sup> 计算为

$$\alpha_g = \frac{1}{1 + S_l \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{1-x}{x}}. \quad (14)$$

式中

$$S_l = (1 + (\rho_l/\rho_g - 1)x)^{0.5}. \quad (15)$$

由式(13)可看出,  $R_L$  随  $r$  的增加而增加, 当  $r$  大到一定值时, 再增加  $r$  对  $R_L$  的影响很小. 由式(12)可看出,  $\Delta T$  随  $r$  的增加而减小, 当  $r$  大到一定值时, 再增加  $r$  对  $\Delta T$  的影响很小. 这说明当  $r$  满足精度要求时, 再增加  $r$  的意义不大.

### 3 传质系数取值方法

依据  $r$  取值合理性的两个评价指标, 可得合理的  $r$  应同时满足如下要求:

- 1) 模拟的换热过程以相变换热为主, 即  $R_L$  值接近 1;
- 2) 两相态的流体温度与饱和温度接近, 即饱和温差  $\Delta T$  接近 0.

这两个指标具有相关性, 当  $r$  足够大时能够同时满足, 但是在某些情况下并不会同时满足, 例如当长度  $L$  或热流密度  $q$  较小时, 由式(12)可以看出, 即使  $r$  较小也可能使  $\Delta T$  接近 0. 不同的研究任务对上述两个指标的要求不同, 应根据研究目的的需要, 对这两个指标设定合理的精度. 从式(12) ~ (15) 可以看出, 影响  $R_L$  和  $\Delta T$  的参数有  $r, \rho_g, \rho_l, x, h_{fg}, L, c_{p,m}, G, q, D$  和  $T_s$ ; 对于某一个特定的工况, 除了  $r$  外其他参数均为已知. 按上述合理的  $r$  的取值要求, 既保证  $R_L$  值接近 1 (如  $0.95 < R_L < 1$ ), 同时保证  $\Delta T$  接近 0 (如  $\Delta T < 0.1 \text{ K}$ ), 依据式(12) ~ (15) 可以得到一个合理的  $r$  值.

由上述分析可以看出, 合理的  $r$  并非一个定值, 而是一个范围, 这可能是不同文献对  $r$  取值不同的原因. 本文选取常见介质: 水, 绘制出不同干度  $x$ , 不同长度  $L$ , 不同直径  $D$ , 不同热流密度  $q$ , 不同对比压力  $P_r$ , 不同流量  $G$  时潜热份额  $R_L$  和饱和温差  $\Delta T$  随  $r$  变化的曲线, 如图 2 ~ 图 7 所示. 图中当某些参数变化时, 其他未标出的参数均为默认值, 默认值如下: 干度  $x = 0.5$ , 长度  $L = 1 \text{ m}$ , 直径  $D = 0.014 \text{ m}$ , 热流密度  $q = 10 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ , 对比压力  $P_r = 0.2$ , 流量  $G = 600 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ .

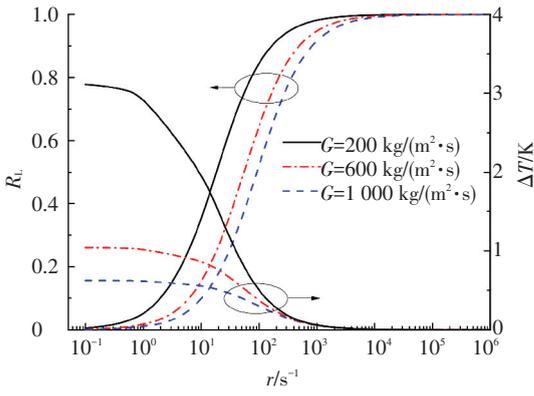


图 2 不同流量  $G$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

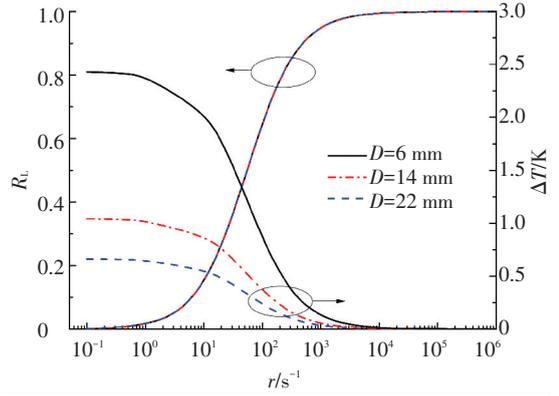


图 6 不同管径  $D$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

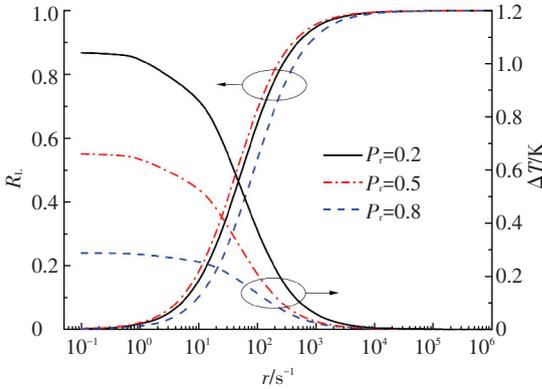


图 3 不同对比压力  $P_r$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

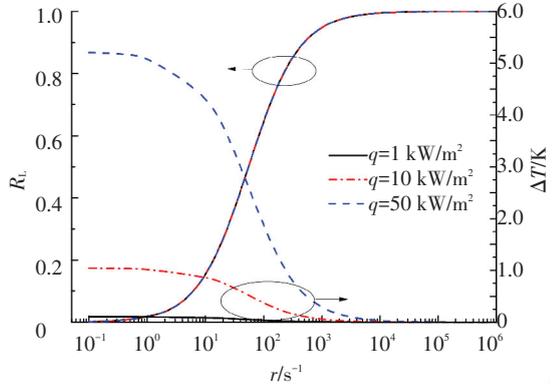


图 7 不同热流密度  $q$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

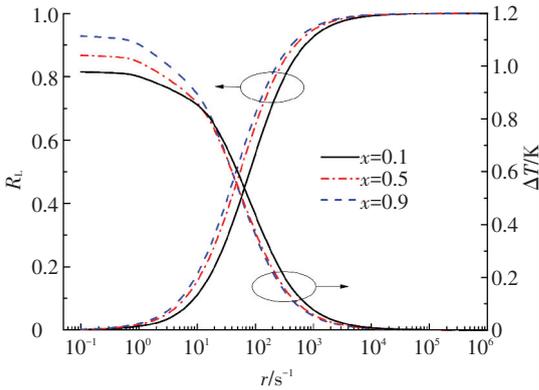


图 4 不同干度  $x$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

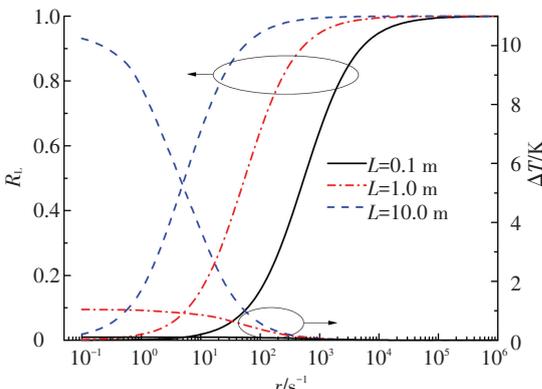


图 5 不同长度  $L$  下  $R_L$  和  $\Delta T$  随  $r$  的变化曲线

由图 2~7 可看出,不同工况下水的潜热份额  $R_L$  和饱和温差  $\Delta T$  随  $r$  的变化趋势基本一致,均表现为  $R_L$  随  $r$  的增加而增加,  $\Delta T$  随  $r$  的增加而减小. 干度  $x$ , 长度  $L$ , 对比压力  $P_r$ , 流量  $G$ , 直径  $D$ , 热流密度  $q$  对  $R_L$  影响较小或无影响. 当  $r$  取值较小时, 这些参数对  $\Delta T$  的影响较大, 在常见的取值范围中, 相对来说长度  $L$  对  $\Delta T$  的影响更大一些; 但是当  $r$  较大时, 这些因素对  $\Delta T$  的影响均变的较小. 各因素敏感性分析表明当  $r$  大到一定值以后, 潜热份额  $R_L$  和饱和温差  $\Delta T$  几乎不受其他参数影响, 基本为一个常数. 这意味着对于常见工况, 存在一个较通用的  $r$  取值范围. 由图 2~7 可看出, 从精度角度看, 常见工况的  $r$  推荐值在  $10^4$  以上较为合适, 该推荐的范围之所以能通用主要是因为在该范围内, 其他参数的影响均可忽略. 由于计算收敛性受多种因素影响 (如模型复杂性, 网格质量, 计算松弛因子取值等), 且部分因素与研究者的主观经验有关, 故从精度角度得到的  $r$  取值其收敛性难以预判. 实际应用时, 可以先从精度分析推荐的范围中取一个  $r$  值试算, 如果能量方程不收敛, 则降低  $r$  取值, 如果  $r$  取值明显小于  $10^4$ , 则需用  $r$  两个评价指标来评价其合理性.

从泡状流沸腾的传质系数理论式 (3) 可以估算出常见工况  $r$  的量级大于  $10^6$  (估算数据如下:

气泡(或液滴)直径  $d$  取  $10^{-4}$  m,  $\beta$  取 1, 摩尔质量  $M$  取 0.018 kg/mol, 通用气体常数  $R$  取 8 314 J/(mol · K), 潜热  $h_{fg}$  取  $5 \times 10^5$  J/kg,  $T_s$  取 300 K, 得  $r = 1.02 \times 10^6$ , 从本文的分析可以看出该量级使得潜热份额  $R_L$  十分接近 1, 且饱和温差  $\Delta T$  十分接近 0, 可认为是理想的等温相变过程, 与理论公式(3)的前提假设是一致的. 这也验证了本文分析的合理性. 由此还可以看出, 虽然理论分析得到的  $r$  使得相变过程与理想情况一致, 但是由此得到的  $r$  并不一定便于在 CFD 中使用. 这是因为由此得到的  $r$  太大, 使得能量方程容易发散. 这表明花太多精力去研究传质系数理论解意义不大.

## 4 结 论

针对在冷凝或沸腾过程模拟研究中广泛使用的相变传质 Lee 方程, 建立了稳态分析模型, 分析了该方程中的传质系数对模拟结果的影响, 解决了现有文献针对该传质系数的取值多依靠经验而缺乏理论依据的问题, 获得以下结论:

1) 传质系数  $r$  会影响潜热份额  $R_L$  以及饱和温差  $\Delta T$ , 进而影响温度场、干度变化和气泡相分布等模拟结果.

2) 传质系数  $r$  增加, 潜热份额  $R_L$  随之增加, 饱和温差  $\Delta T$  随之减小, 当  $r$  大到一定值以后, 再增加  $r$  对  $R_L$  和  $\Delta T$  的影响很小.

3) 传质系数  $r$  取较大的值可以使相变换热接近理论值, 从精度角度看, 常见工况的  $r$  的合理取值范围推荐为  $10^4$  以上.

## 参考文献

[1] LEE W H. A pressure iteration scheme for two-phase flow modeling[J]. Multiphase Transport Fundamentals. Reactor Safety, Applications, 1980, 1:407-431.

[2] DOBSON M K, CHATO J C. Condensation in smooth horizontal tubes [J]. Journal of Heat Transfer-Transactions of ASME, 1998, 120: 193-213.

[3] KNUDSEN M. The kinetic theory of gases. Some modern aspects[M]. London: Methuen and Company, 1934.

[4] DA RIVA E, DEL COL D. Numerical simulation of condensation in a minichannel [C]//Proceedings of the ASME Micro/Nanoscale Heat and Mass Transfer

International Conference. Shanghai: American Society of Mechanical Engineers, 2010: 139-145.

- [5] BORTOLIN S, DA RIVA E, DEL COL D. Condensation in a square minichannel: application of the vof method [J]. Heat Transfer Engineering, 2014, 35(2): 193-203.
- [6] DA RIVA E, DEL COL D. Numerical simulation of laminar liquid film condensation in a horizontal circular minichannel [J]. Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME, 2012, 134(5): 1-8.
- [7] DA RIVA E, DEL COL D. Effect of gravity during condensation of r134a in a circular minichannel [J]. Microgravity Science and Technology, 2011, 23(1): 87-97.
- [8] DA RIVA E, DEL COL D, CAVALLINI A. Modelling of condensation in a circular minichannel by means of the vof method [C]//Proceedings of the Asme International Heat Transfer Conference - 2010. Washington, DC: American Society of Mechanical Engineers, 2010: 205-213.
- [9] DA RIVA E, DEL COL D, GARIMELLA S V, et al. The importance of turbulence during condensation in a horizontal circular minichannel [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2012, 55(13/14): 3470-3481.
- [10] DE SCHEPPER S C K, HEYNDERICKX G J, MARIN G B. Modeling the evaporation of a hydrocarbon feedstock in the convection section of a steam cracker [J]. Computers and Chemical Engineering, 2009, 33: 122-132.
- [11] WU H L, PENG X F, YE P, et al. Simulation of refrigerant flow boiling in serpentine tubes [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50: 1186-1195.
- [12] YANG Z, PENG X F, YE P. Numerical and experimental investigation of two phase flow during boiling in a coiled tube [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2008, 51: 1003-1016.
- [13] ANSYS Inc. ANSYS14.0 FLUENT theory guid [Z]. Canonsburg: ANSYS Inc. 2011.
- [14] CHISHOLM D. Research note: void fraction during two-phase flow [J]. Journal Mechanical Engineering Science, 1973, 15(3): 1959-1982.

(编辑 赵丽莹)