doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2015.03.008

量测最小分辨率特性下自主相对导航设计方法

周朝霞1,任家栋2,3,曾庆双2,黄云鹰1

(1.厦门大学 嘉庚学院, 363105 福建 厦门; 2.哈尔滨工业大学 航天学院, 150001 哈尔滨; 3.上海航天控制技术研究所, 200233 上海)

摘 要:为抑制量测最小分辨率特性对导航滤波产生的振荡特性,建立了准确的量测模型,提出导航系统自适应变步长设计方案,并理论上分析对比了该方案与工程上常用的低带宽设计方案的滤波性能.分析表明,随着滤波带宽的降低,系统的常偏及白噪声误差反比例增大,收敛时间变长;该较低带宽设计大幅降低标称系统性能损失.仿真表明,该设计相对速度滤波精度为 2E - 3 m/s(3σ),使较低带宽设计提高一个数量级,满足高精度卫星编队飞行的任务需求. 关键词:卫星编队;滤波;相对导航;振荡特性;低带宽;自适应

中图分类号: V448.21 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2015)03-0049-05

Autonomous relative navigation constrained by minimum measure resolution

ZHOU Zhaoxia¹, REN Jiadong^{2, 3}, ZENG Qingshuang², HUANG Yunying¹

(1. Tan Kah Kee College, Xiamen University, 363105 Xiamen, Fujian, China; 2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China; 3. Shanghai Aerospace Control Engineering Institute, 200233 Shanghai, China)

Abstract: In order to suppress the oscillation characteristics of relative navigation system caused by minimum measure resolution, an accurate microwave measure model is developed, and an adaptive step-size filtering algorithm is presented in the paper; Performance analysis and comparison between the adaptive step-size filtering algorithm and the low-bandwidth design algorithm widely used in the project is made. The theoretical comparison result indicates that the bias and random error increases inversely with the decreasing of filtering bandwidth, and convergence process becomes longer, but the adaptive step-size filtering algorithm largely reduces the performance loss. Simulation result shows that the relative velocity estimation error is $2E - 3 \text{ m/s}(3\sigma)$, which is reduced by one order of magnitude compared with the relative velocity estimation error of low bandwidth method, and can satisfy the mission requirements for high precision satellite formation. **Keywords**: satellite formation flying; filter; relative navigation; oscillation; low bandwidth; adaptive

卫星编队已不是一个新的概念^[1].自主相对 导航是卫星伴飞、空间交会对接、在轨卫星捕获与 维修以及深空探测等任务的关键技术之一^[2-3].目 前国内外关于自主相对导航的研究成果较多,用 于自主相对导航的测量设备主要包括类 GPS 敏 感器、光学相机、微波雷达等,测量设备提供视线 距或相对视线角度形式的输出.相对导航方案大 多采用两星运动方程(CW 方程)作为系统方程和 EKF 构成相对导航系统.

类 GPS 敏感器自主相对导航方法需要两星 均配置多幅特征天线^[4],差分 GPS 能够实现厘米 级的导航精度^[5],可用于近距离交会对接段.光学 相机的视线角度测量精度高,仅角度量测的相对 导航研究较多^[6-8],该方法可观性弱,收敛性较 差,可用于远距离交会段.文献[9]中所提到的应 用研究较多的自主相对导航方案采用视线距+两 个视线角度形式的微波雷达等测量体制.微波雷 达是作为全天候工作的设备,是空间交会任务中 普遍使用的相对测量敏感器,角度跟踪多采用步 进电机.研究表明雷达的测量误差并不满足高斯 分布^[10],测角误差特性复杂.通常微波雷达相对

收稿日期: 2014-02-09.

作者简介:周朝霞(1978—),女,硕士,讲师; 曾庆双(1963—),男,教授,博士生导师.

通信作者:周朝霞, zhouzhaoxia@ xujc.com.

角度测量直接采用步进电机指向,星间测距采用 脉冲延迟计时,量测数据存在明显的最小分辨率 特性,致使导航滤波呈现出周期的振荡误差,针对 此类特性的相对导航设计方法国内外少有研究. 导航滤波的振荡特性表明系统引入了有色噪声, 本文分析上述现象产生的原因,提出相对导航的 改进设计方案,抑制有色噪声干扰,以进一步提高 导航滤波精度.

1 相对导航系统的数学模型

相对运动坐标系定义为参考星轨道系,0为 参考星质心,Ox,Oy,Oz分别沿参考星轨道迹向、 轨道角动量反方向、径向.[x y z]^T表示参考坐 标系下卫星的相对位置坐标,CW方程表示为(ω 为参考星平均轨道角速度)

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega \dot{z} \\ 0 \\ -2\omega \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega^2 y \\ -3\omega^2 z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}.$$

其中 $[f_x f_y f_z]^{T}$ 由方程推导过程中的近似处理 以及各种摄动加速度引起,其难以用解析的数学 模型描述,但可采用白噪声近似.取 $f_x \sim N(0, \sigma_{wx}^2), f_y \sim N(0, \sigma_{wy}^2), f_z \sim N(0, \sigma_{wz}^2),$ 设各轴加速 度噪声相同,

 $\sigma_{wx} = \sigma_{wy} = \sigma_{wz} = \sigma_{w}.$ 取系统状态 $\begin{bmatrix} x & y & z & \dot{x} & \dot{y} & z \end{bmatrix}^{T},$ 并离散化 得系统的状态方程

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{w}_k. \tag{1}$$

其中: A 表示系统的状态转移阵; w_k 表示等效噪 声, 满足 $Q_k = C(w_k, w_k^T)$.

雷达量测方程为

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \psi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \arctan \frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ \arctan \frac{-z}{x} \end{bmatrix} + v . \quad (2)$$

其中: ρ 为两星的视线距; ψ 为雷达测量航向角; θ 为雷达测量俯仰角;v 为雷达量测噪声,满足 $R = E[v, v^{T}]$.

式(1)、(2)构成了基于间接测量的相对导航 系统^[9].

2 最小分辨率特性下导航特性及分析

通常雷达测距精度 15 m (3σ),测角精度 0.15°(3σ),将真实雷达测量数据接入相对导航 系统得相对导航精度为如图 1、2,相对速度精度 为 0.03 m/s (3σ).



事实上,如果雷达测量误差满足白噪声分布, 滤波精度(相对速度估计精度优于 0.01 m/s)远 高于图 1 和图 2 的仿真数值,导航滤波的振荡特 性造成了滤波性能的严重衰减.

3 雷达测量模型

雷达采用脉冲发送接收时间差量测相对距离 (存在由采样周期决定的最小分辨率特性),采用 步进电机进行角度跟踪(存在最小步距角决定的最 小分辨率特性).定义:雷达的测距分辨率为 ρ_{min} ; 雷达的测角分辨率为 θ_{min} .雷达测距分辨率 ρ_{min} 为 15 m,忽略其平滑过程,其距离测量模型为

$$\rho = 15 \cdot ceil\left(\frac{\rho_{\text{True}} + e_{\rho}}{15}\right).$$

其中:函数 ceil()意指向上取整; $e_{\rho} \sim N(0, \sigma_{\rho}^{2})$, σ_{ρ}^{2} 与雷达热噪声、目标闪烁等相关,数据分析得 $\sigma_{\rho} \ll 15$; ρ_{True} 指距离真实值; ρ 表示雷达距离测 量输出值.

角度测量模型为

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{cases} floor \left(\frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{\boldsymbol{\theta}_{\text{step}} / N} \right) \cdot \boldsymbol{\theta}_{\text{step}} / N, \ \boldsymbol{\theta} > 0; \\ ceil \left(\frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{\boldsymbol{\theta}_{\text{step}} / N} \right) \cdot \boldsymbol{\theta}_{\text{step}} / N, \ \boldsymbol{\theta} < 0. \end{cases}$$

其中:函数floor()意指向下取整,函数ceil()意指

向上取整; N 表示谐波齿轮传动比; θ_{step} 表示步进电 机步长; $\hat{\theta}$ 表示不考虑雷达步进电机驱动机构步距角 下的测量值.通常取 $\theta_{min} = \theta_{step}/N = 0.05^{\circ}$.

针对卫星伴飞椭圆的相对角度的最大值 θ_{max} ,结合相对运动特性得表 1.

分析可见, 雷达量测噪声特性包括常偏和振 荡部分, 与理想的 0.15°(3σ)的白噪声分布特性 差异较大.振荡频率与雷达的分辨率及伴飞构型 相关.同时, 微波雷达的有效数据更新率较低, 但 在更新时刻精度较高.

表1 雷达测量噪声特性分析	
---------------	--

轨道高度/	伴飞椭圆相对角度		噪声特性 ($\theta_{\min} = 0.05^\circ$)	
km	幅值 θ_{\max} /(°)	常偏/(°)	幅值/(°)	频率/Hz
600 (0.4	$\frac{\theta_{\min}}{2}(0.025)$	$\frac{\theta_{\min}}{2}(0.025)$	$\frac{4\theta_{\max}}{T\theta_{\min}}(5.5\text{E}-3)$
$T = 5\ 800\ s$	0. 1	$\frac{\theta_{\min}}{2}(0.025)$	$\frac{\theta_{\min}}{2}(0.025)$	$\frac{4\theta_{\max}}{T\theta_{\min}}(1.4E-3)$

4 低带宽相对导航设计

分析可知,雷达测量误差包括常偏和周期振 荡两部分.周期振荡产生的原因在于振荡频率在 滤波器的带宽范围内.隔离雷达量测的振荡周期 是低带宽设计工程中常用的手段.

4.1 相对导航带宽分析及设计

卡尔曼滤波器一步预测状态 $\hat{x}_{k/k-1}$ 为 $\hat{x}_{k+1/k} = A\hat{x}_{k/k-1} + AkH(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) + Akv_k,$ $x_{k+1} = Ax_k + \omega_k.$

则

 $\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} &- \boldsymbol{\hat{x}}_{k+1/k} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H})(\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{\hat{x}}_{k/k-1}) + \boldsymbol{\omega}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_k.\\ \text{对上式取期望得:} \end{aligned}$

 $E[x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k}] = (A - AkH)E[x_k - \hat{x}_{k/k-1}].$ 在稳态情况下,上式形式与离散系统状态观 测器一致,在理论上说明了卡尔曼滤波器与状态 观测器间的内在联系. (A - AkH)的特性即反映 了滤波器稳态情况下的带宽特性. 调整增益 k 可 改变滤波系统带宽,对于卡尔曼滤波系统,同比例 增大 R 阵的效果与同比例减小 Q 阵等效.本文采 用增大 R 阵实现滤波系统低带宽设计.

4.2 带宽对滤波性能影响分析

对于线性定常系统,系统模型有常值偏差,系 统模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \Delta \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\omega}_k, \\ \boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{k+1} + \boldsymbol{v}_{k+1}. \end{cases}$$
(3)

其中 Δc 是 CW 方程递推常值偏差. 则

$$\boldsymbol{x}_{k+1} - \boldsymbol{\hat{x}}_{k+1/k} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \Delta \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\omega}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{\hat{x}}_{k/k-1} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{\hat{x}}_{k/k-1}) - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_k = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H})(\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{\hat{x}}_{k/k-1}) - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_k - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k$$

 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}) + \Delta \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\omega}_{k} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}_{k}.$

对上式两边取期望,

$$\boldsymbol{\Delta}_{k+1} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H})^{l}\boldsymbol{\Delta}_{k} + (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H})^{l-1}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{c} + \underbrace{(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{H})^{l-1}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{c}}_{l-1}$$

其中 || (*A* − *AkH*) || < 1,上式矩阵幂级数的和 收敛,一段时间后将收敛到极限值.

$$\lim_{l \to \infty} \Delta_{k+1} = (A - AkH)^{l} \Delta_{k} + (A - AkH)^{l-1} \Delta c + \underbrace{(A - AkH)^{l-1} \Delta c}_{i=2,3,\cdots,l} = (E - A + AkH)^{-1} \Delta c.$$

当 $\Delta c \neq 0$ 时,对滤波算法的真实一步预测方 差进行分析得:

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}_{k+1/k}^{\mathrm{R}} = E\left[\left(\boldsymbol{x}_{k+1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1/k}\right)\left(\boldsymbol{x}_{k+1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1/k}\right)^{\mathrm{T}}\right],\\ \boldsymbol{P}_{k+1/k}^{\mathrm{R}} = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{H}\right)\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{H}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k}^{\mathrm{R}} + \\ \Delta \boldsymbol{c}\Delta\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} + \Delta \boldsymbol{c}\Delta_{k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Delta}_{k}\Delta\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{k}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{k} = \boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{k}\right)^{-1}. \end{cases}$$
(4)

其中: 上标 R(real) 表示真实的,如 **P**^R_{k+1/k}表示滤 波结果的真实一步预测方差; **P**_{k/k-1}表示滤波算法 产生的估计滤波方差. 同理,对于观测误差

 $E[X_{\text{Error}}] = (E - A + AkH)^{-1}k\Delta c. \quad (5)$

因此,对于稳定的卡尔曼滤波过程 || (A - AkH) || < 1,初值误差对期望的影响随着时间慢 慢减弱,动力学建模的常值偏差值经过一段时间 后收敛在常值,导致滤波值期望有偏.

基于上述推导,图 3 和图 4 分析了低带宽设 计对系统常值误差及白噪声误差的误差传递特 性.易见,系统的常值误差及白噪声误差随着系统 带宽的降低反比例增加.跟瞄量测的振荡特性与 在轨构型相关,不宜设计统一的系统带宽,即使针 对特性构型,低带宽设计在抑制量测振荡特性的 同时,导致系统其他误差特性的放大,难以保证系 统的综合性能.



5 自适应导航滤波设计与分析

5.1 自适应算法设计

引入自适应因子,动态调整滤波系统中观测 量的噪声方差阵,实现观测量中变增益修正,也是 滤波系统克服观测量存在最小分辨率问题的手段 之一.

引入自适应因子 $S = \text{diag}(s_1 \ s_2 \ s_3)$, 滤波 递推方程改进为:

$$\hat{x}_{k/k-1} = A\hat{x}_{k-1},$$

$$P_{k/k-1} = AP_{k-1}A^{T} + Q_{k},$$

$$\hat{x}_{k} = \hat{x}_{k/k-1} + k(y_{k} - H\hat{x}_{k/k-1}),$$

$$k = P_{k/k-1}H^{T}(HP_{k/k-1}H^{T} + SR_{k})^{-1},$$

$$P_{k} = (I - kH)P_{k-1} + (I - kH)^{T} + kSR_{k}k^{T}$$

自适应因子 S 的引入用于调节微波雷达量测信息对滤波递推估计的修正.在量测更新情况下,测量信息精度最高,因此取自适应规则为

$$\boldsymbol{s}_{i} = \begin{cases} 1, & \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{Z}(i)}{\mathrm{d}t} \neq 0; \\ 10 \ 000, \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{Z}(i)}{\mathrm{d}t} = 0. \end{cases}$$

其中 *i* = 1,2,3.

5.2 滤波性能分析

自适应因子的引入等效于改变滤波系统的步 长,与带宽与滤波性能影响分析过程类似,改变滤 波系统(式(3))的系统离散时间,由式(4)、(5) 得滤波性能影响见图 5、6.易见,系统步长的改变 对系统常值误差及白噪声误差的影响曲线波度较 缓,随着系统步长的增加存在边界约束,引入的综 合系统性能损失较小,可有效改善此类量测误差 的传递特性.



6 仿真分析

雷达模型的测距分辨率为 15 m,测角分辨率 为 0. 05°.两星运行在 600 km 的太阳同步轨道,距 离为 10 km,伴飞椭圆为 40 m.低带宽设计(降低 15 倍)仿真见图 7,自适应变步长设计算法仿真 见图 8.

统计仿真结果,三种滤波方法的滤波性能见 表 2.

表 2 三种滤波方法滤波性能比较

滤波性能	相对速度估计精度/(m・s ⁻¹)
设计前	$0.03(3\sigma)$
低带宽设计	0. 018 (3 <i>σ</i>)
自适应设计	2E-3 (3 σ)

低带宽设计有效抑制了雷达量测振荡特性, 但在伴飞构型边界处性能无明显改善,收敛时间 达5000 s.自适应设计收敛性好,基本消除雷达振 荡特性对系统的影响,滤波精度提高一个数量级, 达 2E-3(3σ).



7 结 论

本文针对雷达测量存在最小分辨率特性下导 航滤波表现出的振荡特性,建立了准确的雷达量 测模型,分析得到了雷达量测的误差特性,解释了 导航振荡特性产生的原因.

为了抑制雷达量测的振荡特性,进一步提高 滤波性能,本文提出了自适应改进设计方案,并采 用滤波误差分析方法,理论上分析对比了该方案 与工程上常用的低带宽设计方案的滤波性能.分 析表明,低带宽设计可抑制雷达量测的振荡特性, 但等比例放大标称系统的常偏及白噪声误差,收 敛时间变长;自适应设计能够动态适应量测的不 同更新率,较低带宽设计大幅降低对标称系统性 能损失,有效改善了系统滤波性能.仿真表明,同 样条件下,自适应设计基本消除了雷达振荡特性 对滤波系统的影响,相对速度滤波精度为 2E - 3(3σ),较设计前提高一个数量级.

对于地球静止轨道卫星,轨道周期约增加 15倍,雷达量测的振荡周期同比例增加要求更低 的导航带宽设计.相比而言,自适应方案动态适应 量测的不同更新率,具有更广阔的应用前景.

参考文献

- [1] CARPENTER J, LEITNER J, FOLTA D, et al. Benchmark problems for spacecraft formation flying missions [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit 2003. Reston VA: AIAA 2003;5364–5369.
- [2] HABLANI H B, TAPPER M L, DANA-BASHIAN D J.
 Guidance algorithms for autonomous rendezvous of spacecraft with a taget vehicle in circular orbit [J].
 Journal of Guidance Control and Dynamics, 2002, 25 (3):553-562.
- [3] 王常虹,曲耀滨,任家栋,等. 非合作编队卫星姿轨一体化滤波新方法[J],中国惯性技术学报,2012,20
 (6):111-117.
- [4] 吴云华,曹喜斌.编队飞行卫星自主相对导航算法研 究[J].哈尔滨工业大学学报,2007,39(3):354-358.
- [5] TANCREDI U, RANGA A, GRASSI M. Carrier-based differential GPS for autonomous relative navigation in LEO [C]//AIAA Guidance Navigation and Control Conference. Reston VA: AIAA, 2012: 4707-4717.
- [6] SCHMIDT J, LOVELL T A. Estimating geometric aspects of relative satellite motion using angles-only measurements [C]//In: AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Reston VA: AIAA, 2008,08:6604-6620.
- [7] WODFFINDEN D C, GELLER D K. Relative anglesonly navigaiton and pose estimation for autonomous orbital rendezvous [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2007, 30(5):1455-1469.
- [8] PATEL H, LOVELL T A, ALLGERIER S, et al. Relavie navigation for satellites in close proximity using angles-only observations [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2012(143):1485-1495.
- [9] 赵长山,秦永元,王献忠,等. 基于间接测量的卫星相 对导航[J],宇航学报,2008,29(3):864-867.
- [10] WU W R. Maximum likelihood identification of glint noise [J], IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996,32(1):41-51.

(编辑 张 宏)