

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.05.019

G.HN 标准中十字星座 QAM 低复杂度解映射算法

徐 娟¹, 姚如贵², 南花妮², 高凡琪²

(1. 长安大学 电控学院, 710064 西安; 2. 西北工业大学 电子信息学院, 710072 西安)

摘 要: 为降低 G.HN 标准中十字星座 QAM 解映射的复杂度, 首先引入对数似然比贡献权值, 衡量参考星座点对解映射的贡献; 提出十字星座 QAM 低复杂度解映射算法, 搜索范围缩小为对数似然比贡献权值较大的参考星座点; 讨论算法边界情况的搜索范围确定方法; 研究信道估计辅助的自适应搜索范围选择方案. 仿真结果表明, 本文所提算法在获得与全搜索范围相同的误码性能前提下, 减小平均搜索星座点数, 2 048-QAM 和 512-QAM 解映射平均搜索星座点数仅为全搜索范围的 1.9% 和 5.7%. 简化算法较好的平衡性能和解映射复杂度, 具有较大的工程应用前景.

关键词: 正交幅度调制 (QAM); 十字星座; 解映射; 信道估计; 搜索范围; 贡献权值

中图分类号: TN914.43

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2015)05-0110-08

Low complexity de-mapping algorithm of cross-constellation QAM in G.HN

XU Juan¹, YAO Rugui², NAN Huani², GAO Fanqi²

(1. School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, 710064 Xi'an, China;

2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China)

Abstract: To reduce the de-mapping complexity of cross-constellation QAM in G.HN standard, we first introduce a novel concept of contribution weight to evaluate the contribution of given constellation to the log-likelihood ratio. With its help, a low complexity de-mapping algorithm within shrunk search range is proposed. And then, some boundary conditions are analyzed and solved. Furthermore, an adaptive configuration of search range is also presented with the assistance of channel estimation. The simulation result validates that the proposed algorithm downsizes the search range without any sacrifice of performance. 2 048-QAM and 512-QAM shrink their average of searching constellations to 1.9% and 5.7% respectively of the whole constellations. Therefore, the proposed algorithm makes good tradeoffs between performance and complexity, and is expected to have important engineering value and widely application foreground.

Keywords: quadrature amplitude modulation (QAM); cross-constellation; de-mapping; channel estimation (CE); search range; contribution weight

2009 年 10 月 ITU-T Q4/SG15 工作小组正式发布 G.HN 家用网络标准 G.9960 协议^[1], 致力于下一代家用网络收发器能够在多种类型的家用线缆 (包括电话线、电缆、电力线, 以及它们的组合)

上运行, 支持高达 1 Gbit/s 的数据传输. 为提供高速率的数据传输服务, 协议采用 OFDM 调制方式, 并且每一子载波采用高阶正交幅度调制 QAM (quadrature amplitude modulation). 由于 QAM 具有高效的功率效率和带宽利用率, 广泛应用于其他各种通信系统, 包括数字电视广播^[2], 宽带接入^[3]等标准.

针对 QAM 的解映射算法, 国内外学者展开了研究. 文献[4]研究高阶 QAM 解调的 Log-Map

收稿日期: 2014-03-14.

基金项目: 航天支撑基金 (2013-HT-XGD); 陕西省自然科学基金 (2014JM2-6094); 国家自然科学基金 (61271416).

作者简介: 徐 娟 (1980—), 女, 博士, 讲师.

通信作者: 徐 娟, xuj@mail.nwpu.edu.cn.

算法和简化 Max-Log-Map 算法,分析算法的复杂度,并通过仿真验证与 3GPP Turbo 码合作的性能.文献[5]根据 BCJR 算法^[6]推导软解调的对数似然比计算公式,将方形 QAM 星座的解映射分解到 I 和 Q 路分别进行,有效的降低搜索范围.文献[7]提出一种折线逼近简化算法,基于曲线族的特点用简单的线性运算替代标准算法中复杂的非线性运算,复杂度有所降低.但是算法需要判断各比特的折变点,耗费较多资源和时间.而且,每一段逼近都存在误差,会降低系统的性能.文献[8]提出一种边界法的对数似然比 LLR (log-likelihood ratio) 简化算法,运算量较小,但误码性能不太理想.而且,高阶 QAM 的星座点数多,分界线也多,要确定相应的软信息计算公式很困难.上述文献均针对正方形星座 QAM 解映射算法研究.文献[9]推导 G.HN 中的正方形和十字星座 QAM 解调算法,但是解映射时,进行全集合搜索,由于未考虑高阶 QAM 的简化算法,工程实用困难.本文针对高阶十字星座 QAM 的解映射技术进行讨论,基于对数似然比贡献权值提出了一种低复杂度解映射算法,研究边界情况的处理方法,并利用信道估计辅助自适应选择搜索范围,在算法复杂度和性能之间达到良好平衡.

通常情况下,为提高系统性能,将信道编码与高阶调制进行联合设计.本文采用 G.HN 中 QC-LDPC 码^[1],充分利用 QAM 解映射输出的软信息,信息比特长度为 960,码率为 1/2,译码算法采用 Layered TDMP 算法^[10],8 次迭代,最大仿真帧数为 10^6 .

1 QAM 调制、解映射

为讨论高阶 QAM 解映射算法,首先简单回顾十字星座 QAM 调制映射规则和软判决解映射技术.

1.1 QAM 调制

本文仅研究十字形星座 M -QAM ($M = 2^m$, $m = 5, 7, 9, \dots$).将星座点用复数对 $\{I_k, Q_k\}$ 为,每个点都对应 m 比特.具体映射步骤如下:

1) 将输入 m 比特数据分成 2 组,第 I 组由低 $L_1 = (m + 1)/2$ 比特 $G_1 = (g_0, \dots, g_{L_1-1})$ 构成,高 $L_Q = (m - 1)/2$ 比特 $G_Q = (g_{L_1}, \dots, g_{m-1})$ 构成第 Q 组.记 $M_1 = 2^{L_1}$ 和 $M_Q = 2^{L_Q}$.

2) 为增大汉明距离,一般采用 Gray 映射,将两组输入的 Gray 映射序列分别转换为自然二进制序列,第 I 组为 $B_1 = (b_0, \dots, b_{L_1-1})$,第 Q 组为 $B_Q = (b_{L_1}, \dots, b_{m-1})$.具体转换规则为

$$\begin{cases} b_0 = g_0, b_i = g_i \oplus b_{i-1}, (i = 1, \dots, L_1 - 1); \\ b_{L_1} = g_{L_1}, b_i = g_i \oplus b_{i-1}, (i = L_1 + 1, \dots, m - 1). \end{cases} \quad (1)$$

3) 计算 I、Q 两组二进制序列对应的十进制数为

$$\begin{cases} x_k = (b_0, \dots, b_{L_1-1}) \times (2^{L_1-1}, \dots, 2^0)^T, \\ y_k = (b_{L_1}, \dots, b_{m-1}) \times (2^{L_Q-1}, \dots, 2^0)^T. \end{cases} \quad (2)$$

4) 根据 $\{x_k, y_k\}$ 计算归一化坐标为

$$\begin{cases} I_k^n = -(M_1 - 1) + 2x_k, \\ Q_k^n = -(M_Q - 1) + 2y_k. \end{cases} \quad (3)$$

5) 将每个象限中 $|I_k^n|$ 最大的 $s = (M_1 - M_Q)/4 = 2^{L_Q-2}$ 列进行旋转,相应的星座点由归一化坐标 $\{I_k^n, Q_k^n\}$ 变为旋转坐标 $\{I_k^r, Q_k^r\}$;其他星座点保持不变 $\{I_k^r, Q_k^r\}$ 为

$$\text{when } x_k < s \text{ or } x_k > M_1 - 1 - s,$$

$$\begin{cases} |I_k^r| = M_Q - |I_k^n|, \text{sign}(I_k^r) = \text{sign}(I_k^n); \\ |Q_k^r| = |I_k^n| - 2s, \text{sign}(Q_k^r) = \text{sign}(I_k^n). \end{cases}$$

otherwise

$$I_k^r = I_k^n, Q_k^r = Q_k^n, \quad (4)$$

其中符号函数 $\text{sign}(x)$ 定义为

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{令 } C_{\max} = 3 \times 2^{L_Q-1} - 1, |I_k^r| \leq C_{\max}, |Q_k^r| \leq C_{\max}.$$

6) 最终映射到星座点的坐标设为 $\{I_k, Q_k\}$,用复数表示为 $A_k = I_k + jQ_k$,

$$I_k = \chi(m)I_k^r, Q_k = \chi(m)Q_k^r. \quad (6)$$

式中 $\chi(m)$ 是功率归一化因子,与 QAM 的阶数 $M = 2^m$ 有关的一个固定值^[1].

图 1 显示了 128-QAM 第一象限的旋转过程,其中,方框 A 中的空心圆为旋转前的星座点,方框 B 中的实心圆为旋转后的星座点.图 2 显示了 128-QAM 整体星座图,方框 A、B、C 和 D 中的实心圆分别由方框 A、B、C 和 D 中的空心圆旋转得到的.

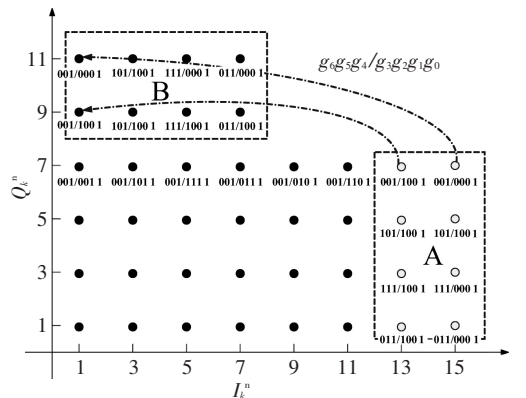


图 1 128-QAM 第一象限旋转过程示意

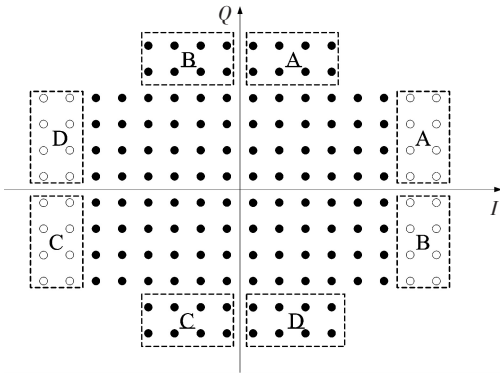


图 2 128-QAM 整体星座

1.2 QAM 解映射

QAM 解映射的任务是计算传输数据对应的信息,解映射的输出可以是硬判决数字比特,也可以是对发送端数字比特软判决的有效度量值^[4-5,9,11].一般软判决解映射与信道译码(如 Turbo 码^[4]、LDPC 码^[5,9,11]等)联合设计,基于使信道噪声影响最小化的原则,进一步降低传输的误码率.

对 QAM 软判决解映射进行详细的说明.假设第 k 时刻接收信号 r_k 为

$$r_k = r_k^I + j r_k^Q = A_k + n_k. \quad (7)$$

式中: n_k 为复加性高斯白噪声,服从 $CN(0, \sigma^2)$ 分布; $r_k^I = \text{Re}(r_k)$ 、 $r_k^Q = \text{Im}(r_k)$ 分别为 r_k 实部和虚部.

由于星座映射过程中 I 和 Q 分量之间有旋转操作,不能对 I 和 Q 分量分别进行解映射(如正方形星座^[5]).因此,只能根据 BCJR 算法推导出的对数似然比公式进行解映射.

在给出软判决计算公式之前,首先给出几个重要集合的定义.假设 M -QAM 星座为 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_M\}$. 定义 $g_i = 1$ 和 $g_i = 0 (i = 0, \dots, m-1)$ 对应的星座点集合为 $C_1(i) \subset C$ 、 $C_0(i) \subset C$, 各有 $M/2$ 个星座点,且 $C_1(i) \cap C_0(i) = \Phi$, $C_1(i) \cup C_0(i) = C$. 图 3(a)~(e) 示例了 32-QAM 星座点针对比特 $g_0, \dots, g_4$ 的集合划分,实心圆和空心圆分别对应集合 $C_1(i)$ 和 $C_0(i)$, $i = 0, \dots, 4$.

软判决解映射输出的是序列 $(g_0, \dots, g_{m-1})$ 对应的软信息 $\lambda = (\lambda_0, \dots, \lambda_{m-1})$, 其中 λ_i 定义为比特 g_i 在接收到符号 r_k 的对数似然比,计算方法为^[5]

$$\lambda_i = \ln \frac{P(g_i = 1 | r_k)}{P(g_i = 0 | r_k)} = \ln \frac{\sum_{A \in C_1(i)} e^{-\frac{\|r_k - A\|^2}{2\sigma^2}}}{\sum_{A \in C_0(i)} e^{-\frac{\|r_k - A\|^2}{2\sigma^2}}}. \quad (8)$$

式中 $i = 0, \dots, m-1$. 每个比特 g_i 的对数似然比计算需要遍历 $C = C_1(i) \cup C_0(i)$, 共有 M 个星座点. 解映射一个比特需要遍历 $M/\log_2 M$ 个星座点. 例

如,对于 2 048-QAM,解映射一个比特,需要遍历 $2\,048/\log_2 2\,048 \approx 186$ 个星座点.显然,当 QAM 阶数很高时,解映射搜索星座点数很大,而且对数似然比的计算涉及平方-指数-求和运算,需要耗费大量的时间和硬件资源,很难应用于高速数据传输应用中.因此,有必要进一步降低解映射复杂度,拓展高阶十字星座 QAM 的实际应用前景.

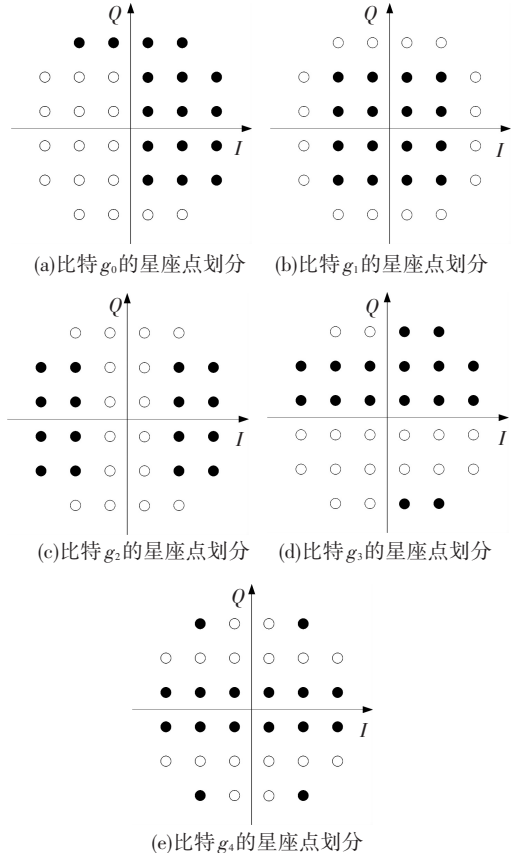


图 3 星座点集合划分示例(32-QAM)

2 对数似然比贡献权值

式(8)中关键计算式 $e^{-\frac{\|r_k - A\|^2}{2\sigma^2}}$ 为 $f(x) = e^{-x^2}$ 形式.函数 $f(x)$ 是关于 $x (x > 0)$ 的减函数,而且根据 Taylor 展开级数,下降速度为 $O(x^{-2})$. 结合 QAM 解映射的计算为 $e^{-\frac{\|r_k - A\|^2}{2\sigma^2}}$ 与接收信号 (r_k) 和参考星座点 (A) 之间的 $\sqrt{2}\sigma$ 归一化距离成 $O(x^{-2})$ 的关系,即归一化距离越大, $e^{-\frac{\|r_k - A\|^2}{2\sigma^2}}$ 值越小,对最终对数似然比的计算结果贡献越小.从物理意义上理解,在给定 σ^2 条件下, r_k 距离参考星座点远的概率较小.所以,接收信号与参考星座点之间的归一化距离是决定对数似然比贡献的主要因素.

由此,为缩小搜索范围,进而降低 QAM 解映射的复杂度,引入对数似然比贡献权值.

假设接收信号为 x , 参考星座点为 y , 噪声方

差为 σ^2 . 定义 $c(x, y, \sigma^2) = -\frac{\|x - y\|^2}{2\sigma^2}$ 为噪声方差 σ^2 给定条件下 x 关于 y 的对数似然比贡献权值, 简称贡献权值 (contribution weight).

对数似然比贡献权值衡量指定参考星座点对对数似然比计算结果的贡献. 其值越大, 对对数似然比影响越大. 以 2 048-QAM 解映射为例, 由式(1)~(6)可计算参考星座点的坐标 I_k, Q_k 均属于集合 $\frac{1}{\sqrt{1\,322}}\{-47, \dots, -1, 1, \dots, 47\}$. 若接收信号的值为 $0 + j0$, 噪声方差 $\sigma^2 = 1$, 其软判决贡献权值见图 4.

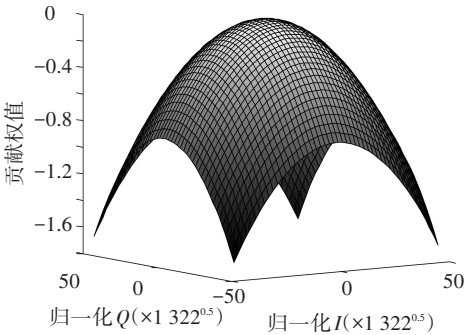


图 4 不同参考星座点时对数似然比贡献权值比较 (2 048-QAM, 接收信号为 $0+j0, \sigma^2=1$)

由图 4 可知, 给定 σ^2 时, 距离接收信号近的参考星座点对应的贡献权值较大, 在计算对数似然比时贡献也大. 随着接收信号和参考星座点的距离逐渐增大, 贡献权值以 $O(x^{-2})$ 速度降低. 所以, 计算对数似然比时, 如果仅仅考虑部分贡献权值较大的参考星座点, 可以缩小搜索范围, 有效降低算法复杂度.

3 十字星座 QAM 低复杂度解映射算法

引入一个基本单位, 定义为星座点间隔 Δ , 表示任意两星座点之间的最小距离. 根据 QAM 调制, 星座点间隔 $\Delta = 2\chi(m)$. 后续讨论搜索范围时, 均以 $J\Delta$ 的形式给出, 其中, J 为正整数, 不引起歧义时简写为 J . 定义 $\otimes$ 为笛卡尔乘积, $X \otimes Y$ 为 I_k 和 Q_k^r 的取值范围分别为 X 和 Y .

由第 2 节中关于贡献权值的讨论可知, 距离接收信号较远的参考星座点对于对数似然比计算结果贡献很小, 可以忽略. 因此, 在计算对数似然比时, 仅考虑贡献权值较大的参考星座点. 本文提出将解映射搜索范围限定在以接收信号为中心、距离接收信号为 $J\Delta$ 的正方形 (正方形的边平行于 I 和 Q 轴) 中, 如图 5 所示的虚线框.

3.1 算法描述

假设 k 时刻的接收信号为 $r_k = r_k^I + jr_k^Q$, 为减小搜索范围, 仅考虑与 r_k^I 和 r_k^Q 距离为 $J\Delta$ 所形成正方形范围内的参考星座点.

3.1.1 搜索范围确定

- 1) 根据接收符号确定 I 轴搜索范围为 $[r_k^I - J\Delta, r_k^I + J\Delta]$. 集合上下限对应的 I 轴旋转坐标 $I_{k,\min}^r = \lfloor \frac{r_k^I}{\chi(m)} \rfloor - 2J$ 和 $I_{k,\max}^r = \lfloor \frac{r_k^I}{\chi(m)} \rfloor + 2J$ 可根据式(6) 计算, 其中, $\lfloor x \rfloor$ 为 $\leq x$ 的最大整数. 考虑到 I_k^r 的取值均为奇数, 若 $I_{k,\min}^r$ 为偶数, 令 $I_{k,\min}^r = I_{k,\min}^r + 1, I_{k,\max}^r = I_{k,\max}^r + 1$, 则 I_k^r 的区间为 $S_I = [I_{k,\min}^r, I_{k,\max}^r]_2$, 其中 $[a, b]_2$ 为集合 $\{x_n \mid x_n = a + 2n, x_n \leq b, n = 0, 1, 2, \dots\}$;
- 2) 同理, 根据接收符号确定 Q 轴搜索范围为 $[r_k^Q - J\Delta, r_k^Q + J\Delta]$, 对应 Q_k^r 的区间为 $S_Q = [Q_{k,\min}^r, Q_{k,\max}^r]_2$, 其中, $Q_{k,\min}^r$ 和 $Q_{k,\max}^r$ 的计算方法同 $I_{k,\min}^r$ 和 $I_{k,\max}^r$;
- 3) I_k^r 和 Q_k^r 的取值范围为 $[-C_{\max}, C_{\max}]$, 因此, 需要针对 S_I 和 S_Q 进行讨论. 引入 $T_1 = C_{\max}, T_2 = M_Q - 1$.

① 星座图外侧 (图 5 中区域 1~4). 对区域 2, $Q_{k,\min}^r > T_1$, 且 $-T_2 \leq I_{k,\min}^r < I_{k,\max}^r \leq T_2$, 此时构造的正方形区域内没有星座点. 搜索范围设置为距离接收信号最近的若干点, 即星座图最上面一行的星座点 (图 5 中空心圆), 记为 $W = [-T_2, T_2]_2 \otimes [T_1]$. 区域 1、3、4 对应的条件及搜索范围设置见表 1.

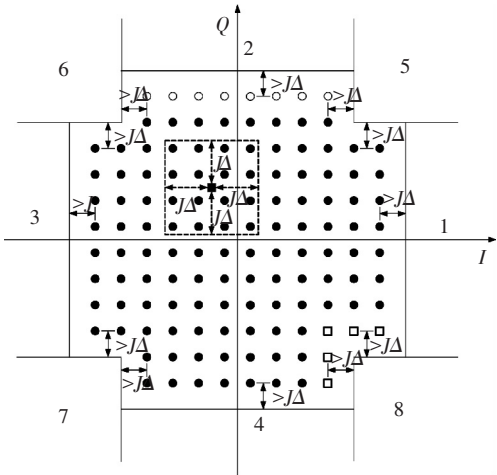


图 5 接收符号相对于参考星座点的 3 种情况

② 星座图肩部 (图 5 中区域 5~8). 对于区域 8, $I_{k,\min}^r > T_2$ 且 $Q_{k,\max}^r < -T_2$, 构造的正方形搜索区域内没有星座点, 选择距离接收信号最近的若干点, 即图 5 星座图中空心方形星座点, 搜索范围

为 $\mathbf{W} = [T_2, T_1]_2 \otimes [-T_1, -T_2]_2$. 搜索范围内存在一些没有星座点的区域, 将在后面似然比计算过程进行过滤. 区域 5 ~ 7 对应的条件及搜索范围设置见表 1.

表 1 特殊区域搜索范围设置

区域	条件	搜索范围 $\mathbf{W}$
1	$I_{k,\min}^r > T_1, -T_2 \leq Q_{k,\min}^r < Q_{k,\max}^r \leq T_2$	$[T_1] \otimes [-T_2, T_2]_2$
2	$Q_{k,\min}^r > T_1, -T_2 \leq I_{k,\min}^r < I_{k,\max}^r \leq T_2$	$[-T_2, T_2]_2 \otimes [T_1]$
3	$I_{k,\max}^r < -T_1, -T_2 \leq Q_{k,\min}^r < Q_{k,\max}^r \leq T_2$	$[-T_1] \otimes [-T_2, T_2]_2$
4	$Q_{k,\max}^r < -T_1, -T_2 \leq I_{k,\min}^r < I_{k,\max}^r \leq T_2$	$[-T_2, T_2]_2 \otimes [-T_1]$
5	$I_{k,\min}^r > T_2, Q_{k,\min}^r > T_2$	$[T_2, T_1]_2 \otimes [T_2, T_1]_2$
6	$I_{k,\max}^r < -T_2, Q_{k,\min}^r > T_2$	$[-T_1, -T_2]_2 \otimes [T_2, T_1]_2$
7	$I_{k,\max}^r < -T_2, Q_{k,\max}^r < -T_2$	$[-T_1, -T_2]_2 \otimes [-T_1, -T_2]_2$
8	$I_{k,\min}^r > T_2, Q_{k,\max}^r < -T_2$	$[T_2, T_1]_2 \otimes [-T_1, -T_2]_2$

③ 正常情况. 即以 $\{r_k^l, r_k^Q\}$ 为中心, 边长 $2J\Delta$ 的正方形区间包含至少一个星座点. 搜索范围 $\mathbf{W} = [\max(-T_1, I_{k,\min}^r), \min(T_1, I_{k,\max}^r)]_2 \otimes [\max(-T_1, Q_{k,\min}^r), \min(T_1, Q_{k,\max}^r)]_2$. 同样, 搜索范围内可能存在一些没有星座点的区域, 将在似然比计算过程进行过滤.

3.1.2 对数似然比计算

1) 遍历搜索范围中的 $\{I_k^r, Q_k^r\}$, 分别记为 i_k^r 和 q_k^r .

2) 根据 i_k^r 和 q_k^r 计算归一化坐标 $\{I_k^n, Q_k^n\}$, 记为 i_k^n 和 q_k^n . 计算方法为式(4)的逆运算.

① 正常区域. 若 $|i_k^r| \leq T_1$ 且 $|q_k^r| \leq T_2$, 此时搜索星座点位于正常区域, $i_k^n = i_k^r, q_k^n = q_k^r$;

② 旋转区域. 若 $|i_k^r| \leq T_2$ 且 $|q_k^r| > T_2$, 此时搜索星座点位于旋转区域

$$\begin{cases} |i_k^n| = |q_k^r| + 2s, \text{sign}(i_k^n) = \text{sign}(q_k^r), \\ |q_k^n| = |I_Q - i_k^r|, \text{sign}(q_k^n) = \text{sign}(i_k^r). \end{cases} \quad (9)$$

③ 无星座点区域. 若 $|i_k^r| > T_2$ 且 $|q_k^r| > T_2$, 此时无任何对应的星座点, 直接返回到步骤 2) 搜索下一个星座点.

3) 计算归一化坐标对应的十进制数为

$$\begin{cases} \bar{x}_k = \frac{1}{2}[(M_I - 1) + i_k^n], \\ \bar{y}_k = \frac{1}{2}[(M_Q - 1) + q_k^n]. \end{cases} \quad (10)$$

4) 将十进制数 $\bar{x}_k$ 和 $\bar{y}_k$ 转换为自然二进制序列, 分别记为 $\bar{\mathbf{B}}_I = (\bar{b}_0, \dots, \bar{b}_{L_I-1})$ 和 $\bar{\mathbf{B}}_Q = (\bar{b}_{L_I}, \dots, \bar{b}_{m-1})$;

5) 将自然二进制序列转换为 Gray 映射二进制序列, 分别记为 $\bar{\mathbf{G}}_I = (\bar{g}_0, \dots, \bar{g}_{L_I-1}), \bar{\mathbf{G}}_Q = (\bar{g}_{L_I}, \dots, \bar{g}_{m-1})$ 和 $\bar{\mathbf{G}} = (\bar{g}_0, \dots, \bar{g}_{m-1})$, 转换公式为式(1)的逆运算

$$\begin{cases} \bar{g}_0 = \bar{b}_0, \bar{g}_i = \bar{b}_i \oplus \bar{b}_{i-1}, (i = 1, \dots, L_I - 1); \\ \bar{g}_{L_I} = \bar{b}_{L_I}, \bar{g}_i = \bar{b}_i \oplus \bar{b}_{i-1}, (i = L_I + 1, \dots, m - 1). \end{cases} \quad (11)$$

6) 根据式(8), 循环计算 $\bar{g}_i (i = 0, \dots, m - 1)$ 的对数似然比 λ_i . 定义 $T_i^{(1)}$ 和 $T_i^{(0)}$ 分别为 $\bar{g}_i = 1$ 和 $\bar{g}_i = 0$ 对应的似然值.

① 初始化 $T_i^{(1)}$ 和 $T_i^{(0)}$ 为 0;

$$\begin{aligned} &\text{② 如果 } \bar{g}_i = 1, \text{ 则令 } T_i^{(1)} = T_i^{(1)} + e^{-\frac{\|r_k - \mathcal{X}(m)(i_k^r + jq_k^r)\|^2}{2\sigma^2}}; \text{ 否则, 如果 } \bar{g}_i = 0, \text{ 则令 } T_i^{(0)} = T_i^{(0)} + e^{-\frac{\|r_k - \mathcal{X}(m)(i_k^r + jq_k^r)\|^2}{2\sigma^2}}; \end{aligned}$$

③ 计算 $\bar{g}_i (i = 0, \dots, m)$ 的对数似然比 λ_i . 若 $T_i^{(1)} > 0$ 且 $T_i^{(0)} > 0$, 则 $\lambda_i = \ln T_i^{(1)} - \ln T_i^{(0)}$; 若 $T_i^{(1)} > 0$ 且 $T_i^{(0)} = 0$, 则令 $\lambda_i = G$ (其中, G 是一个设定的很大的数, 可设为之前出现的最大对数似然比绝对值), 表明比特 $\bar{g}_i = 1$ 发生的概率趋近 1; 同理, 若 $T_i^{(1)} = 0$ 且 $T_i^{(0)} > 0$, 则令 $\lambda_i = -G$, 表明比特 $\bar{g}_i = 0$ 发生的概率趋近 1.

3.2 对于边界情况搜索范围的讨论

以下讨论均基于 2 048-QAM ($m = 11$), 假设接收信号 $r_k = A_k + n_k$, 发射信号为 $A_k = \mathcal{X}(m)(C_{\max} + j)$, 即邻近图 5 中区域 1 的一个星座点; 噪声方差为 σ^2 , 则 $n_k \sim CN(0, \sigma^2)$. 下面讨论给定发射信号 A_k , 且接收信号位于图 5 区域 1 的概率. 为简化讨论, 不考虑 r_k^Q 的影响. 概率计算为

$$P(r_k^I - \mathcal{X}(m)C_{\max} > J\Delta) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{J\Delta}{\sqrt{2}\sigma}\right). \quad (12)$$

式中 $\operatorname{erfc}(x)$ 为误差互补函数^[12]. 图 6 显示不同信噪比时接收信号位于图 5 区域 1 的概率.

由图 6 可看出, 当发射信号位于星座图的边缘, 且 J 选择较小时, 即使信噪比较大 (> 20 dB), 接收信号位于特殊区域 (如图 5 中区域 1 ~ 8) 的概

率较大.当然, J 取值较大相应概率较小,但是,此时解映射搜索范围较大,不利于降低复杂度.因此,对于接收信号位于特殊区域时的解映射需要进行特殊处理,搜索范围见表 1.

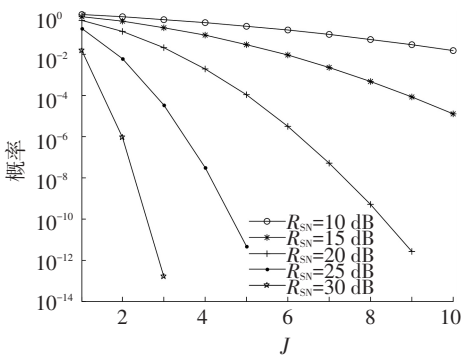


图 6 接收信号位于图 5 区域 1 的概率
(2 048-QAM, $A_k = \chi(m)(C_{\max} + j)$)

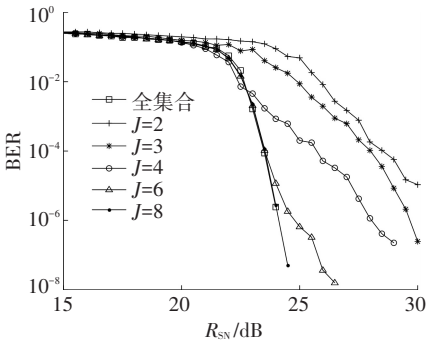
3.3 关于搜索范围的讨论

确定搜索范围可有两种方式:固定搜索范围和信道估计辅助的搜索范围设定.

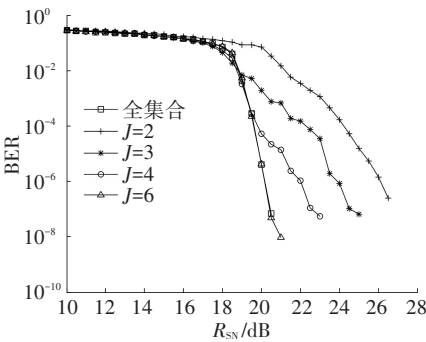
固定搜索范围,即设置一个固定的 J ,且 J 的值不随着信噪比的变化而改变.固定搜索范围优点是处理简单,但缺点也是显而易见的,如果 J 设置过大,搜索范围较大,过大的搜索范围造成计算资源(如硬件资源、计算时间)浪费;而若 J 设置过小,可能导致搜索范围过小,不能将贡献权值较大的参考星座点包含在搜索范围内,使得软判决计算结果偏离真实值太大,进而导致整体误码率较高.图 7 显示 2 048-QAM 和 512-QAM 在不同搜索范围和不同信噪比条件下误比特率 BER(bit error rate)性能对比.需要注意的是,为了清晰显示,图中仅列出部分搜索范围对应的性能,这些搜索范围决定了信道估计辅助的搜索范围设定结果.可看出,信噪比越高,为达到与全搜索相同的性能,所需的搜索范围越大.这一点可由式(8)和贡献权值定义来解释.假设接收符号 x 和参考星座 y ,平均发射功率一定的条件下,信噪比越大,即 σ^2 越小,对数似然比贡献权值 $c(x,y,\sigma^2) = -\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}$ 对 $\|x-y\|^2$ 越敏感,即距离稍微变化,将引起贡献权值较大的改变.因此,在高信噪比条件下,应该选择较大的搜索范围 J ,保证软判决贡献权值较大的参考星座点都能够被包含在搜索范围内.

基于上述的分析结论,搜索范围可根据信道估计结果自适应设置.由于 J 和信噪比之间很难给出一个闭合的表达式,因此,工程上一般根据先

验的信息进行设定.在给定信噪比 R_{SN_0} 条件下,根据仿真或者实测结果,选择测试 BER 与全集合测试 BER 的偏差较小时所对应的 J_0 .在实际应用时,若信道估计为 R_{SN_0} ,则选择 J_0 作为搜索范围.



(a) 2 048-QAM



(b) 512-QAM

图 7 不同搜索范围和不同信噪比条件下 BER 性能对比
根据图 7 的仿真结果,表 2、3 给出不同信噪比条件下搜索范围设置.

表 2 512-QAM 条件下不同信噪比对应搜索范围

R_{SN}/dB	搜索范围/ Δ
$[0, 16]$	2
$(16, 19]$	3
$(19, 19.5]$	4
$(19.5, 30]$	6

表 3 2 048-QAM 条件下不同信噪比对应搜索范围

R_{SN}/dB	搜索范围/ Δ
$[0, 20]$	3
$(20, 22.5]$	4
$(22.5, 23.5]$	6
$(23.5, 30]$	8

由表 2、3 可看出,信噪比越大,搜索范围越大,与上述分析吻合.另外,由于调制阶数越高,相邻参考星座点之间的距离越小.因此,对于调制阶数高的解映射,需要设置更大的搜索范围,保证软判决贡献权值较大的参考星座点均能包含于搜索范围中.

3.4 复杂度分析

分析本文所提算法的时间和空间复杂度.其中,时间复杂度由搜索星座点数衡量.

给定搜索范围 J ,若不考虑边界情况,根据十字星座 QAM 低复杂度解映射算法描述,解调一个符号最多搜索 $(2J+1) \times (2J+1)$ 个星座点,当 J 取值较小时, $(2J+1)^2 \ll M$ (M 为全集合搜索对应的搜索星座点数).事实上,由于存在边界情况,解调一个符号平均搜索范围约为 $(J+1)^2$.

本文所提算法需要计算搜索范围,该操作仅需要 2 次除法、8 次加法和 3 次比较操作,而这些操作总的运算时间远远小于计算 $e^{-\frac{\|r_k-A\|^2}{2\sigma^2}}$ 的时间,因此,确定搜索范围时的时间复杂度可以忽略不计.

综上,由于采用本文算法可以有效缩小搜索范围,时间复杂度远远小于全集合搜索解映射算法.

另外,由于解映射算法仅需要保存中间变量 $T_i^{(1)}$ 和 $T_i^{(0)}$,对于本文所提算法和全集合搜索算法具有相同的空间复杂度.

4 仿真结果

本文所提 G.HN 标准中十字星座 QAM 低复杂度解映射算法的性能进行仿真,考核指标包括误比特率 (BER)、误帧率 (FER) 和平均搜索星座点数.由于未检索到十字星座 QAM 低复杂度解映射算法相关研究结果,本节的性能及复杂度仅与原始未简化算法 (即全集合搜索解映射算法^[9]) 进行比较.对于搜索范围的设定,本文所提算法采用表 2、3 的参考设置.

图 8 显示本文所提解映射算法的 BER 和 FER 性能.可看出,对于高阶十字星座 QAM,本文所提算法均可以达到与全集合搜索相近的误码性能.

验证本文所提解映射算法复杂度,采用解映射时每比特平均搜索星座点数进行评估.设计如下试验:关注信噪比范围为 $[10, 30]$,步进为 2 dB;针对每个信噪比,进行 10^5 帧的 Monte Carlo 仿真^[13],统计解映射时每比特平均搜索星座点数.仿真结果见图 9 和表 4、5.

由图 9 可看出,不同信噪比条件下,搜索范围进行自适应调整,与表 2、3 设定值一致,但平均搜索星座点数远小于全集合 (以“□”标记).表 4、5 给出在仿真信噪比范围内的平均搜索星座点对比 (第 3 行为平均搜索点数相对于全集合的百分比).对于 2 048-QAM,本文所提算法的平均搜索点数为 3.49 (仅占全搜索范围的 1.9%),即可获得与全集合搜索相同的误码性能;虽然本文所提算法的平均搜索点数 $> J = 3, J = 4$ 对应的搜索范围,但是,综合图 7、8,可看出,本文所提算法的 BER 和 FER 性能要优于这些搜索范围对应的性

能,尤其在高信噪比 (≥ 22 dB) 条件下.对于 512-QAM,可获得相同的结论.同时,由表 4、5 可计算,平均每个符号搜索星座点数约为 $(J+1)^2$,验证“3.4 复杂度分析”一节的相关结论.例如,对于 512-QAM 和 $J = 6$,平均每个符号搜索星座点数约为 $5.06 \times \log_2 512 = 46 \approx (6+1)^2$.

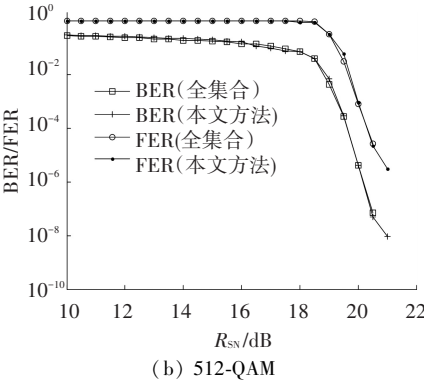
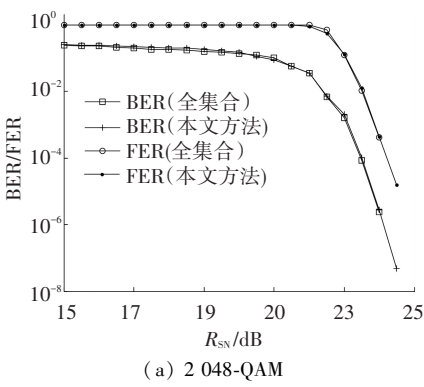


图 8 本文所提解映射算法 BER 和 FER 性能比较

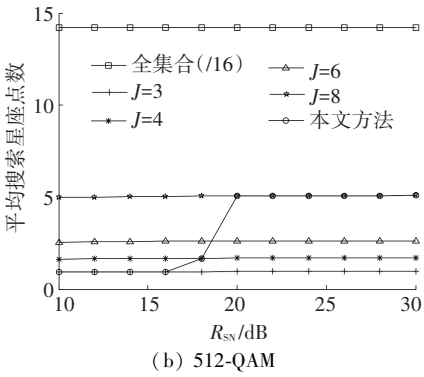
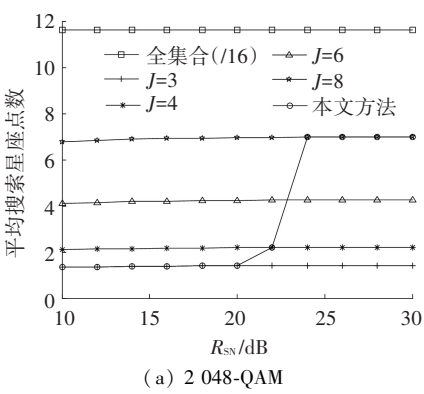


图 9 不同信噪比条件下每比特搜索范围对比

表 4 512-QAM 时每比特平均搜索星座点数对比
(信噪比范围为[10,30],步进为 2 dB)

搜索范围	平均搜索点数	占全集合百分比/%
全集合	56.89	100
$J = 2$	0.95	1.7
$J = 3$	1.68	2.9
$J = 4$	2.61	4.6
$J = 6$	5.06	8.9
本文方法	3.27	5.7

表 5 2 048-QAM 时每比特平均搜索星座点数对比
(信噪比范围为[10,30],步进为 2 dB)

搜索范围	平均搜索点数	占全集合百分比/%
全集合	186.2	100
$J = 3$	1.39	0.8
$J = 4$	2.17	1.2
$J = 6$	4.22	2.3
$J = 8$	6.93	3.7
本文方法	3.49	1.9

5 结 语

G.HN 标准中采用高功率效率和带宽利用率的 QAM 调制.但是,当 QAM 调制阶数较大,且采用软判决解映射时,搜索范围很大,需要消耗大量计算资源.对于十字星座 QAM,由于 I、Q 之间存在旋转映射,解映射复杂度更高.针对这个问题,本文研究十字星座解映射对数似然比计算公式的特性,引入对数似然比贡献权值,用于衡量参考星座点对对数似然比的贡献,距离接收符号越近的参考星座点,贡献权值越大.基于此,提出十字星座 QAM 低复杂度解映射算法,搜索范围只包含贡献权值较大的参考星座点;讨论算法边界情况的搜索范围确定方法;并研究信道估计辅助的自适应搜索范围选择方案.仿真结果表明,本文所提算法在获得与全集合搜索范围相同的误码性能的前提下,大大减小平均搜索星座点数.若放松对误码性能的要求,搜索范围还可以进一步减小.本文所提算法较好的平衡性能和复杂度,具有较大的工程应用前景.

参考文献

[1] ITU-T. Unified high-speed wire-line based home networking transceiver [S]. G.9960, October 2009.

[2] MCNS. Data-over-cable service interface specifications: Radio Frequency Interface Specification [S]. SP-RFI v2.0-105-040407, 2004.

[3] Ki Hyuk Park, Dae Kyo Shin, et al. Design of a QPSK/16 QAM LMDS downstream receiver ASIC chip [C]//Proceedings of IEEE Workshop on Signal Processing Systems. Lafayette;IEEE,2000:210-217.

[4] 何燕锋, 杨鸿文, 郭文彬. 高阶调制的软输出算法比较[J]. 北京邮电大学学报, 2003, 26(1):82-85.

[5] 何轶, 姚如贵, 王伶. M-QAM 系统中 QC-LDPC 译码性能研究[J]. 电子设计工程, 2012, 20(8): 136-138.

[6] BAH L, COCKE J, JELINEK F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(2): 284-287.

[7] 闫涛, 茹乐, 杜兴民. 一种基于折线逼近的对数似然比简化算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(8): 1832-1835.

[8] 张宇. HSDPA 中 QAM 软解调算法实现和性能分析[J]. 中国新通信, 2010,(3):48-50.

[9] 李正明, 姚如贵, 王伶, 等. 基于 G.9960 协议的高阶 QAM 调制与解调[J]. 微电子学与计算机, 2011, 28(3): 89-93.

[10] MOHAMMAD M. A turbo-decoding message-passing algorithm for sparse parity-check matrix codes [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2006, 54(11): 4376-4392.

[11] 周相超, 赵旦峰, 薛睿. 深空通信系统中高阶 LDPC 码的软定时同步算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(3): 110-114.

[12] SHAHNAZ B. Textbook of engineering mathematics: special functions and complex variables [M]. New Delhi: Prentice-Hall Of India Pvt. Limited, 2008.

[13] HARTMANN A K. Practical guide to computer simulations[M]. Singapore: World Scientific, 2009.

(编辑 苗秀芝)