

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2016.03.003

二维分形表面电磁散射特性

齐超, 刘伟健, 张磊, 全勇

(哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 150001 哈尔滨)

摘要: 为深入研究电磁波、光波探测信号与不规则背景表面之间的相互作用机理及物理本质, 以便给雷达目标探测、不规则材料表面的探测与遥感提供必要的散射模型, 对具有分形维度的二维粗糙表面采用带限 Weierstrass 函数进行建模, 推导了基于基尔霍夫近似理论的二维粗糙面散射场, 在 HH 极化条件下, 给出了该分形面的电磁平均散射系数和平均强度系数, 通过理论分析和数值计算讨论了粗糙面散射特性与谐波数、入射波波长、面分维等其他参量之间的关系。结果表明, 随着分维和谐波数的增大, 除镜向反射以外, 散射强度的幅值及其旁瓣分量是增大的。为基于表面散射强度重构粗糙面的相关统计参数提供数据。

关键词: 分形表面; 电磁散射; 散射系数; 平均强度; 强度系数

中图分类号: O436.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2016)03-0015-05

Electromagnetic scattering on two-dimensional fractal rough surface

QI Chao, LIU Weijian, ZHANG Lei, QUAN Yong

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

Abstract: In order to further study the interaction mechanism and the physical nature between detection signal from electromagnetic waves and light waves and the background of irregular surface, which provided scattered model for the detection of radar target and the remote sensing of irregular surface. Two-dimensional band-limited Weierstrass function is used to simulate two-dimensional fractal rough surface. Two-dimensional rough surface scattering field is deduced based on the Kirchhoff approximation. The electromagnetic scattering coefficient and the average intensity coefficient of the rough surface is obtained under the HH polarization. The relationship between scattering characteristics and the harmonic number, the incident wavelength and dimension of fractal surface is discussed through theoretical analysis and numerical calculation. The results show that with the harmonic number and fractal dimension increases, apart from the mirror reflection point, the scattering intensity of the amplitude and its high-frequency component is increased. It provided scattering data for refactoring related statistical parameters of rough surface according to the scattering intensity.

Keywords: fractal surface; electromagnetic scattering; scattering coefficient; average intensity; intensity coefficient

近年来快速发展的随机粗糙表面电磁散射理论和实验研究越来越引起人们的重视。许多理论和工程上的问题需要对粗糙面上的散射现象进行研究。有关粗糙面散射理论在雷达目标成像、材料物理、环境遥感等领域都有广泛的应用^[1-2]。关于粗糙面的电磁散射已有许多富有意义的研究成果, 粗糙面散射研究中较为经典的近似方法是基尔霍夫近似。文献[3]提出了一种分析导体目标电磁散射特性的有

效数值方法。文献[4]通过实验测定不同标准粗糙表面和典型目标表面密勒矩阵参数, 得出具有高斯特性的不同粗糙表面的退偏振特性存在显著差异。文献[5]从实验角度测量样品表面的光散射轮廓, 引入自仿射分形随机表面模型, 成功提取了随机表面参量, 并验证所得参量的正确性。文献[6]较完整地分析了具有分形特性的二维海平面的散射问题, 其得出的结论对于静止和动态且不具有高斯分布特点的分形表面是适用的。文献[7]由二维随机粗糙面散射场方程出发, 利用分形几何方法模拟随机粗糙面, 研究了随机表面散射光场与随机粗糙面统计参量及其分形参量的关系。

以往的粗糙面散射研究中, 通常采用特定的已

收稿日期: 2015-04-17.

基金项目: 国家自然科学基金(61178066);

黑龙江省自然科学基金(F201013).

作者简介: 齐超(1970—), 女, 博士, 教授.

通信作者: 齐超, qichao@hit.edu.cn.

知周期函数或随机函数作为粗糙表面的数学模型,但在自然界中粗糙面既非纯随机也非完全周期的^[8].从统计意义上来讲,一般的二维随机粗糙面在一定的标度之间都存在着自相似性或自仿射性,具有分形特点.近年来有关一维分形粗糙面散射的研究较多,但到目前为止对更为接近于实际的,从分维角度研究二维分形粗糙面散射文献较少.本文通过采用修改的 Weierstrass 函数模拟二维分形粗糙面,利用基尔霍夫近似研究分形表面散射特性与分形参数之间的定量关系.

1 表面模型建立

二维带限函数在表面模拟研究中应用广泛,Weierstrass 模型反映了分形表面确定性的周期分量和随机分量组合,微观高度表达式^[9]为

$$W(x,y) = c_w \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-3)n} \sum_{m=1}^M \sin \left\{ Kb^n \left[x \cos \left(\frac{2\pi m}{M} \right) + y \sin \left(\frac{2\pi m}{M} \right) \right] + \varphi_{nm} \right\}. \quad (1)$$

其中: c_w 为常数,使得 $W(x,y)$ 具有单位扰动幅度,大小取决于材料本身; $b(b > 1)$ 为空间基频; D 为分形维数, $2 < D < 3$; K 为基本波数; N, M 均为谐波数,这两个参数控制着分形表面的各向异性程度; φ_{nm} 为在 $[-\pi, \pi]$ 上服从均匀分布的随机相位.

当 N 和 M 不太大时,在 x 方向和 y 方向上是各向异性的,它具有较大的偏导数和自仿射结构,即使在很小的尺寸下,该函数模型也具有相同的粗糙度,因此这种分形表面为多测度表面.由于自然界中实际的粗糙表面一般既不是纯随机的也不完全是纯周期的,且经常各向异性,因此式(1)是构建自然界分形粗糙面物理模型比较好的选择.当 $N = 6, M = 10, b = 1.8$ 不同分维下的二维分形表面模型如图 1 所示.由图可见,当二维带限 Weierstrass 函数中主要参数 b, N, M 不变时,二维分形表面的粗糙程度主要由分维 D 决定.

2 分形表面散射场

基尔霍夫近似理论又称为切平面近似,被广泛用来分析表面散射问题,它是将粗糙曲面用局部切平面代替,由菲涅尔反射定律获得切平面总场,从而近似计算远区散射场.本文利用基尔霍夫近似理论分析二维分形粗糙面散射特性,散射几何示意图如图 2 所示.

为了推导二维粗糙面的散射场,现作如下假设:散射远场作为观测点,入射波为单一平面波,平面上任意一点具有有限坡度,反射系数为常数,粗糙面单

向尺寸远大于入射波长.此时散射场矢量 $\psi_{sc}(r)$ 表达式可通过入射角 θ_1 , 散射天顶角 θ_2 和散射方位角 θ_3 等表示为^[10-11]

$$\psi_{sc}(r) = - \frac{ik \exp(ikr)}{4\pi r} 2F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \times \int \exp[ik\varphi(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 + \psi_e. \quad (2)$$

其中:

$$F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{1}{2} \left(\frac{Aa}{C} + \frac{Bb}{C} + c \right), \quad (3)$$

$$\varphi(x_0, y_0) = Ax_0 + By_0 + Ch(x_0, y_0), \quad (4)$$

$$a = R_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3), \quad (5)$$

$$b = R_0 \sin \theta_2 \sin \theta_3, \quad (6)$$

$$c = R_0(\cos \theta_1 + \cos \theta_2), \quad (7)$$

$$A = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3, \quad (8)$$

$$B = -\sin \theta_2 \sin \theta_3, \quad (9)$$

$$C = -(\cos \theta_1 + \cos \theta_2). \quad (10)$$

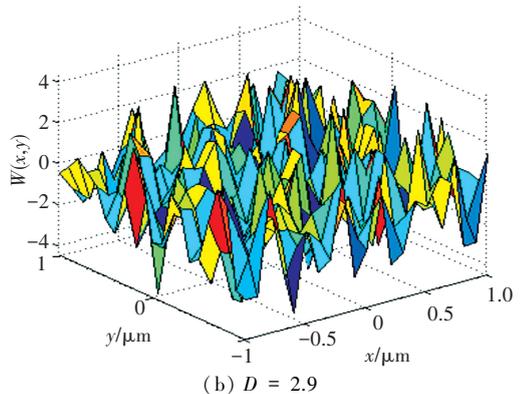
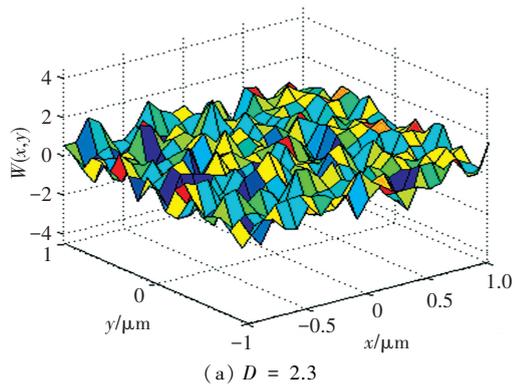


图 1 不同分维下的分形表面模型

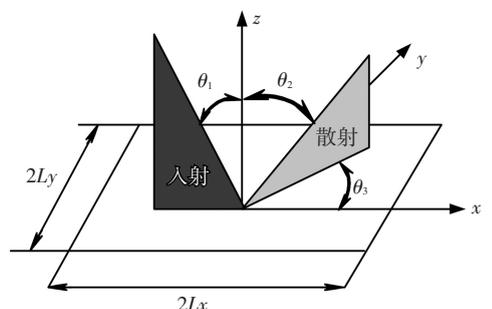


图 2 二维带限分形粗糙面散射几何示意图

$$\psi_e = -\frac{ik\exp(ikr)}{4\pi r} \left\{ \frac{ia}{kc} \int [\exp ik\varphi(X, y_0) - \exp ik\varphi(-X, y_0)] dy_0 + \frac{ib}{kc} \int [\exp ik\varphi(x_0, Y) - \exp ik\varphi(x_0, -Y)] dx_0 \right\}. \quad (11)$$

式中: Ψ_e 为边缘效应; (x_0, y_0) 为二维分形表面上任意一点, 且满足 $-L_x \leq x_0 \leq L_x$, $-L_y \leq y_0 \leq L_y$; k 为入射波波数, 且有 $k = 2\pi/\lambda$; λ 为入射波波长, R_0 为非涅尔反射系数, 在采用 HH 极化时, 非涅尔反射系数 $R_0 = \frac{\cos \theta_1 - \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1 + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_1}}$; ε_r 为相对介电常数; r 为原点到散射波所在平面的任意一点的距离.

2.1 散射场的平均散射系数

二维分形粗糙面的散射系数 ρ_ψ 定义^[12-13]为

$$\rho_\psi = \frac{\psi_{sc}(r)}{\psi_{sc0}(r)}. \quad (12)$$

式中 $\psi_{sc0}(r)$ 指近光滑分形表面镜像方向的散射场强,

$$\psi_{sc0}(r) = -\frac{2L_x L_y ik\exp(ikr) \cos \theta_1}{\pi r}. \quad (13)$$

在镜像方向上, 有 $\theta_1 = \theta_2, \theta_3 = 0, A = 0, B = 0$ 以及 $a = 0, b = 0$, 由式(5)~(10)可得, 二维分形表面散射场的平均散射系数 $\bar{\rho}_\psi$ 由式(12)简化为

$$\bar{\rho}_\psi = \left[\prod_{n=0}^{N-1} J_0^M \left(-2k\delta \cos \theta_1 \left[\frac{2(1-b^{2(D-3)})}{M(1-b^{2(D-3)N})} \right]^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b^{(D-3)n} \right].$$

令

$$m = \left(-2k\delta \cos \theta_1 \left[\frac{2(1-b^{2(D-3)})}{M(1-b^{2(D-3)N})} \right]^{\frac{1}{2}} \right) \cdot b^{(D-3)n}.$$

当 $m < 1$ 时, 对 $\bar{\rho}_\psi$ 取二阶近似, 可以得到

$$\bar{\rho}_\psi = 1 - 2(k\delta \cos \theta_1)^2. \quad (14)$$

式(14)表明二维分形粗糙面的平均散射系数 $\bar{\rho}_\psi$ 主要与入射波波数 k , 粗糙面的均方根高度 δ 以及入射角 θ_1 有关. 由此得知, 具有分形特性的表面与高斯随机表面镜向方向有相似的散射特性.

2.2 散射场的平均强度系数

散射场的平均强度定义为

$$\tilde{I}(r) = \langle I(r) \rangle_s. \quad (15)$$

与平均散射系数推导过程类似, 可得散射场的平均强度系数 $\bar{\rho}_1$ 为

$$\bar{\rho}_1 = \frac{\tilde{I}(r)}{\psi_{sc0}(r)\psi_{sc0}^*(r)}. \quad (16)$$

采用和本小节开头一样的假设, 分形表面散射场平均强度系数的离散表达式为

$$\bar{\rho}_1 \approx \frac{F^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{\cos^2 \theta_1} \left\{ \left[1 - \frac{1}{2} (k\delta)^2 \right] \sin^2 c^2(kAL_x) \sin^2 c^2(kBL_y) + \frac{1}{4} \left(-2k\delta \cos \theta_1 \left[\frac{2(1-b^{2(D-3)})}{M(1-b^{2(D-3)N})} \right]^{\frac{1}{2}} \right)^2 \times \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M b^{2(D-3)n} \operatorname{sinc}^2 \left[\left(kA + Kb^n \cos \frac{2\pi m}{M} \right) L_x \right] \cdot \sin^2 \left[\left(kB + Kb^n \sin \frac{2\pi m}{M} \right) L_y \right] \right\}. \quad (17)$$

3 散射特性分析

图3(a)~3(d)描述了由式(17)给出的平均强度数值结果, 其中 $b = 1.8$, $D = 2.5$, $\delta = 0.05\lambda$, $\theta_1 = 30^\circ$, $K = 0.5\lambda^{-1}$, $L_x = 30\lambda$. 图3(a)和3(b)表示的是正弦光栅和各向同性表面结合的各向异性表面的平均强度系数; 图3(c)和3(d)表示的仅仅是一种各向同性表面的平均强度系数. 由于这4个表面有相同的均方根高度, 相同的入射角和波长, 因此, 在镜像方向上这两种散射强度具有基本相同的特定值.

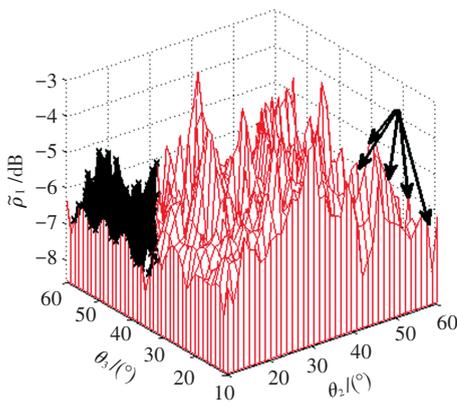
图3(a)和3(b)、图3(c)和3(d)表明, N 的变化对平均强度系数影响不大, 各峰值的分布位置基本不变, 只有微小的峰值变化, 且当 M 较小时, 散射主要集中在特定平面和特定方向上及其附近的区域; 对比图3(a)和图3(d)可得, 随着 M 的增大, 在镜向反射点以外会出现越来越多的旁瓣分量, 且分量的幅值是增大的. 由图3的4个分图可以看出, 随着分形表面各向同性分量的增加, 更多的散射强度分量出现在非镜像方向和沿着 θ_2 的垂直平面方向上, 镜像方向上的散射对于探求分形参数对散射场不同影响有重要意义^[14].

当 $\lambda = 2 \mu\text{m}$ 时平均强度系数 $\bar{\rho}_1$ 随着 D 变化的情况如图4所示, 其中 $\delta = 0.05\lambda$, $b = 1.8$, $\theta_1 = 30^\circ$, $K = 0.5\lambda^{-1}$, $L_x = L_y = 30\lambda$.

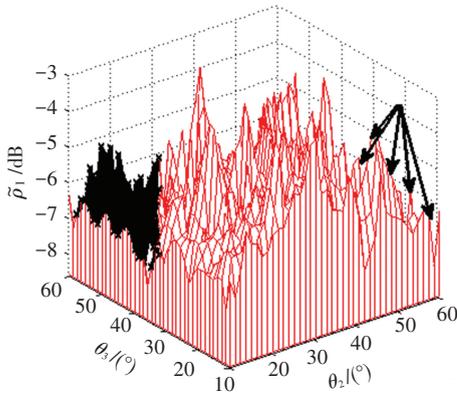
由图4可见, 在其他参考变量不变的情况下, 分维 D 对散射强度系数 $\bar{\rho}_1$ 的影响主要体现在各峰值的大小、数目及位置. 随着分维 D 的增大, 在镜向反射点以外会出现越来越多的旁瓣分量, 且峰值是增大的.

由散射场的统计参量定义, 可推得表征与平均散射场均方根高度相关的强度系数 σ_1 为

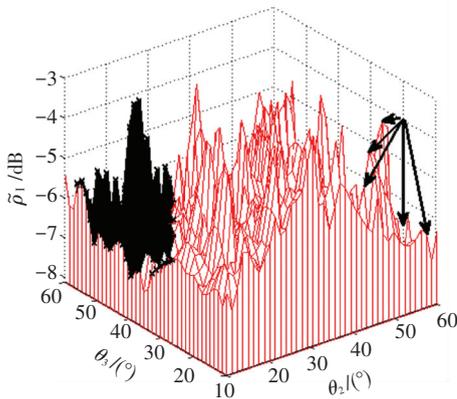
$$\sigma_1 = \frac{\tilde{I}(r) - \psi_{sc}^2(r)}{I_0} = \frac{2F^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) k^2 \delta^2 (1-b^{2(D-3)})}{M(1-b^{2(D-3)N})} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M b^{2(D-3)n} \times \operatorname{sinc}^2 \left[\left(kA + Kb^n \cos \frac{2\pi m}{M} \right) L_x \right] \times \operatorname{sinc}^2 \left[\left(kB + Kb^n \sin \frac{2\pi m}{M} \right) L_y \right]. \quad (18)$$



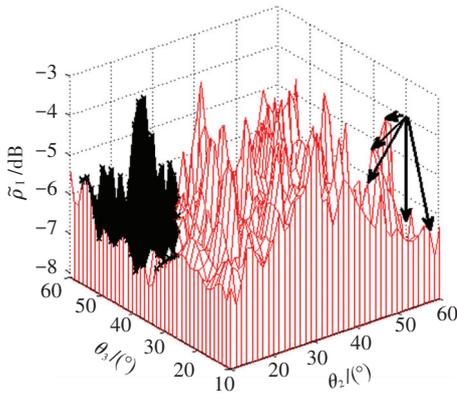
(a) $N = 5, M = 10$



(b) $N = 10, M = 10$

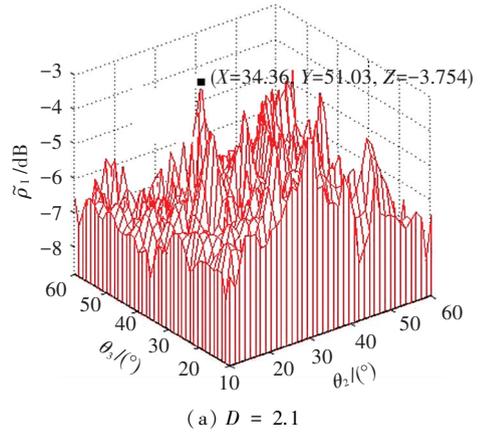


(c) $N = 10, M = 20$

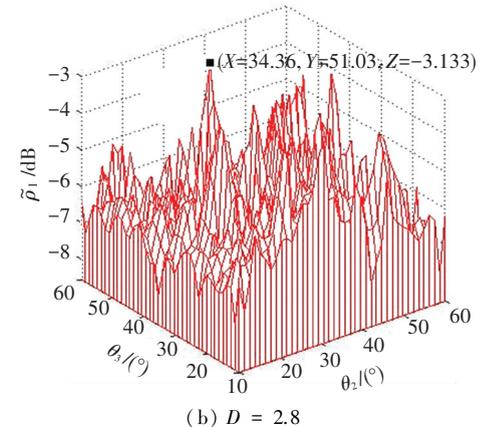


(d) $N = 20, M = 20$

图 3 二维分形表面平均强度数值结果



(a) $D = 2.1$



(b) $D = 2.8$

图 4 平均强度系数 $\bar{\rho}_1$ 随着分维 D 的变化

显然 σ_1 代表的是强度相关的非相干分量平均值,它主要用来分析除镜像以外的散射场,分形参量对其有显著的影响.采用式(18)的优点在于只需考虑散射场和散射强度的平均效应,而无需考虑较难获得的散射波前相位项的影响.根据式(18)可将参数选择为 $b = 1.8, N = 5, M = 10, D = 2.5, \delta = 0.05\lambda$, 然后选择 4 种不同的散射形式 ($K = 0.01\lambda^{-1}, 0.1\lambda^{-1}, \lambda^{-1}$ 和 $10\lambda^{-1}$) 对应如图 5 所示.

对于 $K \leq 0.01\lambda^{-1}$, 如图 5(a) 所示, 散射场的高频分量集中在镜像方向, 对于这种表面而言, 非镜像方向散射强度会迅速下降, 与近光滑表面散射特性基本相同, 入射波长远小于若干个空间周期, 计算结果趋近于几何光学近似. 当 $K \geq 10\lambda^{-1}$ 对应图 5(d), 空间周期远小于入射波长, 此时散射不满足基尔霍夫近似的条件, 散射场的均方根高度 δ 处处很小, 该方法计算结果不可信, 这种散射特性与完全均匀表面接近, 此时入射波波长可以看成“小棍”用来测量粗糙表面. 对于 $0.01\lambda^{-1} < K < 10\lambda^{-1}$ 更多的高频分量出现在非镜像方向, 而高频分量的衰减可用来分析表面参数对散射场的影响. 即可以对于一个已知的表面, 在研究其散射特性时, 应通过仔细选择适当的尺寸, 明确 K 值的取值范围, 进而选择合适入射波长, 就可以获得满意的散射模型.

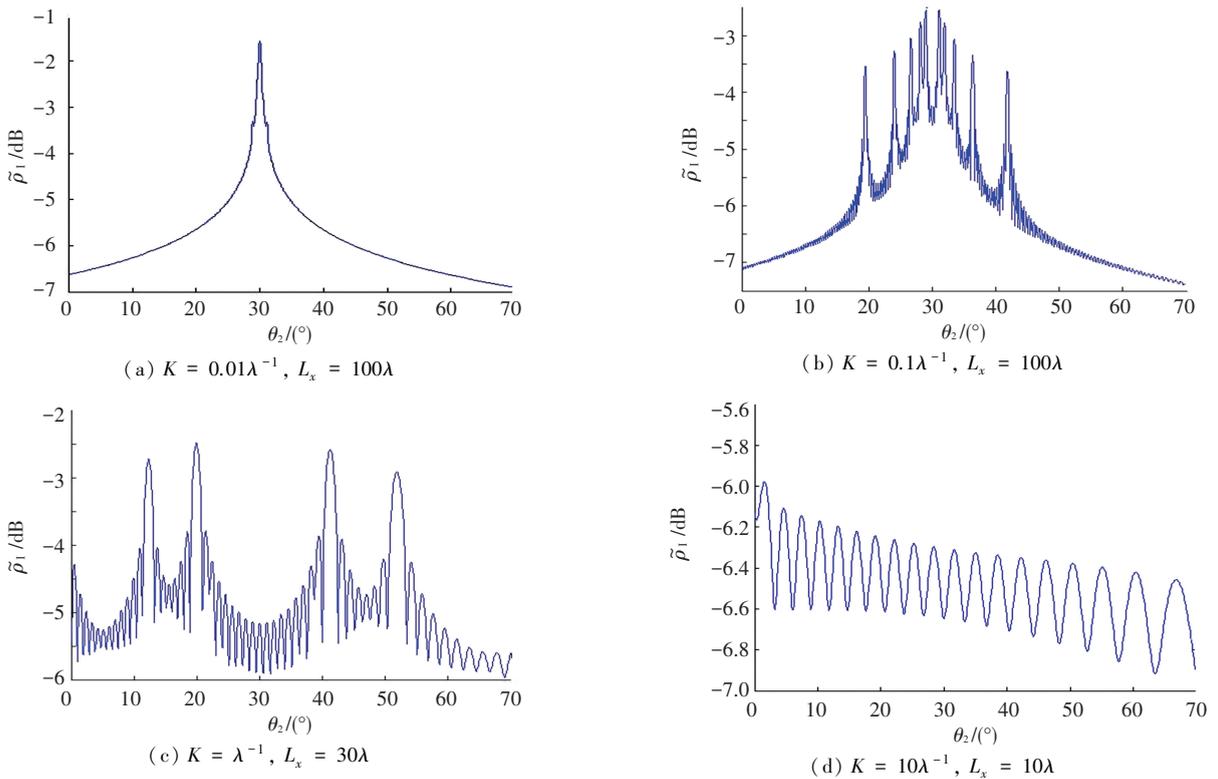


图5 二维分形表面不同散射强度系数

4 结 论

1) 在采用二维带限 Weierstrass 分形函数模拟二维分形粗糙面的基础上,利用基尔霍夫近似研究了该粗糙面的平均散射系数和散射强度系数. 结果表明,对于微观高度表达式中的每一个参量都影响着二维分形表面的散射特性,谐波数 N 、 M 和空间波数 K 都决定着散射场中旁瓣分量的位置和大小,应当注意 K 的选取与波长有关.

2) 谐波数 N 和 M 也不能太小,否则粗糙表面将会变得很光滑,分形特性无法显现. 分析结果可用于粗糙面遥感和测量等研究,同时也可用于粗糙表面的分类以及根据所测得的不同形式散射场重构粗糙表面等逆问题.

参 考 文 献

- [1] MACELLONI G, PAMPALONI P. Experimental validation of surface scattering and emission models[J]. IEEE Trans on GARS, 2000, 38(1): 459-469.
- [2] 田炜. 随机粗糙面光散射特性研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.
- [3] 王仲根, 孙玉发, 王国华, 等. 应用改进的快速偶极子法和特征基函数法分析导体目标电磁散射特性[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2273-2277.
- [4] 江舒, 来建成, 王春勇, 等. 典型粗糙表面的退偏振特性实验研究[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2011, 35(3): 294-297.
- [5] 孔德见, 何乃霞, 程传福, 等. 各向异性随机表面参量的光散射测量[J]. 山东师范大学学报(自然科学版),

2010, 25(1): 64-66.

- [6] BERIZZI F, DALLE-MESE E. Scattering coefficient evaluation from a two-dimensional sea fractal surface[J]. IEEE Trans on Antennas Propagate, 2011, 50(4): 426-434.
- [7] 张连波, 郭立新, 苟雪银, 等. 三层粗糙面电磁散射的矩量法研究[J]. 西安电子科技大学学报, 2013, 40(6): 147-154.
- [8] ULABY F T, MOORE R K, FUNG A K. Microwave remote sensing(active and passive) II[M]. New York: Addison Wesley, 1982.
- [9] OGILVY J A. Theory of wave scattering from random rough surface [M]. Bristol: Adam Hilger, 1991.
- [10] SULTAN-SALEM A K, TYLER G L. Validity of the Kirchhoff approximation for electromagnetic wave scattering from fractal surfaces [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(9): 1860-1870.
- [11] LIN N, LEE H P, LIM S P. Wave scattering from fractal surfaces[J]. Journal of Modern Optics, 1995, 42(1): 225-241.
- [12] JAGGARD D L, SUN X G. Scattering from fractally corrugated surfaces [J]. Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science and Vision, 1990, 7(6): 1131-1139.
- [13] LEUNG T, JIN A K, KUNG H D. Scattering of electromagnetic waves (numerical simulations) [M]. New York: Wiley-Interscience, 2001.
- [14] GIUSEPPE R, PABLO B S, ANTONIO I. Measurement of the electromagnetic field backscattered by a fractal surface for the verification of electromagnetic scattering models [J]. IEEE Trans on GRS, 2010, 48(4): 1777-1779.

(编辑 魏希柱)