DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201605064

负载不确定的柔性机械臂自适应自抗扰控制

刘延芳[1,2], 刘 宏[1], 孟 瑶[3]

(1. 机器人系统与技术国家重点实验室(哈尔滨工业大学), 哈尔滨 150001;2. 哈尔滨工业大学 航天工程系, 哈尔滨 150001;
3. 上海宇航系统工程研究所,上海 201109)

摘 要: 为解决末端具有不确定负载的柔性机械臂的位置控制问题,设计了自适应自抗扰控制器. 采用奇异摄动理论将多柔性连杆机械臂动力学系统分解为快时标和慢时标两个子系统. 针对快时标子系统设计线性二次型控制器,用于快速抑制柔性连杆的振动,将快时标状态变量转移到慢流形上;针对慢时标子系统,设计自抗扰控制器,用于跟踪期望角度. 针对末端负载的不确定性,采用迭代最小二乘算法估计末端负载的质量,并在自抗扰控制器中进行补偿. 结果表明:末端负载的不确定量达到预估负载质量的200%时,在15 rad/s 范围内,角度控制的均方差0.08 rad,明显优于不对末端负载进行补偿的情况. 在末端负载和机械臂运动速度都发生变化时,所提出的自适应自抗扰控制器具有一定的鲁棒性.

关键词: 多柔性连杆机械臂;自抗扰控制;负载不确定性;自适应控制;迭代最小二乘算法

中图分类号: TP244 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2017)07-0012-08

Adaptive active disturbance rejection control of flexible manipulators with uncertain payload

LIU Yanfang[1,2], LIU Hong, MENG Yao[3]

(1. State Key Laboratory of Robotics and System (Harbin Institute of Technology), Harbin 150001, China;
2. Dept.of Aerospace Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
3. Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201109, China)

Abstract: An adaptive active disturbance rejection control is proposed for flexible manipulators with uncertain payload. The two-time scale model of the multiple-flexible-link manipulator is derived via singular perturbation technique. For the fast subsystem, a linear quadratic regulator controller is designed. It depresses the oscillation of flexible links and drives the states to the slow manifold quickly. For the slow subsystem, an adaptive active disturbance rejection controller is proposed to track the desired angular position. A recursive least-squares algorithm is utilized to estimate the payload mass and compensate for the uncertainty. Simulation results show that the mean squire error is less than 0.08 rad even when the payload uncertainty up to 200% of the pre-estimation of the payload mass, which is superior to the case without compensation for the payload uncertain. Thus, the proposed control scheme guarantees a robust performance in presence of uncertain payload and under different maneuver speeds.

Keywords: multiple-flexible-link manipulator; active disturbance rejection control; payload uncertainty; adaptive control; recursive least-squares

多柔性连杆机械臂(multiple-flexible-link manipulator, MFLM)由于具有质量轻、惯量低等优点,在未来空间站建设、空间操控和在轨服务等任务中担任着重要的角色[1-4],同时也是实现装备制造等产业智能化的重要设备[5-6]. 然而,机械臂运动过程中,臂杆的柔性导致振动,影响定位精度;刚体运动与结构振动高度耦合,呈现出强非线性;关节驱动力矩需要同时实现关节转动和振动控制,属于欠驱动系统;负载随着任务不同而不同,存在不确定性. 本文针对采用柔性臂杆的机械臂的角度运动和振动抑制的控制器设计问题开展研究.

内外环的控制器设计是柔性机械臂常用的控制器设计方法. 内环通过臂杆弯曲反馈消除其振动,外环采用角度反馈跟踪期望轨迹. 比例微分(proportional derivative, PD)、比例微分积分(proportional integral derivative, PID)、自适应算法、积分阻抗技术、广义比例积分等被广泛用于内环和外环的控制器设计[7-9];基因学习算法[10]、逆模型控制[11]、力控制[12]、采用压电元件的主动振动控制[13]、H_∞ 控制[14]等也都在 MFLM 的控制上得到了

收稿日期: 2016-05-16
基金项目: 中国博士后科学基金(2014M560255);机器人技术与系统国家重点实验室开放研究项目(SKLRS-2013-ZD-05);黑龙江省博士后基金(LBH-Z14107)
作者简介: 刘延芳(1986—),男,博士,讲师;
刘 宏(1966—),男,长江学者特聘教授,博士生导师
通信作者: 刘延芳,lyf04025121@126.com

一定的应用. 由于结构振动相对于关节的刚体转动要快很多，采用奇异摄动理论将整个复杂系统分解为快时标和慢时标两个相对简单的子系统，在柔性关节[15-18]、柔性臂杆[19-21]等机械臂的控制中得到了应用. 考虑到很难获得 MFLM 的精确动力学模型，自抗扰控制（active disturbance rejection control, ADRC）[21-23]通过扩张状态观测器（extended state observer, ESO）扩展一个状态实现对内部和外部干扰的估计和补偿，采用反馈控制器实现一定的鲁棒性能. ADRC 通过质量矩阵可以实现系统的自解耦. 但是，末端负载的不确定性导致质量矩阵的不确定，引起 ADRC 的性能下降. 频域辨识和模态滤波器广泛用来解决柔性连杆机械臂末端负载的不确定性[24-26].

本文在对 MFLM 系统进行时标分解的基础上，内环快时标子系统采用线性二次型（linear quadratic regulator, LQR）控制器，实现振动的快速抑制；外环慢时标子系统设计了 ADRC 控制器，同时采用迭代最小二乘（recursive least-squares, RLS）算法实现对末端负载的估计和补偿.

1　系统建模

如图 1 所示，MFLM 具有 n 个柔性连杆、n 个关节和 1 个末端负载. 臂杆 i 的长度为 l_i，密度为 ρ_i，刚度为 E_{l_i}；关节 i 的驱动力矩为 τ_i，角位置记作 θ_i. 关节认为是集中质量，转动惯量等效到臂杆上，末端负载的质量为 m_i. 采用 Euler-Lagrange 方法和假设模态法[21,25]，得到 MFLM 的动力学模型为

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{K}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}\\ \boldsymbol{q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})$ 为质量矩阵，$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 为阻尼力矩矩阵，$\boldsymbol{K}$ 为刚度矩阵，$\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n]$ 为角位置矢量，$\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{q}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{q}_n^{\mathrm{T}}]$，$\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}=[q_{i1},q_{i2},\cdots,q_{im}]$ 表示连杆 i 的模态坐标矢量，q_{ij} 为连杆 i 的第 j 阶模态坐标，$\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}=[\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_n]$ 为输入力矩矢量.

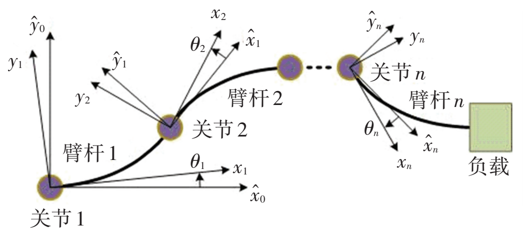

图 1　MFLM 示意

Fig.1　Structure of MFLM

把质量矩阵 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})$ 及其逆矩阵 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 进行分解

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{\theta\theta}&\boldsymbol{M}_{\theta q}\\ \boldsymbol{M}_{\theta q}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{M}_{\theta q}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{\theta\theta}&\boldsymbol{N}_{\theta q}\\ \boldsymbol{N}_{\theta q}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{N}_{\theta q}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{\theta}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\\ \boldsymbol{H}_{q}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\end{bmatrix},$$

式(1)可以进一步表示为

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{N}_{\theta\theta}(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{H}_{\theta})-\boldsymbol{N}_{\theta q}(\boldsymbol{K\theta}+\boldsymbol{H}_{q}),$$

$$\ddot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{N}_{\theta q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{H}_{\theta})-\boldsymbol{N}_{qq}(\boldsymbol{K\theta}+\boldsymbol{H}_{q}).$$

选择摄动参数为

$$\mu^{-1}=\sqrt{\mu_{\min}(\boldsymbol{N}_{qq,0}\boldsymbol{K})},$$

其中 $\boldsymbol{N}_{qq,0}=\boldsymbol{N}_{qq}|_{q=0}$，$\mu_{\min}(\boldsymbol{N}_{qq,0}\boldsymbol{K})$ 表示 $\boldsymbol{q}=0$ 且 $\boldsymbol{\theta}$ 在给定的运动范围内变化时矩阵 $(\boldsymbol{N}_{qq}\boldsymbol{K})$ 的最小特征值. 利用因子 μ^2 对 $\boldsymbol{K}$ 进行正则化 $\widetilde{\boldsymbol{K}}=\mu^2\boldsymbol{K}$，同时定义 $z=\boldsymbol{q}/\mu^2$，将系统(1)分解为

$$\begin{cases}\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{N}_{\theta\theta}[\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{H}_{\theta}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\mu^2 z,\mu^2\dot{z})]-\\ \qquad \boldsymbol{N}_{\theta q}[\widetilde{\boldsymbol{K}}z+\boldsymbol{H}_{q}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\mu^2 z,\mu^2\dot{z})],\\ \mu^2\ddot{z}=\boldsymbol{N}_{\theta q}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{H}_{\theta}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\mu^2 z,\mu^2\dot{z})]-\\ \qquad \boldsymbol{N}_{qq}[\widetilde{\boldsymbol{K}}z+\boldsymbol{H}_{q}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\mu^2 z,\mu^2\dot{z})].\end{cases}\tag{2}$$

将 $\mu=0$ 代入并整理，得到慢时标子系统为

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}}=-\boldsymbol{M}_{\theta\theta,\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\theta,\mathrm{s}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}},\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}},0,0)+\boldsymbol{M}_{\theta\theta,\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}.\tag{3}$$

下标‘s’表示慢时标子系统的物理量.

在获得快时标系统时，认为慢时标系统的物理量为常量，定义快时标子系统变量为 $z_{\mathrm{f}}:=z-z_{\mathrm{s}}$，控制量为 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}:=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$，式(2)中快时标子系统可以写为

$$\frac{\mathrm{d}^2 z_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}\sigma^2}=\boldsymbol{N}_{\theta q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{N}_{qq}\widetilde{\boldsymbol{K}}z_{\mathrm{f}}.$$

其中 $\sigma=t/\mu$ 为快时标标度.

2　控制器设计

图 2 给出了控制器结构示意图，控制力矩为

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}.$$

其中，慢时标控制量 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$ 通过 ADRC 控制器给出，快时标控制量 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}$ 通过 LQR 控制器给出，末端负载的质量通过 RLS 算法估计并反馈至 ADRC 控制器.

2.1　末端负载的估计

考虑到末段负载的不确定性，将质量矩阵重新表达为两部分

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})=\boldsymbol{M}_0(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})+\boldsymbol{C}_M(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})m_n.\tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{M}_0(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})$ 为确定的部分，$\boldsymbol{C}_M(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})$ 为不确定负载 m_n 的贡献系数，是与 m_n 无关的量. 同理，$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 表达为

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{H}_0(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{C}_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})m_n.$$

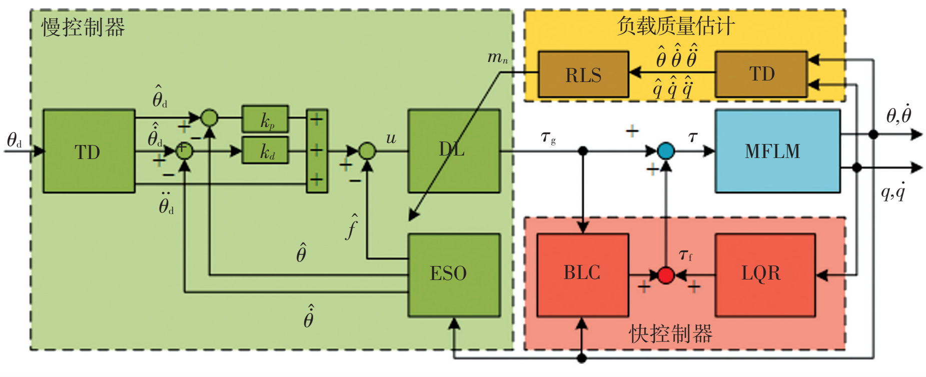

图 2　控制器结构示意图(DL：解耦器，BLC：边界层修正)

Fig.2　Composite control scheme DL：Decoupling Law，BLC：Boundary Layer Correction

将式 4)–5)带入到式(1)中可得

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} m_n = \boldsymbol{\eta},$$

其中：

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_M(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{C}_H(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}),$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}\\ 0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{K}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}\\ \boldsymbol{q}\end{bmatrix} - \boldsymbol{H}_0(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) - \boldsymbol{M}_0(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{q})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}.$$

考虑到在某些情况下，$\boldsymbol{\Phi}\approx 0$，同时为了充分利用旧数据信息，采用迭代最小二乘算法估计负载质量

$$\hat{m}_{n,k} = \hat{m}_{n,k-1} + \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{\eta}_k - \boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}\hat{m}_{n,k-1}),$$

$$\boldsymbol{G}_k = P_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}P_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k)^{-1},$$

$$P_k = (1 - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}})P_{k-1}.$$

在应用中，角度信息可以通过编码器测得，臂杆弯曲信息可以通过应变片测量，对于角度的导数和各阶模态坐标需要通过估计得到. 这里采用跟踪微分器(tracking differentiator, TD)：

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \dot{x}_2 = fh(x_1 - u, x_2, r, h_0).\end{cases}$$

式中：x_1、x_2 是状态变量，u 是控制输入，h_0 和 r 分别是滤波因子和速度因子，$fh(x_1,x_2,r,h_0)$ 定义如下：

$$d = rh_0;$$

$$d_0 = h_0 d;$$

$$y = x_1 + h_0 x_2;$$

$$a_0 = \sqrt{d^2 + 8r|y|};$$

$$a = \begin{cases}x_2 + 0.5(a_0 - d)\operatorname{sgn}(y), & |y| > d_0;\\ x_2 + y/h_0, & |y| \leqslant d_0;\end{cases}$$

$$fh = -\begin{cases}r\operatorname{sgn}(a), & |a| > d;\\ ra/d, & |a| \leqslant d.\end{cases}$$

2.2　外环自抗扰控制器

慢时标子系统(3)可以表达为

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{f}(\cdot) + \boldsymbol{u}, \tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{f}(\cdot) = [f_1(\cdot)\quad f_2(\cdot)\quad \cdots\quad f_n(\cdot)]^{\mathrm{T}} = -\boldsymbol{M}_{\theta\theta,\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{H}_{\theta,\mathrm{s}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}},\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{s}},0,0)$$

表示总的干扰，包含内部不确定性和外部干扰；

$$\boldsymbol{u} = [u_1\quad u_2\quad \cdots\quad u_n]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{M}_{\theta\theta,\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}, \tag{7}$$

是虚拟控制量. 令 $x_{i1} = \theta_{i,\mathrm{s}}$、$x_{i2} = \dot{\theta}_{i,\mathrm{s}}$，则式(6)中的第 i 个子系统可以表达为状态空间的形式

$$\begin{cases}\dot{x}_{i1} = x_{i2},\\ \dot{x}_{i2} = f_i(\cdot) + u_i.\end{cases}$$

选择虚拟控制为

$$u_i = (\ddot{\theta}_{\mathrm{d}i} - \hat{x}_{i3}) + k_{\mathrm{d}i}(\dot{\theta}_{\mathrm{d}i} - \hat{x}_{i2}) + k_{\mathrm{p}i}(\theta_{\mathrm{d}i} - \hat{x}_{i1}).$$

式中：$k_{\mathrm{p}i}$ 和 $k_{\mathrm{d}i}$ 分别是比例和微分系数，$\theta_{\mathrm{d}i}$、$\dot{\theta}_{\mathrm{d}i}$、$\ddot{\theta}_{\mathrm{d}i}$ 分别是连杆 i 的期望角度、角速度和角加速度. 假设 $f_i(\cdot)$ 可微，通过扩展状态 $x_{i3} = f_i(\cdot)$，第 i 个连杆的角度、角速度和总干扰，即 $\hat{x}_{i1}$，$\hat{x}_{i2}$ 和 $\hat{x}_{i3}$ 可通过 ESO 获得：

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_{i1} = \hat{x}_{i2} - \beta_{i1}\hat{e}_i,\\ \dot{\hat{x}}_{i2} = \hat{x}_{i3} - \beta_{i2}\hat{e}_i + u_i,\\ \dot{\hat{x}}_{i3} = -\beta_{i3}\hat{e}_i.\end{cases}$$

式中：β_{i1}、β_{i2}、β_{i3} 是状态估计器增益，$\hat{e}_i = x_{i1} - \hat{x}_{i1}$ 为状态 x_{i1} 的估计误差. 通过将所有的状态估计的极点设计在 $-\omega_0$，其特征方程成为 Hurwitz 型

$$\lambda(s) = s^{2+m} + \beta_{i1}s^{2+m-1} + \cdots + \beta_{i(2+m-1)}s + \beta_{i(2+m)} = (s + \omega_0)^{2+m},$$

由此可以得到所有的增益系数.

假设状态估计是理想的，即 $\hat{x}_{i1} = \theta_i$、$\hat{x}_{i2} = \dot{\theta}_i$、$\hat{x}_{i3} = f_i(\cdot)$，可得

$$\ddot{e}_{pi} + k_{di}\dot{e}_{pi} + k_{pi}e_{pi} = 0.$$

式中，$e_{pi} = \theta_{di} - \theta_i$. 因此，设计 k_{pi} 和 k_{di}，使上述系统稳定且有期望的响应.

期望角速度和角加速度可以采用 TD 滤波器给出；为了改善系统性能，误差项 $(\hat{\dot{\theta}}_{di} - \hat{x}_{i2})$ 和 $(\theta_{di} - \hat{x}_{i1})$ 采用非线性函数 $fal(x,\alpha,\delta)$ 取代

$$fal(x,\alpha,\delta) = \begin{cases} |x|^{\alpha}\mathrm{sign}(x), & |x| > \delta; \\ \dfrac{x}{\delta^{1-\alpha}}, & |x| \leqslant \delta; \end{cases} \quad \delta > 0, 0 < \alpha < 1.$$

得到控制器为

$$u_i = (\hat{\ddot{\theta}}_{di} - \hat{x}_{i3}) + k_{di}fal(\hat{\dot{\theta}}_{di} - \hat{x}_{i2}, \alpha_{di}, \delta_{di}) + k_{pi}fal(\theta_{di} - \hat{x}_{i1}, \alpha_{pi}, \delta_{pi}).$$

根据式(7)，同时考虑到末端负载的不确定性，m_n 采用估计值替代，对应的质量矩阵记作 $\hat{\boldsymbol{M}}_{\theta\theta,s}$，因此，慢时标子系统的控制输入为

$$\boldsymbol{\tau}_s = \hat{\boldsymbol{M}}_{\theta\theta,s}\boldsymbol{u}.$$

2.3 内环 LQR 控制器

将快时标子系统表达为状态空间的形式为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_f = \boldsymbol{A}_f\boldsymbol{x}_f + \boldsymbol{B}_f\boldsymbol{u}_f.$$

其中

$$\boldsymbol{A}_f = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{N}_{qq}\widetilde{\boldsymbol{K}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{N}_{\theta q}^{T} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_f = \begin{bmatrix} z_f \\ \dfrac{dz_f}{d\sigma} \end{bmatrix}.$$

采用最优控制技术进行振动抑制，目标函数选择为

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} [\boldsymbol{x}_f^T\boldsymbol{Q}_f\boldsymbol{x}_f + \boldsymbol{\tau}_f^T\boldsymbol{R}_f\boldsymbol{\tau}_f]\,dt.$$

式中 $\boldsymbol{Q}_f$ 和 $\boldsymbol{R}_f$ 为权重系数矩阵. 采用标准的 LQR 设计，快时标系统的控制输出为

$$\boldsymbol{\tau}_f = -\boldsymbol{K}_f\boldsymbol{x}_f + \boldsymbol{K}_f\begin{bmatrix} z_s \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}.$$

其中：

$$\boldsymbol{K} = -\boldsymbol{R}_f^{-1}\boldsymbol{B}_f^T\boldsymbol{P}_f(t).$$

$\boldsymbol{P}_f$ 通过求解 Riccati 方程获得：

$$\dot{\boldsymbol{P}}_f(t) = -\boldsymbol{P}_f(t)\boldsymbol{A}_f - \boldsymbol{A}_f^T\boldsymbol{P}_f(t) + \boldsymbol{P}_f(t)\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{R}_f^{-1}\boldsymbol{B}_f^T\boldsymbol{P}_f(t) - \boldsymbol{Q}_f.$$

3 仿真研究

3.1 仿真参数

在仿真算例中，考虑具有两节柔性臂杆的机械臂，每节臂杆考虑两阶模态，相应的参数见表 1. 仿真采用 Simulink，通过四阶 Runge-Kutta 法求解，仿真步长0.000 5 s.

表 1 仿真参数

Tab.1 Simulation parameters

m_1 / kg	m_2 / kg	l_1 / m	l_2 / m	ρ_1 / (kg·m^{-1})	ρ_2 / (kg·m^{-1})	E_{I_1} / (N·m^{-2})	E_{I_2} / (N·m^{-2})
5.5	2.75	1.4	0.62	1	1	122	21.8

机械臂的操作空间为 $\{(\theta_1,\theta_2) \mid \theta_1 \in [0,2\pi], \theta_2 \in [0,2\pi]\}$，摄动参数计算为 $\mu = 0.016\,7$ s，系统的最小自然频率为 59.8 rad/s，通过将所有的极点配置在 −2.5，得到反馈增益为 $k_{di} = 5.00$ 和 $k_{pi} = 6.25$. 因此，慢时标系统的带宽为 6.2 rad/s，慢时标和快时标系统的分解是合理的. ESO 估计器的极点配置在 $\omega_0 = 20$ rad/s，使其足够快，此时估计器增益为 $\beta_1 = 3\omega_0$，$\beta_2 = 3\omega_0^2$，$\beta_3 = \omega_0^3$. TD 的参数设置为 $r_{11} = r_{12} = 3\,000$，$h_{110} = h_{120} = 0.04$，$r_{21} = 1\,500$，$h_{210} = 0.03$，$r_{22} = 2\,000$，$h_{220} = 0.04$. NPD 的参数设置为 $\alpha_{p1} = 0.3$，$\alpha_{d1} = 0.5$，$\delta_{p1} = 0.2$，$\delta_{d1} = 0.7$，$\alpha_{p2} = 0.2$，$\alpha_{d2} = 0.4$，$\delta_{p2} = 0.2$ 和 $\delta_{d2} = 0.9$. LQR 的权系数矩阵选择为

$$\boldsymbol{Q}_f = \mathrm{diag}(100,10,10,10,10,10,10,10),$$
$$\boldsymbol{R}_f = \mathrm{diag}(100,10).$$

机械臂的运动轨迹设计为

$$\theta_i = \begin{cases} \dfrac{a_i}{2}\left[\sin(\omega_i t - \dfrac{\pi}{2}) + 1\right], & \omega_i t \leqslant \pi; \\ a_i, & \omega_i t > \pi; \end{cases} \quad i = 1,2.$$

其中 a_i 和 ω_i 为期望的最终角位置和转动速度.

3.2 末端负载的估计性能

RLS 参数设置为 $P_0 = 2\,000$ 和 $m_{p0} = m_2$，其中 m_2 是预估负载质量. 真实的负载质量为 8.25 kg，因此，负载的不确定量为 $\Delta M_p = 2m_2 = 5.5$ kg. 末端负载估计器的性能如图 3 所示.

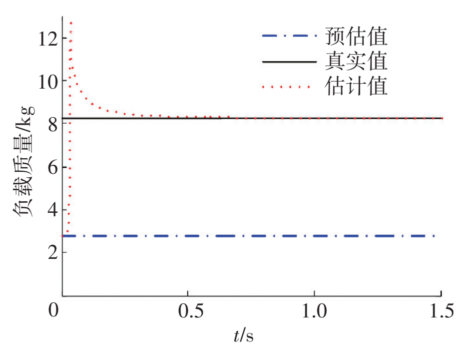

图 3 对末端负载的估计性能

Fig.3 Estimation of mass of the unknown payload

其中黑色实线表示真实的负载质量，蓝色点划线表示预估负载质量，红色点线为负载估计器估计得到的负载质量. 从图 3 中可以看出，负载估计器以预估负载质量作为估计初值，当负载不确定量较大时，初始误差比较大，但估计值会向负载真值方向迅速变化，出现短暂的超调，并快速收敛到真值，收

敛到 5%误差的时间<0.2 s. 出现较大超调的主要原因是:运动初始阶段,关节转动的角度和角速度、臂杆振动的模态坐标值都很小, $\boldsymbol{\Phi} \approx 0$, 对负载质量的估计近似奇异,误差较大. 通常,为了避免激起臂杆的振动,机械臂操纵负载机动的过程很缓慢,因此,可以认为负载估计收敛速度足够快.

3.3 小末端负载不确定时的性能

当末端负载的不确定性比较小时, 如 $\Delta M_{\mathrm{p}} = 0.2m_2 = 0.55$ kg, 系统的响应如图 4 所示. 其中,设计轨迹参数为 $\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s、$a_1 = \pi/3$ rad、$a_2 = \pi/4$ rad. 为了方便, AADRC 和 ADRC 分别表示 ADRC 控制器中采用和没采用 RSL 算法估计负载质量并进行补偿. 作为对比,仿真中同时给出文献[15]中的计算力矩控制器(Computed torque controller, CTC)的响应. 从图 4 中可以看出,如果负载的不确定性比较小,AADRC 和 ADRC 的性能基本一致. 这主要是由于 ADRC 控制器本身就有一定的干扰抑制能力. 采用 CTC 时, θ_1 和 θ_2 都出现了明显的超调,且稳定时间较长.

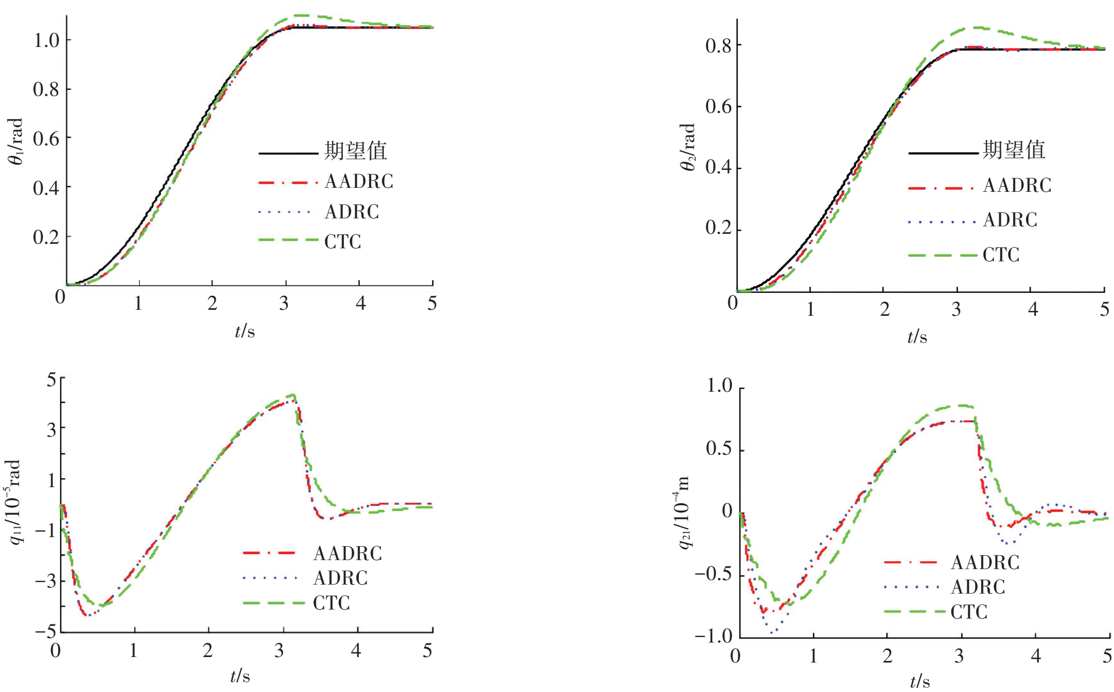

图 4 角度跟踪响应($\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s, $\Delta M_{\mathrm{p}} = 0.55$ kg)

Fig.4 Tracking performance ($\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s, $\Delta M_{\mathrm{p}} = 0.55$ kg)

当机械臂的运动速度增加时, 如 $\omega_1 = \omega_2 = 5$ rad/s, 第 1 节连杆的响应基本一致,而第 2 节连杆的响应却明显不同. 从图 5 中可以看到,采用 ADRC 时, θ_2 的超调量大于采用 AADRC 的,振动衰减的速度也比较慢. 进一步比较图 4 和图 5,机械臂运动速度的增加也导致了角度的超调量的增加. 采用 CTC 时, θ_1 和 θ_2 的超调也随着角速度增加而增加.

3.4 大末端负载不确定时的性能

当末端负载不确定量增加时,如 $\Delta M_{\mathrm{p}} = 5.5$ kg, 系统的响应如图 6 所示. 即使是在机械臂低速运动时($\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s), 第 2 节臂杆的响应也明显不同. 在对末端负载进行估计和补偿后, θ_2 迅速趋于稳定. 如果只采用 ADRC,则 θ_2 存在明显的振荡. 但是,末端负载不确定性的增加对第 1 节臂杆的影响很小. 负载不确定性的增加也导致 CTC 的性能恶化,特别是 θ_2, 超调量达到了 30%.

如果机械臂的运动速度增加,单独采用 ADRC 的响应性能更加恶化, 如图 7 所示. 比较图 6 和图 7,采用 ADRC 控制,在负载不确定增加时,随着机械臂运动速度的增加, θ_1 的响应也明显的不同. 如果负载质量不确定性得到补偿,机械臂速度增加对系统性能没有明显影响. 采用 CTC 时, θ_2 的响应性能也进一步恶化,然而 θ_1 并没有出现超调,但相比于其他两个控制器,有一定的滞后,这说明在这样的参数下,关节 1 的控制器构成了欠阻尼系统.

3.5 不同速度下系统响应分析

在不同速度下,系统响应随着负载不确定性的变化见图 8. 其中, $\omega = \omega_1 = \omega_2 \in [1,2,3,4,5]$ rad/s, $\Delta M_{\mathrm{p}} = 0.2k$ kg, $k = 1,2,\cdots,10$. 均方差(mean square error)定义为

$$\mathrm{MSE}(x) = \sqrt{\frac{1}{t_{\mathrm{f}}}\int_0^{t_{\mathrm{f}}} (x_{\mathrm{d}} - x)^2 \mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_N (x_{\mathrm{d}} - x)^2},$$

其中，t_f 是仿真时长，N 是采样数量. 从图中可以看出,无论采用 AADRC、ADRC,还是 CTC，θ_1 和 θ_2 的均方差都随 ω 增加而增加. 这主要是由于随着运动速度的增加,超调量也增加. 采用 ADRC，θ_1 的均方差随着负载不确定性的增加并不明显，θ_2 的均方差变化显著,特别是运动速度较大时. 采用 CTC 时,在负载质量不确定度较小时，θ_1 的均方差比采用 ADCRC 和 AADRC 时大,但随着负载不确定性的增加而减小,在负载不确定性较大时,其性能优于 ARDC,但不如 AADRC；θ_2 的均方差随着负载不确定性的增加迅速增加,增速比 ADRC 略缓. 总体看来，在负载质量得到估计和补偿，即采用 AADRC 时,系统响应对负载的变化和速度变化具有鲁棒性.

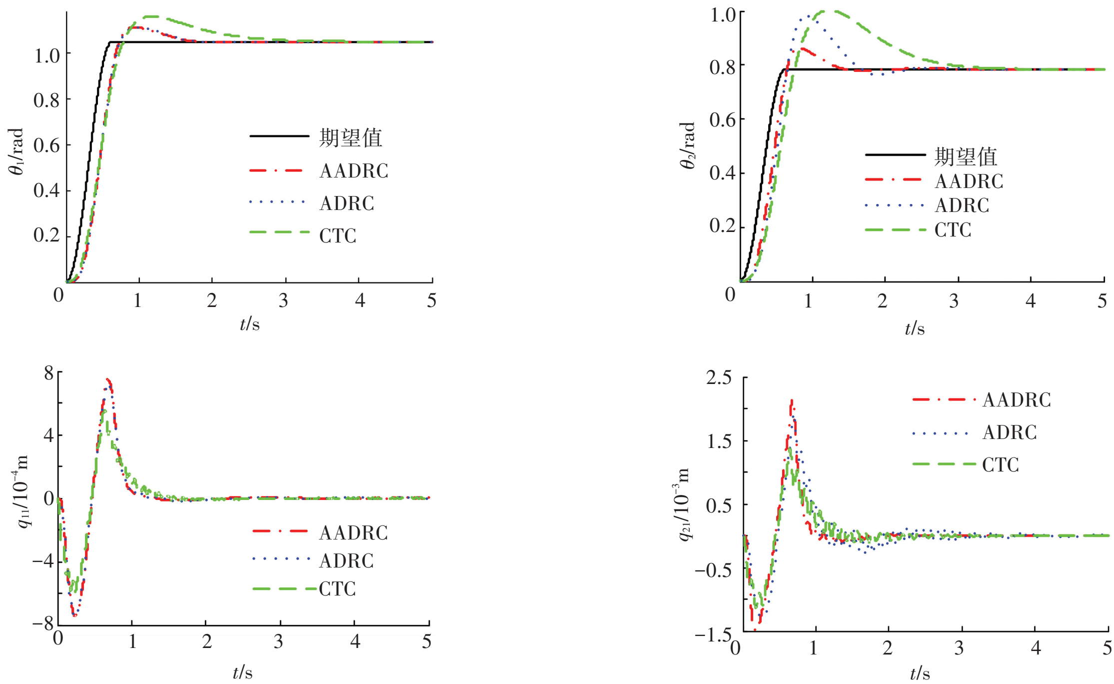

图 5　角度跟踪响应($\omega_1=\omega_2=5$ rad/s, $\Delta M_p=0.55$ kg)

Fig.5　Tracking performance ($\omega_1 = \omega_2 = 5$ rad/s, $\Delta M_p = 0.55$ kg)

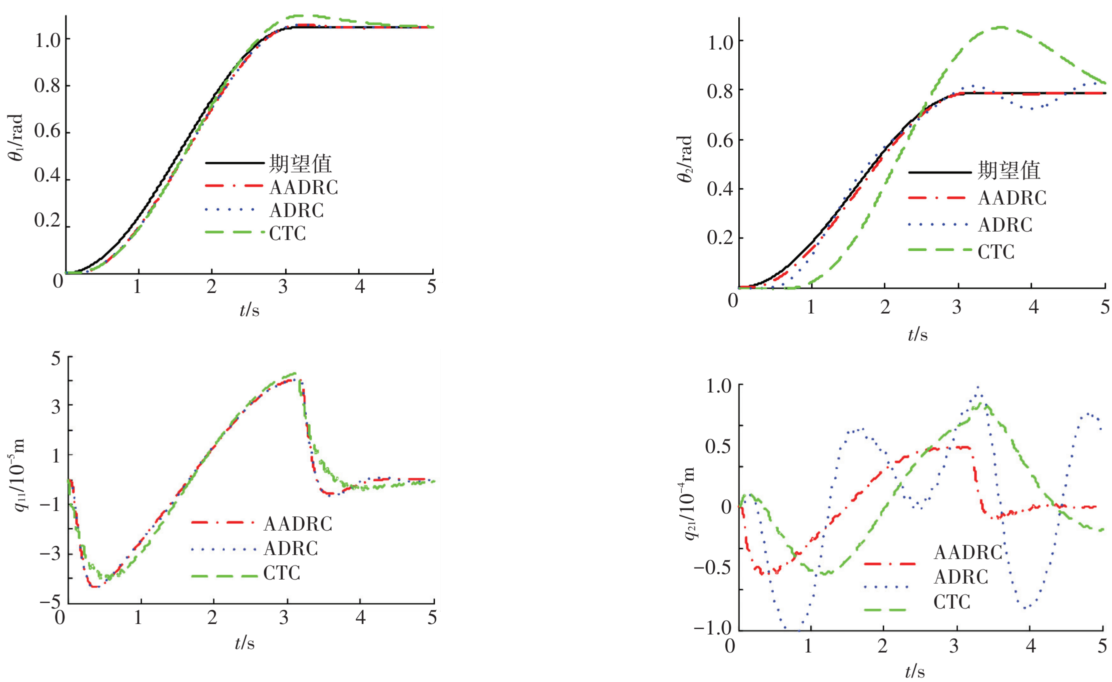

图 6　角度跟踪响应($\omega_1=\omega_2=1$ rad/s, $\Delta M_p=5.5$ kg)

Fig.6　Tracking performance ($\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s, $\Delta M_p = 5.5$ kg)

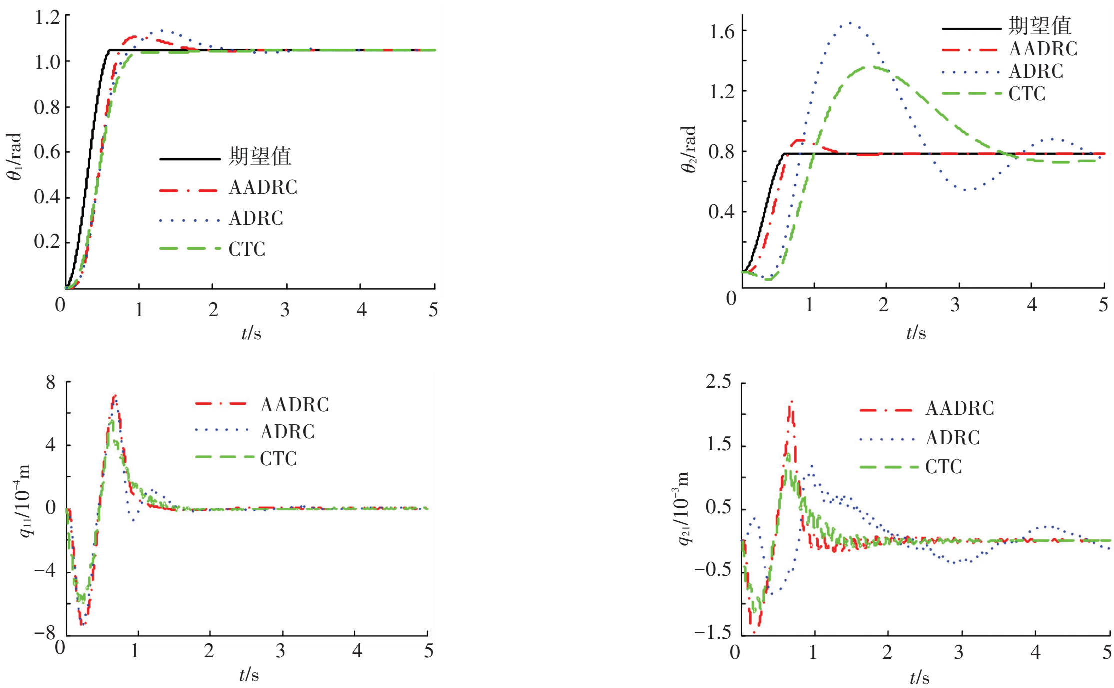

图 7 角度跟踪响应($\omega_1=\omega_2=5$ rad/s, $\Delta M_p=5.5$kg)

Fig.7 Tracking performance ($\omega_1 = \omega_2 = 5$ rad/s, $\Delta M_p = 5.5$ kg)

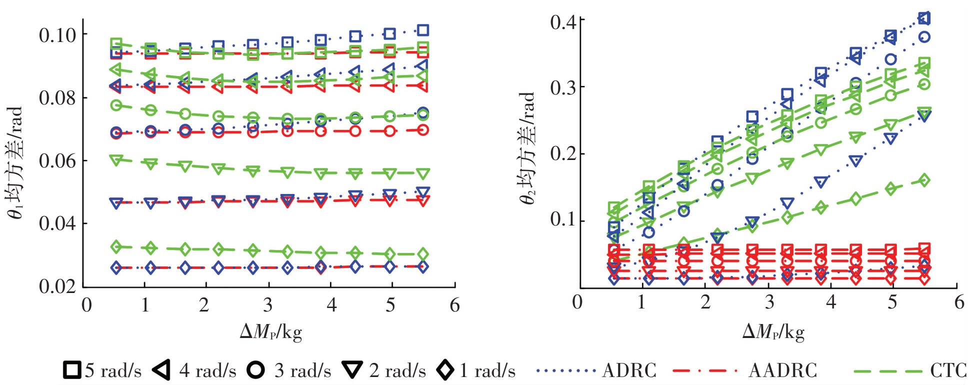

图 8 不同速度下的跟踪响应

Fig.8 Summary of tracking performance at different maneuver speeds

4 结 论

1)针对多柔性臂杆机械臂的控制问题,本文提出了一种新的控制器结构. 首先采用奇异摄动理论将系统分解为快时标和慢时标两个子系统. 慢时标子系统采用自适应自抗扰控制,快时标子系统采用线性二次型控制器.

2)自适应自抗扰控制器采用微分跟踪器获得期望角度的角速度和角加速度,采用状态扩张估计器获得估计真实的角速度和角加速度及干扰,采用迭代最小二乘算法估计负载的不确定性,采用非线性比例微分控制器保证系统的鲁棒性.

3)仿真结果表明,无论采用 AADRC,还是采用 ADRC,末端负载的不确定性对臂杆振动和关节转动的控制精度的影响随关节转动速度的增加而变得更加明显. 关节 2 的转动角度控制精度和臂杆 2 的振动受末端负载的不确定性的影响比关节 1 和臂杆 1 更为明显.

4)采用迭代最小二乘算法估计负载的不确定性并进行补偿后,AADRC 相比于 ADRC,对末端负载不确定性的变化和关节转动速度的变化都具有更好的鲁棒性.

参考文献

[1] 贺亮, 王有峰, 吴蕊, 等. 空间机器人多臂精准协同控制技术[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(9):107-112.
HE Liang, WANG Youfeng, WU Rui, et al. Precision synergy control technology for multi-arm space robots[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(9): 107-112.

[2] 居鹤华, 冷舒. 利用虚拟传感器的巡视器机械臂碰撞检测算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(1): 58-65.
JÜ Hehua, LENG Shu. A collide detection algorithm based on virtual sensors of lunar rover manipulator[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(1): 58-65.

[3] CORNELIA A, JOHN D, THOMAS C J. Flexible multi-body dynamic modeling of a Tendon-Actuated Lightweight In-Space MANipulator (TALISMAN)[C]// AIAA SPACE 2015 Conference and Exposition. Pasadena: AIAA Press, 2015: AIAA 2015-4629. DOI: 10.2514/6.2015-4629.

[4] JARZEBOWSKA E, PIETRAK K. Constrained mechanical systems modeling and control: a free-floating space manipulator case as a multi-constrained system[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2014, 62(10):1353-1360. DOI: 10.1016/j.robot.2014.04.004.

[5] 刘伊威，王滨，姚郁，等. 乒乓球机器人手臂及其击球策略[J]. 哈尔滨工业大学学报，2013，45(3):33-38.
LIU Yiwei, WANG Bin, YAO Yu, et al. Dexterous robot arm for table tennis and hitting strategy[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(3): 33-38.

[6] 闫继宏，郭鑫，刘玉斌，等. 一种模块化机械臂的设计与运动学分析[J]. 哈尔滨工业大学学报，2015，47(1):20-25.
YAN Jihong, GUO Xin, LIU Yubin, et al. The design and kinematic analysis of a modular manipulator[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(1): 20-25.

[7] TSO S, YANG T, XU W, et al. Vibration control for a flexible-link robot arm with deflection feedback[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2003, 38(1): 51-62. DOI:10.1016/S0020-7462(01)00040-3.

[8] PEREIRA E, APHALE S S, FELIU V, et al. Integral resonant control for vibration damping and precise tip-positioning of a single-link flexible manipulator[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(2): 232-240. DOI: 10.1109/TMECH.2009.2039713.

[9] MORALES R, FELIU V, JARAMILLO V. Position control of very lightweight single-link flexible arms with large payload variations by using disturbance observers[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2012, 60(4): 532-547. DOI:10.1016/j.robot.2011.11.016.

[10] SHARMA K S, SUTTON R, TOKHI O M. Local model and controller network design for a single-link flexible manipulator[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2014, 74(3/4): 605-623. DOI: 10.1007/s10846-013-9847-1.

[11] VAKIL M, FOTOUHI R, NIKIFORUK P. Causal end-effector inversion of a flexible link manipulator[J] Mechatronics, 2009, 19(7): 1197-1210. DOI:10.1016/j.mechatronics.2009.03.010.

[12] PAYO I, FELIU V, CORTAZAR D O. Force control of a very lightweight single-link flexible arm based on coupling torque feedback[J]. Mechatronics, 2009, 19(3): 334-347. DOI:10.1016/j.mechatronics.2008.10.003.

[13] GURSES K, BUCKHAM B J, PARK E J. Vibration control of a single-link flexible manipulator using an array of fiber optic curvature sensors and PZT actuators[J]. Mechatronics, 2009, 19(2): 167-177. DOI:10.1016/j.mechatronics.2008.09.005.

[14] PARK H W, YANG H S, PARK Y P, et al. Position and vibration control of a flexible robot manipulator using hybrid controller[J]. Robotics and Autonomous Systems, 1999, 28(1): 31-41. DOI: 10.1016/S0921-8890(99)00027-5.

[15] SUBUDHI B, MORRIS A S. Singular perturbation approach to trajectory tracking of flexible robot with joint elasticity[J]. International Journal of Systems Science, 2003, 34(3): 167-179. DOI:10.1080/0020772031000135450.

[16] KHORASANI K. Adaptive control of flexible-joint robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1992, 8(2): 250-267. DOI: 10.1109/70.134278.

[17] SPONG M, KHORASANI K, KOKOTOVIC P. An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 291-300. DOI: 10.1109/JRA.1987.1087102.

[18] GHORBEL F, SPONG M. Integral manifolds of singularly perturbed systems with application to rigid-link flexible-joint multibody systems [J] International Journal of Non-Linear Mechanics, 2000, 35(1): 133-155. DOI:10.1016/S0020-7462(98)00092-4.

[19] VAKIL M, FOTOUHI R, NIKIFORUK P. Maneuver control of the multilink flexible manipulators[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2009, 44(8): 831-844. DOI:10.1016/j.ijnonlinmec.2009.05.008.

[20] SICILIANO B, PRASAD J, CALISE A. Output feedback two-time scale control of multilink flexible arms[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1992, 114(1): 70-77. DOI: 10.1115/1.2896509.

[21] SUBUDHI B, MORRIS A. Dynamic modelling, simulation and control of a manipulator with flexible links and joints[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2002, 41(4): 257-270. DOI:10.1016/S0921-8890(02)00295-6.

[22] PRZYBYLA M, KORDASZ M, MADONSKI R, et al. Active disturbance rejection control of a 2d of manipulator with significant modeling uncertainty[J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, 2012, 60(3): 509-520. DOI: 10.2478/v10175-012-0064-z.

[23] BECEDAS J, TRAPERO J, FELIU V, et al. Adaptive controller for single-link flexible manipulators based on algebraic identification and generalized proportional integral control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2009, 39(3): 735-751. DOI: 10.1109/TSMCB.2008.2008905.

[24] CHU Zhongyi, CUI Jing, SUN Fuchun. Fuzzy adaptive disturbance-observer-based robust tracking control of electrically driven free-floating space manipulator[J]. IEEE Systems Journal, 2014, 8(2):343-352. DOI: 10.1109/JSYST.2012.2220171.

[25] CAI Guoping, LIM C. Optimal tracking control of a flexible hub-beam system with time delay[J]. Multibody System Dynamics, 2006, 16(4): 331-350. DOI: 10.1007/s11044-006-9029-z.

[26] DWIVEDY S, EBERHARD P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(7): 749-777. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2006.01.014.

（编辑　杨　波）