DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201612083

采用宽窄巷结合的LAMBDA解算方法的北斗多频差分定位技术

梁　宵[1]，黄智刚[1]，秦红磊[1]，姚彦鑫[2]，王东东[1]，杨碧毵[1]

(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院,北京 100191;2. 北京信息科技大学 信息与通信工程学院, 北京 100010)

摘　要: 目前,常用的多频整周模糊度解算方法有TCAR (Three-Carrier Ambiguity Resolution)、CIR (Cascading Integer Resolution)和LAMBDA(Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment)这3种. 其中TCAR和CIR方法均利用载波相位的宽巷组合易于整周模糊度解算和窄巷组合可减小噪声的特点进行整周模糊度的解算. 但是它们的整周模糊度解算性能相对于LAMBDA而言较弱,而且需要预设相关矩阵. 针对这一问题,本文提出一种宽窄巷结合的LAMBDA整周模糊度解算方法用于北斗多频的差分定位. 该方法在采用LAMBDA算法的基础上,充分利用宽巷组合和窄巷组合的特点,通过使用宽巷组合快速有效解算出的整周模糊度来约束窄巷组合求得的整周模糊度,以达到整周模糊度的快速准确解算的目的,同时通过窄巷组合定位模型的低噪声特点实现较高的定位精度,可有效的提高北斗多频差分定位中整周模糊度的解算效率和定位解算的精度. 本文通过在北京航空航天大学楼顶的实际测试数据进行验证. 结果表明,采用北斗三频进行定位解算时,宽窄巷结合的LAMBDA整周模糊度解算方法能在比窄巷组合收敛时间减小一半的情况下,实现与窄巷组合相同的3mm定位精度.

关键词: 北斗卫星导航系统;宽窄巷结合;最小二乘降相关平差; 整周模糊度;差分定位;多频

中图分类号: V249. 3　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 0367-6234(2017)11-0046-06

Multi-frequency Beidou differential positioning using combination of wide and narrow lane for LAMBDA resolution

LIANG Xiao[1], HUANG Zhigang[1], QIN Honglei[1], YAO Yanxin[2], WANG Dongdong[1], YANG Bisan[1]

(1.School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2.School of Information and Communication Engineering, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100010, China)

Abstract: Until recently, TCAR (Three-Carrier Ambiguity Resolution), CIR (Cascading Integer Resolution) and LAMBDA (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment) are the wildly used method for integer ambiguity resolution. TCAR and CIR, both taking advantages of the wide-lane combination which is easier to fix the integer ambiguity, and the narrow-lane combination which can reduce the noise more efficiently, are currently used as two common integer ambiguity resolutions. However, either TCAR or CIR performs a lower probability of resolution success in comparison with LAMBDA, even requires a pre-set admissible ambiguity transformation. To deal with this problem, a method based on a combination of wide and narrow lane LAMBDA integer ambiguity resolution, in terms of Beidou differential positioning problem, is proposed. On the basis of LAMBDA, this method employs the advantages of both the wide-lane combination and the narrow-lane combination. In this method, the integer ambiguity of narrow-lane combination is constrained by using the wide-lane combinations, which conducts a fast integer ambiguity resolution, while a high accuracy positioning is obtained by using the narrow combination, which suffers low noisy affect. The performance of the method was evaluated in a test site on the roof of Beihang University using tri-frequency data from BeiDou. The result shows that this method can achieve a 3 mm positioning accuracy at a shorter convergence time when compared with the convergence time of narrow-lane combination.

Keywords: BeiDou; wide-lane and narrow-lane combination; Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment (LAMBDA); integer ambiguity; differential positioning; multi-frequency

卫星导航在高精度定位领域的应用越来越广泛,差分定位技术更是成为高精度定位的重要方法. 单一频段的卫星导航信号由于观测量较少,使得其无论在整周模糊度的解算上还是在周跳的修复上,都存在可靠性和精度较低的问题. 多频段的信号可增加观测量的冗余度,从而进一步提高卫星导航定

收稿日期: 2016-12-15
基金项目: 国家自然科学基金(61302073)
作者简介: 梁　宵(1991—),女,博士研究生;
黄智刚(1962—),男,教授,博士生导师
通信作者: 姚彦鑫,yanxin_buaa@126.com

位系统的可靠性和精度. 随着北斗卫星导航系统的不断完善,北斗卫星导航系统可为用户提供 B1/B2/B3 共 3 个频点的高精度伪距和载波观测值.

以往的基于多频的研究主要集中在对多频组合系数的探讨[1-3]和对周跳的探测、修复上[4-6]. 对整周模糊度的多频解算大多都是基于 Jung 提出的 CIR 方法[7]和 Forssell 等提出的 TCAR 方法[8]:从宽巷测量值的整周模糊度比窄巷测量值的整周模糊度更容易解算的事实出发,通过多频观测值进行线性组合;从最宽巷组合到最窄巷组合逐级求出各组合的整周模糊度. 但是 CIR 和 TCAR 方法都需要预先设定去相关矩阵,而且整周模糊度的解算成功率总是低于 LAMBDA 算法的解算成功率[9-10]. 所以,本文提出一种新的基于 LAMBDA 算法的宽窄巷解算整周模糊度方法. 在通过 LAMBDA 算法保证解算成功率的同时,充分利用宽巷解算整周模糊度的快速,以及窄巷载波相位测量误差小的特点,实现快速收敛和高精度的定位.

1　数学模型

本文采用华裔学者 Chang Xiaowen 所提的单差正交模型[11-12]作为基线向量求解的基本模型,与双差模型不同的是其采用 Householder 变换削减钟差项 β_{AB}^{φ},该方法不会使观测向量各个分量之间引入互相关,同时双差整周模糊度向量依然可获得.

下图为高精度差分定位示意图.

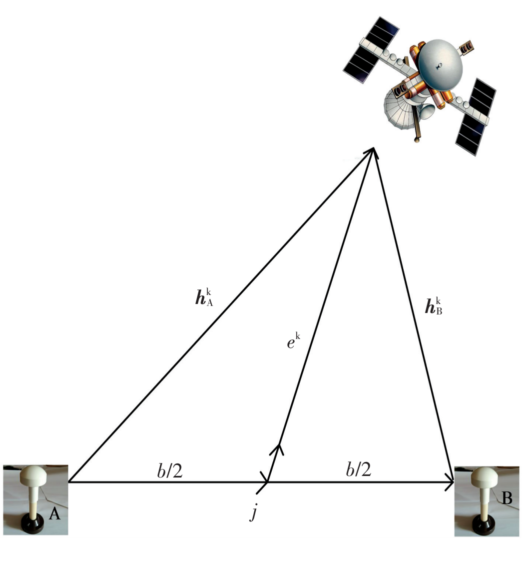


图 1　高精度差分定位示意

Fig.1　High-precision differential positioning diagram

基站为 A,移动站为 B,A 的位置是由长时期的测绘得到的精确坐标,要得到 B 的准确位置,则需求出基线向量 $\boldsymbol{b}$. 其关于卫星 k 在 L_i 波段的单差载波相位观测方程为

$$\lambda_i(\varphi_{i,AB}^k + N_{i,AB}^k) = r_{AB}^k + c(\delta t_A - \delta t_B) + v_{i,AB}^k. \quad (1)$$

式中:$\varphi_{i,AB}^k$ 是 A、B 两个天线到卫星 k 的载波相位差分值的小数部分,$N_{i,AB}^k$ 是单差整周模糊度,r_{AB}^k 是 A、B 间真实的距离单差值,λ_i 是 i 波段的载波波长,δt_A 和 δt_B 分别是 2 个接收机的接收机钟差,$v_{i,AB}^k$ 是接收机的单差载波相位观测噪声.

由 $r_{AB}^k = (\|\boldsymbol{h}_A^k\| - \|\boldsymbol{h}_B^k\|)$,$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{h}_A^k - \boldsymbol{h}_B^k$,且 $\|2\boldsymbol{h}_A^k - \boldsymbol{b}\|\,\boldsymbol{e}^k = 2\boldsymbol{h}_A^k - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{h}_A^k + \boldsymbol{h}_B^k$,设变量矩阵 $\boldsymbol{E}$,可得

$$\boldsymbol{E} = (\boldsymbol{\omega}^k \boldsymbol{e}^k)^T = \frac{(2\boldsymbol{h}_A^k - \boldsymbol{b})^T}{\|\boldsymbol{h}_A^k\| + \|\boldsymbol{h}_A^k - \boldsymbol{b}\|}, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{b} = r_{AB}^k. \quad (3)$$

假设在 L_i 波段能观测到 m_i 颗卫星,则可把所有的单差载波相位观测值写成矩阵形式如下:

$$\boldsymbol{y}_{i,s}^{\varphi} = \frac{1}{\lambda_i}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{b} - \boldsymbol{N}_{i,s} + \boldsymbol{e}\beta_i + \boldsymbol{v}_{i,s}^{\varphi}, \boldsymbol{v}_{i,s}^{\varphi} \sim N(0, 2\sigma_{\varphi,i}^2 I_{m_i}). \quad (4)$$

式中:

$$\boldsymbol{e} = (1,1,\cdots,1)^T, \beta_i = c\cdot(\delta t_A - \delta t_B)/\lambda_i,$$

$$\boldsymbol{y}_{i,s}^{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_{i,AB}^1 \\ \varphi_{i,AB}^2 \\ \cdots \\ \varphi_{i,AB}^m \end{bmatrix}, \boldsymbol{N}_{i,s} = \begin{bmatrix} N_{i,AB}^1 \\ N_{i,AB}^2 \\ \cdots \\ N_{i,AB}^m \end{bmatrix}.$$

采用北斗的 B1/B2/B3 共 3 个频点进行组合,组合的系数分别设为 k_1, k_2, k_3,则

$$\varphi_{AB}^i = k_1\varphi_{1,AB}^i + k_2\varphi_{2,AB}^i + k_3\varphi_{3,AB}^i, \quad (5)$$

$$N_{AB}^i = k_1 N_{1,AB}^i + k_2 N_{2,AB}^i + k_3 N_{3,AB}^i, \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{1}{\dfrac{k_1}{\lambda_1} + \dfrac{k_2}{\lambda_2} + \dfrac{k_3}{\lambda_3}}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}\,2\alpha\lambda. \quad (8)$$

其中 α 为以米为单位时,测量误差是波长的 α 倍.

通过将多频的载波观测量进行组合,可得

$$\boldsymbol{y}_s^{\varphi} = \frac{1}{\lambda}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{b} - \boldsymbol{N}_s + \boldsymbol{e}\beta + \boldsymbol{v}_s^{\varphi}, \boldsymbol{v}_s^{\varphi} \sim N(0, 2\sigma_{\varphi}^2 I_m). \quad (9)$$

式中:$\boldsymbol{y}_s^{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_{AB}^1 \\ \varphi_{AB}^2 \\ \cdots \\ \varphi_{AB}^m \end{bmatrix}, \boldsymbol{N}_s = \begin{bmatrix} N_{AB}^1 \\ N_{AB}^2 \\ \cdots \\ N_{AB}^m \end{bmatrix},$

$$\beta = c\cdot(\delta t_A - \delta t_B)/\lambda.$$

采用 Householder 变换构造矩阵 $\boldsymbol{P} \in \boldsymbol{R}^{m\times m}$,使得 $\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{e}_m = \sqrt{m}\,e_1$,即构造

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{I}_m - \frac{2\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T}{\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}}, \ \boldsymbol{u} \equiv \boldsymbol{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\boldsymbol{e}_m. \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{e}_1 = (1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}} = (1 \quad \boldsymbol{0})^{\mathrm{T}}$, 可得

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{m}} & \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}^{\mathrm{T}}}{\sqrt{m}} \\ \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}}{\sqrt{m}} & \boldsymbol{I}_{m-1} - \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1} \cdot \bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}^{\mathrm{T}}}{m - \sqrt{m}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \\ \bar{\boldsymbol{P}} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{P}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}}{\sqrt{m}} & \boldsymbol{I}_{m-1} - \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1} \cdot \bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}^{\mathrm{T}}}{m - \sqrt{m}} \end{bmatrix}$, $\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1} = (1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$. 将式(9)两边左乘 $\boldsymbol{P}$ 矩阵,即有

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{y}^{\varphi} \\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{E} \\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \boldsymbol{b} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{N}_{\mathrm{s}} \\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{N}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \sqrt{m}\beta + \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

由式(12)可见, Householder 变换之后有 $m-1$ 个方程的钟差项系数都为 0,或者说 $m-1$ 个方程的钟差都转移到第一项里面,选择下面钟差项为 0 的 $m-1$ 个方程,可得

$$\bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} = \frac{1}{\lambda} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{b} - \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{N}_{\mathrm{s}} + \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi}. \tag{13}$$

由于 Householder 变换属于正交变换,其不改变噪声的统计特性,即有

$$\bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \sim N(0, 2\sigma_{\varphi}^2 I_{m-1}). \tag{14}$$

定义 $\boldsymbol{F} \equiv \boldsymbol{I}_{m-1} - \dfrac{\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1} \bar{\boldsymbol{e}}_{m-1}^{\mathrm{T}}}{m - \sqrt{m}}$, $\boldsymbol{J} \equiv [-\bar{\boldsymbol{e}}_{m-1} \quad \boldsymbol{I}_{m-1}]$, 又由于双差整周模糊度定义为 $\boldsymbol{N}_D = [N_{2,\mathrm{s}} - N_{1,\mathrm{s}}, N_{3,\mathrm{s}} - N_{1,\mathrm{s}}, \cdots, N_{m,\mathrm{s}} - N_{1,\mathrm{s}}]^{\mathrm{T}}$, 则

$$\bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{N}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{J} \boldsymbol{N}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{F} \boldsymbol{N}_{\mathrm{D}}. \tag{15}$$

将式(15)代入式(13)当中,可得

$$\bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} = \frac{1}{\lambda} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{b} - \boldsymbol{F} \boldsymbol{N}_{\mathrm{D}} + \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi},\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \sim N(0, 2\sigma_{\varphi}^2 \boldsymbol{I}_{m-1}). \tag{16}$$

令 $\boldsymbol{z} = -\boldsymbol{N}_{\mathrm{D}}$, 记为双差整周模糊度. 上式可表示为

$$\bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} = \frac{1}{\lambda} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{b} + \boldsymbol{F} \boldsymbol{z} + \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi},\ \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \sim \boldsymbol{N}(0, 2\sigma_{\varphi}^2 I_{m-1}). \tag{17}$$

对 $\dfrac{1}{\lambda} \bar{\boldsymbol{P}} E$ 进行 QR 分解,可得

$$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} \left(\frac{1}{\lambda} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{E} \right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

式中: $\boldsymbol{R}$ 是 3×3 维矩阵, $\boldsymbol{Q}$ 是 $(m-1) \times (m-1)$ 维方阵,并且

$$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{V} \end{bmatrix}. \tag{19}$$

对式(17)左右两边同时乘以矩阵 $\boldsymbol{Q}$, 可得方程

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} \\ \boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{b} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}\boldsymbol{F}\boldsymbol{z} \\ \boldsymbol{V}\boldsymbol{F}\boldsymbol{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \\ \boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \end{bmatrix}. \tag{20}$$

消去基线矢量 $\boldsymbol{b}$, 可得方程

$$\boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}^{\varphi} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{F}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi},\ \boldsymbol{V} \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \sim N(0, 2\sigma_{\varphi}^2 \boldsymbol{I}_{m-4}). \tag{21}$$

由于以上方程是亏秩的,而且单历元差分定位解算对接收机的测量精度有较高要求,所以本文采用多历元来解算整周模糊度的浮点解. 即使采用低成本的接收机也可保证较高的差分定位精度.

式(21)是针对整周模糊度的求解,将得出的 k 个历元的方程联立,可得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}_1^{\varphi} \\ \boldsymbol{V}_2 \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}_1^{\varphi} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_k \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{y}_k^{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 F \\ \boldsymbol{V}_2 F \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_k F \end{bmatrix} \boldsymbol{z} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \\ \boldsymbol{V}_2 \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_k \bar{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}^{\varphi} \end{bmatrix}. \tag{22}$$

再对 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{V}_2 \boldsymbol{F} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_k F \end{bmatrix}$ 进行 QR 分解,可得

$$\boldsymbol{T}_k^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{V}_2 \boldsymbol{F} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_k \boldsymbol{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_k \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}. \tag{23}$$

对方程左右两边同时乘以 $\boldsymbol{T}_k^{\mathrm{T}}$, 可得

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_k \\ \bar{\boldsymbol{\omega}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_k \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{v}}_k \\ \bar{\boldsymbol{v}}_k \end{bmatrix}. \tag{24}$$

由式(24)的上部分可得

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_k = \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{z} + \hat{\boldsymbol{v}}_k,\ \hat{\boldsymbol{v}}_k \sim N(0, 2\sigma_{\varphi}^2 \boldsymbol{I}_{m-1}). \tag{25}$$

此时,可得到整周模糊度的浮点解,通过 LAMBDA 算法对浮点解进行解算可得到初始时刻的整周模糊度 z. LAMBDA 算法能够按照固定解与浮点解的残差由小到大依次给出多个候选值,排列次序代表着候选值的“最佳程度”,第一个候选值是最优的,第二个候选值是次优的. 如果浮点解精度足够高,那么第一个候选值就是真实的整周模糊度,如果浮点解精度不够高,那么真实解的位置很可能不是第一个,这个时候固定得到的整周模糊度的整数解就不是准确的. 所以通过多历元的联立求解,增加观测量的冗余度可提高浮点解的精度,从而通过 LAMBDA 算法解算出真实的整周模糊度. 而宽巷组合的载波观测量因为其长波长的特性,本身的整

周模糊度浮点解精度就较高，所以联立相对较少的历元就可得到精度足够高的浮点解，从而在较短的收敛时间下，解算出准确的整周模糊度[13].

先分别通过 3 组不同的宽巷系数固定得到 3 组不同的宽巷整周模糊度，再进行窄巷组合的整周模糊度求解. 根据前 3 个宽巷整周模糊度求解出用于约束窄巷整周模糊度的整周模糊度. 即

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{WL1}} = k_1\boldsymbol{z}_1 + k_2\boldsymbol{z}_2 + k_3\boldsymbol{z}_3, \tag{26a}$$

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{WL2}} = k_1'\boldsymbol{z}_1 + k_2'\boldsymbol{z}_2 + k_3'\boldsymbol{z}_3, \tag{26b}$$

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{WL3}} = k_1''\boldsymbol{z}_1 + k_2''\boldsymbol{z}_2 + k_3''\boldsymbol{z}_3. \tag{26c}$$

分别求出 $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \boldsymbol{z}_3$，从而得到约束窄巷整周模糊度的整周模糊度

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}}' = k_1'''\boldsymbol{z}_1 + k_2'''\boldsymbol{z}_2 + k_3'''\boldsymbol{z}_3. \tag{27}$$

同时窄巷组合建模后依旧进行自身整周模糊度的解算. 即

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{k,NL}} \\ \bar{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{k,NL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\mathrm{k,NL}} \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}} + \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{k,NL}} \\ \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{k,NL}} \end{bmatrix}, \tag{28a}$$

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{k}} = \boldsymbol{S}_k\boldsymbol{z} + \hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{k}}, \hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{k}} \sim N(0, 2\sigma^2_{\varphi,\mathrm{NL}}\boldsymbol{I}_{m-1}). \tag{28b}$$

窄巷组合的组合波长短，解算出准确的整周模糊度比较难，需要经过多个历元的不断收敛才能得到准确的整周模糊度，相对于宽巷组合定位而言收敛时间较长. 本文利用宽巷组合求解出的窄巷整周模糊度进行约束，从而保证定位解算时整周模糊度的收敛时间较短.

一旦 $|\boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}} - \boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}}'| \geqslant T_{\mathrm{threshold}}$，则取通过宽巷整周模糊度求解出来的窄巷整周模糊度作为整周模糊度的解算结果，否则采用窄巷组合自身得到的整周模糊度进行定位解算. 根据式(20)可得到基线向量解算结果

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{NL}}\bar{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{y}^{\varphi}_{\mathrm{NL}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{U}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}} + \boldsymbol{U}_{\mathrm{NL}}\bar{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{v}^{\varphi}_{\mathrm{NL,s}}. \tag{29}$$

其中基线解算噪声的统计量为

$$\boldsymbol{U}_{\mathrm{NL}}\bar{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{v}^{\varphi}_{\mathrm{NL,s}} \sim N(0, 2\sigma^2_{\varphi,\mathrm{NL}}\boldsymbol{I}_3). \tag{30}$$

因为窄巷整周模糊度 $\boldsymbol{z}_{\mathrm{NL}}$ 已知，可求得基线向量 $\boldsymbol{b}$. 此时的误差 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{NL}}\bar{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{NL}}\boldsymbol{v}^{\varphi}_{\mathrm{NL,s}}$ 是基于窄巷组合的载波组合观测误差，根据式(8)可知，

$$\sigma_{\varphi,\mathrm{NL}} < \sigma_{\varphi} < \sigma_{\varphi,\mathrm{WL}}.$$

窄巷组合具有较低的组合观测误差，所以基线向量定位解算时误差噪声较小，解算出的基线向量精度较高.

宽窄巷方法结合的具体流程图见图 2. 单纯的采用宽巷组合的方法进行定位解算，虽然能较快地固定出正确的整周模糊度，但是在宽巷化的过程中增加了载波组合的观测噪声，会对定位精度造成影响. 单纯的采用窄巷组合的方法进行定位解算，虽然组合后的观测噪声较低，有利于提高定位精度，但是窄巷组合不利于整周模糊度的快速固定，会延长定位的收敛时间. 而本文提出的方法，在充分利用宽巷组合定位收敛时间短优势的同时，进一步利用窄巷组合的低噪声特点提高定位精度. 从而实现收敛时间较短，定位精度高的基线解算结果.

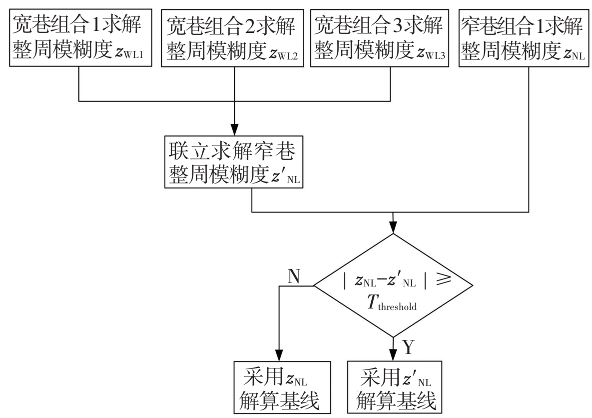


图 2　宽窄巷结合的整周 1 模糊度解算流程图

Fig.2　Data processing steps for integer ambiguity resolution with combinations of the wide and narrow lane

2　实验验证

为验证算法的可行性，对系统进行短基线测试. 短基线测试的地点选择在北京市北京航空航天大学新主楼 F 座楼顶，测试时长 19 753 个历元(约为 5.5 h). 基准站和监测站间相距约 23 m. 控制中心运行在电脑上，通过网线进行基准站、监测站和控制中心的数据传输. 监测站、基准站和控制中心的电脑均通过 LAN 连接到交换机. 监测站和基准站均采用的是北斗星通 BDM 610 的板卡，支持 GPS L1/L2 和 BD B1/B2/B3 共 5 个频点，可设置为五频输出. 测试的实际场地见图 3.

图 3　实际场地测试

Fig.3　Actual site testing view

北斗 3 个频点 B1/B2/B3 的波长分别为 19 cm，24 cm，23 cm. 对于短基线，电离层和对流层通过双差几乎完全消除. 在这种情形下，主要误差源是观测噪声和多路径误差. 所选组合应具有较小的噪声

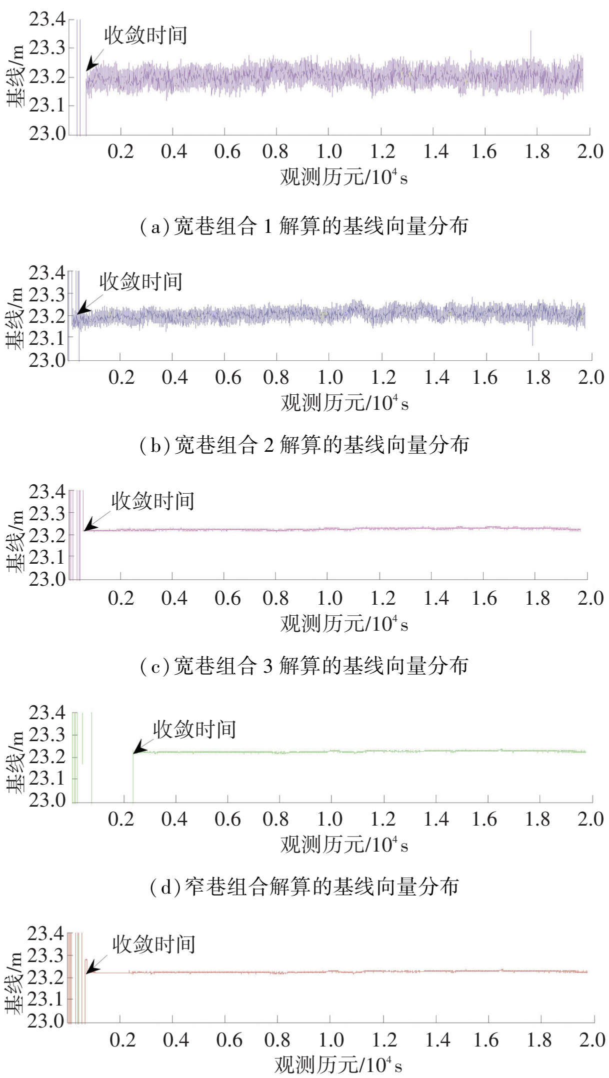
放大因子和较长的波长,(1,-1,0)和(1,0,-1)噪声放大因子相对较小,是较为合理的选择.同时,原始观测值(1,0,0),(0,1,0)或(0,0,1)具有最小的噪声放大因子,虽然波长较短,但是选择其中一个可有效的进行宽巷3个整周模糊度的联立求窄巷整周模糊度.所以,本文选取

$k_1=1,k_2=0,k_3=-1;k_1'=1,k_2'=-1,k_3'=0;k_1''=0,k_2''=0,k_3''=1;k_1'''=0,k_2'''=1;k_3'''=1$

则:

$\lambda_{\mathrm{WL1}}=1.03,\lambda_{\mathrm{WL2}}=0.85,\lambda_{\mathrm{WL3}}=0.23,\lambda_{\mathrm{NL}}=0.12.$

考虑到3个宽巷组合的整周模糊度联立求解窄巷整周模糊度的过程中会出现小数部分的取舍,所以设置宽巷求解的整周模糊度约束窄巷自身求解的整周模糊度的阈值为 $T_{\mathrm{threshold}}=3(\mathrm{cycle})$,结果见图4.



(a)宽巷组合1解算的基线向量分布

(b)宽巷组合2解算的基线向量分布

(c)宽巷组合3解算的基线向量分布

(d)窄巷组合解算的基线向量分布

(e)宽窄巷结合固定整周模糊度的基线向量分布

图4 不同波长组合的基线向量分布

Fig.4 Baselines of different wavelength-combinations

根据图4和表1可见,宽巷组合载波测量值较易于整周模糊度的解算,相应的在基线求解时收敛时间短.但是宽巷化会放大测量噪声,使解算结果含有的误差较大.而窄巷组合载波测量值较不利于整周模糊度的解算,相应的在基线求解时候收敛时间较长,但是通过窄巷化可减小测量噪声,提高解算精度.本文提出的方法,通过宽巷组合联立得到的窄巷整周模糊度约束窄巷组合自身求得的整周模糊度,可既保留宽巷整周模糊度易于解算的优势,解算收敛时间相对较短,又可保证整周模糊度固定后的测量噪声较小,实现高精度的定位解算.

表1 不同波长组合的解算性能

Tab.1 Performances of different wavelength-combinations

组合形式	收敛时间/s	基线长度均值/m	基线长度标准差
宽巷组合1	697	23.201	0.022
宽巷组合2	455	23.202	0.019
宽巷组合3	572	23.223	0.005
窄巷组合	2363	23.224	0.003
宽窄巷结合组合	756	23.224	0.003

3 结 论

本文提出一种宽窄巷组合进行LAMBDA整周模糊度解算的方式,通过LAMBDA算法求得的3组宽巷整周模糊度的联立得到窄巷系数组合下的整周模糊度,进一步约束窄巷组合自身通过LAMBDA算法求得的窄巷整周模糊度.有效的利用北斗三频点的组合信息,吸收宽巷化和窄巷化的优点得到收敛时间较短,定位精度高的基线解算结果.为验证算法的可用性,本文采用实际接收的北斗三频信号进行实验,宽窄巷组合后的静态定位精度为3 mm,收敛时间大约为12 min.与收敛时间短的宽巷组合相比,在收敛时间基本相同的情况下,本文的方法在定位精度上相较于宽巷组合定位结果的厘米级误差有明显的改善,实现毫米级的定位精度;与精度同样在3mm的窄巷组合定位结果相比,本文的方法明显缩短收敛时间,收敛时间缩短一半以上.

参考文献

[1] 常青,柳重堪,张其善.GPS载波相位组合观测值理论研究[J].航空学报,1998,19(5):612-616.
CHANG Qing, LIU Zhongkan, ZHANG Qishan. Study for theory of the combinations of GPS carrier phase observations[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 1998,19(5):612-616.

[2] COCAR M, BOURGON S, KAMALI O, et al. A Systematic investigation of optimal carrier-phase combinations for modernized triple-frequency GPS[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(9): 555-564.

[3] 邓健,潘树国,洪卓众.利用三频数据最优组合求解电离层延迟的方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2014,39(5):600-604.DOI:10.13203/j.whugis20120146.
DENG Jian, PAN Shuguo, HONG Zhuozhong. A method of solving

ionospheric delays using the optimal combination of tri-frequency data[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2014, 39(5): 600-604. DOI:10.13203/j.whugis20120146.

[4] BLEWITT G. An automatic editing algorithm for GPS data[J]. Geophysical Research Letters, 1991, 17(3): 199-202.

[5] 王振杰，聂志喜，欧吉坤. 一种基于 TurboEdit 改进的 GPS 双频观测值周跳探测方法[J].武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(9):1017-1021. DOI:10.13203/j.whugis20130021.
WANG Zhenjie, NIE Zhixi, OU Jikun. An improved cycle-slip detection method for GPS dual-frequency observations based on turbo edit[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2014, 39(9):1017-1021. DOI:10.13203/j.whugis20130021.

[6] 胡洪. GNSS 精密单点定位算法研究与实现[D]. 徐州：中国矿业大学，2013.
HU Hong.Research on Theory and Realization of GNSS Precise Point Positioning[D]. Xuzhou: China Mining University, 2013

[7] JUNG J. High integrity carrier phase navigation for future LAAS using multiple civilian GPS signals[C]//Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). Nashville, TN: Institute of Navigation, 1999: 727-736.

[8] FORSELL, B, MARTIN N M, HARRIS, R. Carrier phase ambiguity resolution in GNSS-2[C]//Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1997). Kansas City, MO, Institute of Navigation, 1997, 1727-1736.

[9] TEUNISSEN P J G, JOOSTEN P, TIBERIUS C. A comparison of TCAR, CIR and LAMBDA GNSS ambiguity resolution[C]//Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2002). Portland, OR: Institute of Navigation, 2002: 2799-2808.

[10] 杨东森，吕志伟，王兵浩，等. 北斗三频数据模糊度解算方法比较分析[J].全球定位系统，2016，41(3)：1-5. DOI：10.13442/j.gnss.1008-9268.2016.03.003.
YANG Dongsen, LV Zhiwei, WANG Binghao, et al. Comparison and analysis of integer ambiguity resolution methods for beidou tri-frequency[J]. GNSS World of China, 2016, 41(3):1-5. DOI:10.13442/j.gnss.1008-9268.2016.03.003.

[11] CHANG X W, PAIGE C C, YIN L. Code and carrier phase based short baseline GPS positioning: computational aspects[J]. GPS Solutions, 2005, 9(1): 72-83.

[12] 曲建铭. GNSS 定位定姿系统软件的设计与实现 [D].北京：北京航空航天大学，2015.
QU Jianming. The Design and implementation of GNSS positioning and attitude determination software system[D]. Beijing: Beihang University, 2015.

[13] 陈万通，金天. 一种基于 GPS 的单频单历元姿态解算算法[J].航空科学技术，2010 (1)：25-29. DOI：10.3969/j.issn.1007-5453.2010.01.008.
CHEN Wantong, JIN Tian. A GPS-based attitude determination algorithm for single epoch, single frequency[J]. Aeronautical Science and Technology, 2010 (1): 25-29. DOI:10.3969/j.issn.1007-5453.2010.01.008.

（编辑　苗秀芝）