DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201703115

拧入缺陷对螺栓球节点受力性能影响

吴琼尧1,王化杰1,2,钱宏亮1,2,韩 康1,范 峰2

(1.哈尔滨工业大学(威海)土木工程系,山东 威海 264209;2.哈尔滨工业大学 土木工程学院,哈尔滨 150090)

摘 要:螺栓球节点在空间网格结构中应用广泛,然而由于其组成构件较多,在安装过程中容易出现高强螺栓拧入长度不足 的初始缺陷.为研究该缺陷对螺栓球节点受力性能的影响,采用 ANSYS 软件建立了带有螺纹的螺栓球节点精细化模型,通过 改变螺纹的啮合数来模拟高强螺栓的拧入长度,并利用已有试验数据对模拟方法的准确性进行了验证.在此基础上,对 M20、 M24、M27 三种常用节点在不同拧入长度下的抗弯性能进行分析,结果表明螺栓球节点随着拧入长度的变化主要存在三种工 作及破坏模式,高强螺栓拧入长度不足可严重降低节点刚度及其极限承载力.最后对上述三种节点在不同拧入长度下的抗拉 性能进行模拟分析,得到了不同拧入长度下螺栓球节点抗拉承载力的退化规律及可能的破坏模式,给出了抗拉承载力降低比 例与螺栓拧入长度的关系曲线,研究成果可为螺栓球节点的施工控制及相似结构的安全性能评估提供技术参考. 关键词:螺栓球节点:拧入缺陷;螺纹;弯曲刚度;数值模拟

中图分类号:TU393.3 文献标志码:A 文章编号:0367-6234(2017)12-0053-07

Study on influence caused by bolt-connection defect on mechanical properties of bolt-ball joint

WU Qiongyao¹, WANG Huajie^{1,2}, QIAN Hongliang^{1,2}, HAN Kang¹, FAN Feng²

(1.Department of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai 264209, Shandong, China;2.School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: The bolt-ball joint, which have wide application in spatial lattice structure, have too many components, so the initial defect may be caused by the screw length insufficiency of the high-strength bolt during installation process. To study the effect of the defect on the mechanical properties of these joints, a sophisticated FEM simulation model of the bolt-ball joint with thread was calculated by ANSYS. The number of thread engagement was changed to simulate the screw length of high-strength bolt, and the simulation method was verified by existing experimental data. The flexural behavior of three common joints (M20, M24, M27) under different screw length was analyzed. The result shows that the bolt-ball joints mainly have three work and failure modes when the screw length is changed. The screw length insufficiency of the high-strength bolt significantly reduces stiffness and bearing capacity of the joint. The tensile property of three joints under different screw length was analyzed, and the deterioration law of the tensile bearing capacity and the possible failure modes were found. The curve which shows the relationship between the reduced proportion of the tensile bearing capacity and the screw length was given. This study can provide technical references for the construction control of the bolt-ball joint and the safety performance evaluation of the similar structure.

Keywords: bolt-ball joint; bolt-connection defect; thread; bending stiffness; numerical simulation

螺栓球节点是一种常用的空间网格结构节点形 式,其工厂化生产、安装速度快等特点符合装配式建 筑的要求,在工程设计与施工中得到了广泛的应用. 但是由于螺栓球节点的组成构件较多,在实际安装 中容易存在诸多施工缺陷,如高强螺栓拧入长度不 足、杆件初始弯曲等^[1].其中高强螺栓拧入长度不足

- 钱宏亮(1977—),男,教授,博士生导师
- **通信作者:**王化杰,huajie_wang@hit.edu.cn

是一种较为常见的施工缺陷,规范《空间网格结构 技术规程》^[2]中要求高强螺栓的拧入长度在1.1倍 螺栓直径左右,实际工程中由于构件质量和安装缺 陷等原因常常不能满足规范要求的拧入长度,因此 造成的工程事故不在少数.1995年天津某地毯厂网 架发生坍塌,对事故原因进行分析发现部分高强螺 栓的拧入长度不足,导致高强螺栓发生螺纹破坏而 从螺栓球中拔出^[3].2005年内蒙古某公司发电厂汽 机间网架在施工过程中未按要求架设临时支撑,使 网架产生较大变形,导致高强螺栓与螺栓孔对接偏 差较大,高强螺栓存在假拧紧情况,因此造成坍塌事 故^[4].可见,高强螺栓拧入长度不足对螺栓球节点的

收稿日期: 2017-03-22

基金项目:国家自然科学基金青年基金(51308154);威海市科技发展计划(2016DXGJMS03);国家重点研发计划(2016YFC0802003) 作者简介:吴琼尧(1992—),男,硕士;

受力性能影响较大,对结构安全性造成严重的影响. 以往的研究主要关注螺栓球节点的半刚性^[5-6]及其 在单层网壳结构中的适用性^[7-8],对高强螺栓拧入 长度不足下的节点受力性能研究较少.在数值模拟 方面,Chenaghlou等^[9]曾建立了螺栓球节点有限元 分析模型,但对节点的螺纹部分未做精细化建模,在 螺纹传力上与实际情况有一定差距.因此,有必要建 立带有螺纹的螺栓球节点精细化模型来研究高强螺 栓拧入长度不足对节点受力性能的影响.

本文首先建立带有螺纹的螺栓球节点精细化 有限元模型,对现有节点试验进行模拟分析,验证 模拟方法的准确性.通过改变螺纹的啮合数模拟高 强螺栓拧入长度不足的施工缺陷,对 M20、M24、 M27 三种高强螺栓规格对应节点的力学性能及其 工作破坏机理进行研究,给出高强螺栓拧入长度 对螺栓球节点力学性能影响规律,为螺栓球节点 的施工控制及相似结构的安全性能评估提供技术 参考.

1 节点精细化模拟方法及分析方案

1.1 模型建立

节点模型基于 ANSYS 平台建立,构件材料按规 范《钢网架螺栓球节点用高强度螺栓》^[10]要求选取, 螺栓球采用 45 号圆钢,高强螺栓采用 40Cr,套筒、 锥头、钢管采用 Q235 钢,具体材料参数见表 1,本构 关系采用双折线随动强化模型.由于螺纹破坏主要 为剪切变形且变形较大,故采用 3D8 节点 SOLID185 单元来模拟各构件.

表1 材料参数

Tab.1 Material parameters						
* **利	屈服强度/	屈服应变/	弹性模量/	切线模量/		
们件	$(N \cdot mm^{-2})$	%	$(N \cdot mm^{-2})$	$(N \cdot mm^{-2})$		
Q235	235	0.114	206 000	4 120		
40Cr	900	0.456	206 000	4 120		
45 号圆钢	365	0.177	206 000	4 120		

为真实模拟节点各构件之间受力,防止模型因为大变形而发生单元渗透,本文选取 ANSYS 中提供的面-面接触单元 CONTA174 和 TARGE170 来模拟接触面和目标面.接触面设置见图 1,具体接触对设置见表 2.通过改变接触单元实常数来调整接触刚度,减小渗透.例如:通过增大法向接触刚度系数 FKN 来提高接触刚度,从而保证计算的速度和精确性.

本文按照规范《普通螺纹基本尺寸》^[11]规定的 螺纹尺寸对高强螺栓的螺纹进行精细化建模见 图 2,具体尺寸见表 3,最终节点精细化模型见图 3.



Fig.1 Contact setting of bolt-ball joint

表 2 接触对设置

Tab.2 Contact pairs setting

编号	接触位置	接触面 CONTA174	目标面 TARGE170
1	螺纹啮合	螺栓螺纹	球体螺纹
2	球体与套筒	套筒	球体
3	套筒与锥头	套筒	锥头
4	螺栓与套筒、锥头	栓杆	套筒、锥头
5	锥头与螺栓螺帽	螺帽	锥头





Fig.2 Sketch maps of threads





1.2 模拟方法验证

为验证数值模拟的准确性,采用上述精细化模拟 方法对文献[12]试验进行分析.以 M24 螺栓球节点为 例,模拟结果与试验结果对比见图 4.模拟结果与试验 结果吻合良好,由于可以真实地考虑高强螺栓和螺栓 球之间的螺纹啮合传力,本文模型的模拟结果更加贴 近试验,能够更好地模拟节点的受力性能.

1.3 方案分析

为研究高强螺栓拧入长度不足对节点抗弯性能 及抗拉性能的影响,本文对工程中常用的 M20、 M24、M27 三种高强螺栓规格对应的节点进行分析, 构件示意见图 5,具体尺寸见表 4.为方便表述,后文 对不同拧入长度分析模型的命名方式为:M 高强螺 栓直径-拧入螺纹数,如 M20-9 表示 M20 节点高强 螺栓拧入 9 个螺纹.具体分析方案见表 5.



Fig.4 M24 joint simulations in comparison with literature experiments



图 5 节点构件尺寸示意

Fig.5 Sketch maps of joint component sizes

表	4	节	占	尺	4	h
~	-	12	/111	/~		

	Tab.4	Joints sizes		mm
尺寸	M20节点	M24 节点	M27 节点	
d_1	50.0	50.0	50.0	
d_2	42.0	42.0	42.0	
d_3	16.0	16.0	20.0	
d_4	76.0	76.0	89.0	
d_5	20.0	24.0	27.0	
d_6	35.0	40.0	40.0	
d_7	37.3	45.2	50.9	

表 5 分析方案

	Tab.	5 Analysis plans	
节点		高强螺栓拧入个	`数
规格	满螺纹数	抗弯性能分析	抗拉性能分析
M20	9	9 \ 8 \ 7	9 8 7 5 3
M24	9	9 \ 8 \ 7	9 8 7 5 3
M27	10	10,9,8	10,9,8,6,4

2 抗弯性能分析

作为典型的半刚性节点,螺栓球节点的抗弯能 力已在实际工程中得以应用^[13].而高强螺栓拧入长 度不足对节点抗弯性能的影响不可忽视,因此,以下 将对高强螺栓拧入长度不足时的螺栓球节点抗弯性 能进行分析,分析模型见图 6.

2.1 工作机理及破坏模式

以 M20 节点为例,通过分析发现,由于高强螺 栓拧入长度的不同,螺栓球节点在弯矩作用下存在 三种工作及破坏模式.

第一种为高强螺栓拧满时(M20-9),其工作机理 见图 7.初始阶段套筒与球体、锥头之间闭合无空隙见 图 7(a).在弯矩作用下节点由套筒和高强螺栓协同抵 抗弯矩.极限状态时各构件变形及应力水平见图 7 (b),提取节点塑性区域分布图见图 7(c),由图可知, 高强螺栓和套筒大面积进入塑性,节点表现为高强螺 栓的弯曲破坏和套筒的受压破坏,节点变形较小.



图6 有限元模型

Fig.6 Finite element model 第二种为高强螺栓拧入长度轻度不足时 (M20-8),其工作机理见图8.初始阶段套筒与球体、 锥头并无接触件图 8(a),高强螺栓单独抵抗弯矩.当 节点转角达到一定程度,套筒与球体、锥头发生接触, 高强螺栓与套筒协同工作抵抗弯矩,此时高强螺栓应 力较大,套筒应力较小.极限状态时各构件变形及应 力水 平 见 图 8(b),提取节点塑性区域分布见 图 8(c),高强螺栓大面积进入塑性,节点表现为高强 螺栓的弯曲破坏,节点变形相对较大.

第三种为高强螺栓拧入长度严重不足时 (M20-7),其工作机理见图9.由于高强螺栓拧入长 度严重不足见图9(a),套筒与球体之间间隙较大. 随着弯矩的增大,直至节点破坏,套筒亦无法与球体 发生接触,全程由高强螺栓自身抵抗弯矩.极限状态 时各构件变形及应力水平见图9(b),提取节点塑性 区域分布图见图9(c),由图可知,高强螺栓大面积 进入塑性,最终表现为高强螺栓的弯曲破坏,节点变 形最大.





(a) 拧入示意







Fig.8 M20-8 joints' working principle



(a) 拧入示意



(b)极限状态云

图 9 M20-7 节点工作机理示意 Fig.9 M20-7 joints' working principle



(c) 塑性区分布

(c) 塑性区分布

2.2 弯矩-转角曲线

绘制节点弯矩-转角曲线见图 10,可以看出,与 其工作模式对应,随着拧入长度的不同螺栓球节点弯 矩-转角曲线分三种形式.第一种模式为高强螺栓拧 满时,由于套筒与高强螺栓全程协同抵抗弯矩,节点 转动刚度较大,其极限承载力最高;第二种模式为拧 入长度轻度不足时,高强螺栓首先承受大部分弯矩, 节点初始刚度下降.当高强螺栓转角达到一定程度 时,套筒与球体、锥头发生接触,套筒与高强螺栓协同 抵抗弯矩,节点刚度有一定提升,故弯矩-转角曲线出 现明显提升,其承载力相较于第一种模式有所降低; 第三种模式为拧入长度严重不足时,由于初始间隙较 大,套筒全程未与球体、锥头发生接触,由高强螺栓自 身抵抗弯矩,节点初始刚度降低明显,极限承载力最 低.且分析可知,M20、M24节点的弯矩-转角曲线出现 上述三种模式,而 M27节点只出现第一种及第三种 模式,即螺纹啮合数减少1个时,M27承载力及刚度 下降明显,其抗弯性能对拧入误差更为敏感.





Fig.10 Moment-rotation curves of high-strength bolts under different inserted depth

参考文献[14],本文取弹性阶段弯矩与转角呈 线性关系的切线斜率为初始刚度 K_i,节点达到极限 状态时对应的弯矩为极限弯矩 M_u.三种节点在不同 拧入长度下的初始刚度和极限弯矩见表 6.可以看 出,当螺纹啮合数减少 1 个时, M20、M24 节点极限 弯矩下降 20%左右, M27 节点极限弯矩下降 50%左 右.当螺纹啮合数减少 1 以上时,三种节点极限弯矩 下降较大,均在 50%左右.

表 6	螺栓球节点弯矩−转角曲线参数分析

编号	k_i /(kN • m • rad ⁻¹)	$M_u/$ (kN · m)	降低比例/%
M20-9	73.98	2.05	0
M20-8	18.12	1.69	17.56
M20-7	17.97	1.12	45.37
M24-9	131.35	3.62	0
M24-8	26.28	3.01	16.85
M24-7	25.42	1.96	45.86
M27-10	189.90	5.44	0
M27-9	45.83	2.71	50.18
M27-8	44.42	2.07	61.95

Tab.6 Analysis on moment-rotation curves of bolt-ball joints

3 抗拉性能分析

对于螺栓球节点来说,节点受压时主要靠套筒 受力,高强螺栓不受力.节点受拉时主要靠高强螺栓 与球体啮合部分受力,因此高强螺栓拧入长度不足 会对节点抗拉性能产生较大影响^[15].以下将对高强 螺栓拧入长度不足时节点抗拉性能分析,分析模型 见图 11.



图 11 有限元模型

Fig.11 Finite element model

3.1 工作机理及破坏模式

限于篇幅,本文以 M20 节点为例,通过分析发现,由于高强螺栓拧入长度的不同,螺栓球节点在拉力作用下存在两种工作及破坏模式.

第一种为高强螺栓拧满或轻微不足时的栓杆拉 断破坏,以 M20-9 节点为代表.图 12(a)、(b)为 M20-9 节点极限状态下的应力云图,可以看出,高 强螺栓的栓杆区域完全进入极限状态,其他部分只 有局部点应力较高,均未进入极限状态.节点破坏形 式表现为高强螺栓的栓杆拉断破坏,为延性破坏,极 限荷载为 277.32 kN.

第二种为高强螺栓拧入长度严重不足时的栓杆 拔出破坏,以 M20-5 节点为代表.图 13(a)、(b)为 M20-5 节点极限状态下的应力云图,可以看出,随 着啮合数的减少,各螺纹受力提升较多,最大应力出 现在高强螺栓螺纹部分,其余构件均未达到极限状 态,这与文献[16-17]中规律相同.节点破坏形式为

Tab.7

高强螺栓螺纹失效的栓杆拔出破坏,为脆性破坏,极限承载力降低明显,极限荷载为158.13 kN.









(b) 高强螺栓应力云图图 13 M20-5 节点模拟云图

Fig.13 Simulated nephograms of M20-5 joint

提取三种节点抗拉承载力见表 7,可知三种节 点在螺纹啮合数减少的情况下承载力的发展规律相 似,当螺纹啮合数减少 1 个时节点仍发生高强螺栓 的栓杆拉断破坏.当螺纹啮合减少 2 个以上时节点 发生高强螺栓螺纹失效的栓杆拔出破坏.

3.2 荷载-位移曲线

绘制荷载-位移曲线见图 14,随着高强螺栓拧 入长度的减少,节点的极限荷载下降明显,节点由延 性破坏变成螺纹失效的脆性破坏.施工中应严格控 制高强螺栓拧入螺纹个数,避免脆性破坏的发生.

表 7	9	螺栓球	节点抗热	立承载力	分	析	
Analysis	on	tensile	bearing	capacity	of	bolt-ball	joints

20日日	拧入	破坏	极限	降低
細亏	比例/%	模式	荷载/kN	比例/%
M20-9	100	栓杆破坏	277.32	0
M20-8	89	栓杆破坏	273.86	1.25
M20-7	78	螺纹破坏	249.72	9.95
M20-5	56	螺纹破坏	158.13	42.98
M20-3	33	螺纹破坏	125.81	54.63
M24-9	100	栓杆破坏	399.85	0
M24-8	89	栓杆破坏	392.54	1.83
M24-7	78	螺纹破坏	351.63	12.06
M24-5	56	螺纹破坏	232.32	41.90
M24-3	33	螺纹破坏	154.79	61.29
M27-10	100	栓杆破坏	523.59	0
M27-9	90	栓杆破坏	514.71	1.70
M27-8	80	螺纹破坏	479.35	8.45
M27-6	60	螺纹破坏	361.63	30.93
M27-4	40	螺纹破坏	276.12	47.26



Fig.14 Displacement-load curves of high-strength bolts under different inserted depth

3.3 抗拉承载力与高强螺栓拧入比例关系曲线

为了更好描述螺栓球节点抗拉承载力随拧入比 例的变化规律,采用线性拟合的方式对承载力与拧

入比例进行数据处理,其拟合公式为

$$y = ax + b.$$

式中:y 表示拧入长度不足时螺纹承载力与初始承载力 的比值,%;x 表示拧入比例,%;a、b 为拟合常数.图 15 为高强螺栓拧入比例与抗拉承载力之间的线性拟合 图,相关拟合公式的参数值 a=-101.285,b=91.679.



图 15 高强螺栓拧入比例与抗拉承载力关系曲线

Fig.15 Relation curve of high-strength bolts' inserted proportion and tensile bearing capacity

4 结 论

为掌握高强螺栓拧入长度不足对螺栓球节点受力 性能的影响规律,本文对常用螺栓球节点不同拧入长 度下的力学性能进行研究,得到如下结论:

1)建立了带有螺纹的螺栓球节点精细化模型, 并采用精细化模型对已有试验进行模拟分析.结果 表明,本文模型可以真实的考虑高强螺栓和螺栓球 之间的螺纹啮合传力,能够更好地模拟节点的受力 性能,验证了模拟的准确性.

2)通过模拟发现,随着高强螺栓拧入长度的改变,节点在弯矩作用下主要存在三种工作及破坏模式,与之对应的弯矩-转角曲线也存在三种状态.当 螺纹啮合数减少1个时,M20、M24节点极限弯矩下降在20%左右,M27节点极限弯矩下降在50%左右,即螺纹啮合数减少1个时,M27节点承载力及刚度下降更加明显,其抗弯性能对拧入误差更为敏感; 当螺纹啮合数减少1个以上时,三种节点极限弯矩 下降较大,均在50%左右.高强螺栓拧入长度不足严 重降低节点刚度及其极限承载力.

3) 对高强螺栓拧入长度不足下螺栓球节点受拉 性能的分析表明, 节点主要存在两种工作及破坏模 式, 当螺纹啮合数减少1个以内时, 节点发生高强螺 栓栓杆拉断的延性破坏; 当螺纹啮合数减少1个以上 时, 节点发生螺纹失效的脆性破坏.最后, 通过线性拟 合给出了螺栓球节点抗拉承载力降低比例与高强螺 栓拧入比例的关系曲线, 可为螺栓球节点拧入长度不 足下的承载力快速评估与施工控制提供参考.

参考文献

[1]杨璐,王元清,袁焕鑫,等. 网架钢结构施工缺陷分析与处理

[J]. 四川建筑科学研究, 2014, 40(2):341-344.

YANG Lu, WANG Yuanqing, YUAN Huanxin, et al. Analysis and treatment of construction defects of steel grid structure [J]. Sichuan Building Science, 2014,40(2): 341–344.

- [2] 空间网格结构技术规程: JGJ7—2010 [S].北京:中国建筑工业 出版社,2010:34-35. Technical specification for space frame structures: JGJ—2010 [S].
- Beijing: China Architecture & Building Press, 2010:34-35.
 [3] 田昱峰, 冯霞. 导致网架事故的设计原因分析[J]. 山西建筑, 2007, 33(25):113-114.
 TIAN Yufeng, FENG Xia. Study on the design factors caused the accidents of grid structure [J]. Shanxi Architecture, 2007, 33 (25):113-114.
- [4]林健. 某螺栓球节点网架厂房坍塌事故分析[D]. 太原:太原理 工大学, 2016.
 LIN Jian. The analysis of collapse accident on an industrial workshop with bolt-ball node grid [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2016.
- [5] SEE T. Large displacement elastic buckling space structures [D]. England: Cambridge of University, 1983.
- [6] FATHELBAB F A.The effect of joints on the stability of shallow single layer lattice domes[D].England: University of Cambridge, 1987.
- [7] 张传成,张宝勤,张爱林.节点刚度对 2008 奥运羽毛球热身馆单层网壳稳定性影响研究[J].世界地震工程,2007,23(3):32-40. ZHANG Chuancheng, ZHANG Baoqin, ZHANG Ailin. Stability behavior of joint stiffness on the single-layer reticulated shell of badminton arena for 2008 Olympic Games [J]. World Earthquake Engineering, 2007, 23(3):32-40.
- [8]曹正罡,陈哲明,万宗帅,等. 80m 球径螺栓球节点单层球面网 壳稳定性能分析[J].哈尔滨工业大学学报,2015,47(6):1-8. CAO Zhenggang, CHEN Zheming, WAN Zongshuai, et al. Analysis of stability of 80 m diameter single-layer reticulated dome with boltsphere joints [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(6):1-8.
- [9] CHENAGHLOU M R. Semi-rigidity of connections in space structures [J]. 1997.
- [10]钢网架螺栓球节点用高强度螺栓:GB/T 16939—2016 [S].北京:中国建筑工业出版社,2016:9-10.
 High strength bolts for joints of space grid structures: GB/T 16939—2016 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2016:9-10.
- 2003 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2003:1-4.
 [12]范峰,马会环,沈世钊. 半刚性螺栓球节点受力性能理论与试验研究[J]. 工程力学, 2009, 26(12):92-99.
 FAN Feng, MA Huihuan, SHEN Shizhao. Numerical simulation and experimental study on mechanical characters of ball-bolt joint system [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(12):92-99.
- [13] KATO S, MUTOH I, SHOMURA M. Collapse of semi-rigidly jointed reticulated domes with initial geometric imperfections [J]. Journal of Constructional Steel Research, 1998, 48(2):145-168.
- [14] 王燕, 李华军, 厉见芬. 半刚性梁柱节点连接的初始刚度和结构内力分析[J]. 工程力学, 2003, 20(6):65-69.
 WANG Yan, LI Huajun, LI Jianfen. Initial stiffness of semi-rigid beam-to-column connections and structural internal force analysis
 [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(6):65-69.
- [15]黄炳生,付宜东,陈烨,等. 螺栓球节点高强度螺栓拧入深度试验研究[J]. 建筑钢结构进展,2016,18(4):28-32.
 HUANG Bingsheng, FU Yidong, CHEN Ye, et al. Experimental study on the depth of high strength bolt into bolt-sphere joint [J]. Progress in Steel Building Structures, 2016, 18(4):28-32.
- [16] ZHAO H. A Numerical Method for Load Distribution in Threaded Connections [J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(2):274.
- [17]陈海平, 曾攀, 方刚,等. 螺纹副承载的分布规律[J]. 机械工程 学报, 2010, 46(9):171-178.
 CHEN Haiping, ZENG Pan, FANG Gang, et al. Load distribution of bolted joint [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 (9):171-178.