DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201704133

流线闭口箱梁断面涡振过程分布气动力演变特性

胡传新1,陈海兴2,周志勇1,赵 林1,葛耀君1

(1.土木工程防灾国家重点实验室(同济大学),上海 200092; 2.浙江省交通规划设计研究院,杭州 310006)

摘 要: 涡激振动是大跨度桥梁在低风速下较常见的风致振动现象,探究涡振机理是桥梁涡激振动效应评价与控制的重要前 提.为深入研究涡振机理,立足于涡振发展的完整过程分布气动力与结构行为同步演变特性分析,深入揭示了分布气动力及其 结构行为作用机制.以典型大跨度桥梁闭口流线型箱梁断面为对象,实现了弹性悬挂节段模型同步测力、测振和测压风洞试 验.针对典型涡振过程风速关键结点,对比研究了涡振发生前、锁定区上升区、振幅极值点、下降区以及涡振后等不同时期箱梁 表面分布气动力演变特性.研究表明,涡振过程箱梁分布气动力特性具有明显的变迁历程,集中体现在涡振锁定区内外表面气 动力特性具有显著差异,压力系数根方差、振动卓越频率处压力系数等统计参数与涡振振幅高度相关,气动力与涡振振幅具 有明显同步演化关系,尤其是上表面下游、下表面与下游风嘴转角附近区域气动力演变特性显著,是引起涡振的主要原因.该 研究为涡振机理研究提供了一种新的思路和方法,未来可应用于其他类型主梁断面.

关键词:流线型闭口箱梁;涡振过程;分布气动力;演变过程;同步测力、测振和测压

中图分类号: U411.3 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2017)12-0137-09

Evolutionary charateristics of surface pressure around the streamlined closed-box girder during vortex-induced vibration

HU Chuanxin¹, CHEN Haixing², ZHOU Zhiyong¹, ZHAO Lin¹, GE Yaojun¹

(1.State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering (Tongji University), Shanghai 200092, China;2.Zhejiang Provincial Institute of Communications Planning, Design & Research, Hangzhou 310006, China)

Abstract: The vortex-induced vibration (VIV) is a typical phenomenon of wind-induced vibration in low wind velocities, especially for the long-span bridges, and an important prerequisite for the evaluation and control of the vibration effects on bridges. Based on synchronously evolutionary characteristics analysis of distributed aerodynamic forces and structural effects during VIV, characteristic of distributed aerodynamic forces and their effects on structural behaviors were conducted to reveal the mechanism of VIV. Aiming at a traditional streamlined closed-box girder of long-span bridges, wind tunnel tests of synchronal measurement of force and displacement responses of spring-suspended sectional model were conducted. Pressure-measured tests were implemented to investigate the spatial aerodynamic distribution of the girder during VIV. Surface pressure distributions in different amplitudedeveloping period during VIV were compared, including pre-VIV period, ascent stage, amplitude extreme point, descent stage and post-VIV period. It is found that aerodynamic characteristics of the model has obvious changes during VIV, indicating that there are obvious differences between lock-in period and non-VIV period. The distributed aerodynamic forces and the amplitudes of aerodynamic forces at predominant frequency are positively correlated with the amplitude of VIV responses. The aerodynamic characteristics and the VIV response during VIV are synergistic, especially nearby downstream region of upper surface and the corner region of lower surface and tail wind fairing, which is the main cause of VIV. This study provides a new way for the research on the mechanism of VIV. and can be applied to other cross-sections.

Keywords: closed-box girder; during VIV; distributed aerodynamic force; evolutionary characteristics; synchronal measurement of force; vibration and aerodynamic force

涡激振动是大跨度桥梁在低风速易发的具有强 迫和自激双重性质的自限幅风致振动现象.日本东京

基金项目:国家自然科学基金(51323013,51678451); 新世纪优秀人才支持计划(NCET-13-0429) 作者简介:胡传新(1987—),男,博士研究生; 赵林(1974—),男,教授,博士生导师 通信作者:赵林,zhaolin@tongji.edu.cn 湾通道桥(Trans-Tokyo Bay Bridge)、巴西里约尼泰罗 伊大桥(Rio-Niteroi Bridge)、丹麦的大带桥(Great East Belt Bridge)和中国的西堠门大桥都曾发生过竖 弯涡振^[1-5].尽管涡激振动不会像颤振或驰振那样导 致发散,但可影响行车安全,甚至诱发拉索参数共振 等其他类型的气动不稳定问题.目前,涡振研究方法 主要有理论分析、现场实测、数值模拟和风洞试验^[6].

收稿日期: 2017-04-26

表1列举了大跨桥梁涡振代表性研究成果. 表1 大跨桥梁涡振代表性研究成果

Tab.1 Representative progress of VIV in long-span bridges

文献	时间	研究方法
[7]	1981	半经验数学模型(经验线性涡激力模型)
[7]	1986	半经验数学模型(经验非线性涡激力模型)
[8]	1995	半经验数学模型(广义非线性涡激力模型)
[9]	1997	数值方法(离散涡方法)与风洞试验测振法相结合
[10]	1997	风洞试验测压法与烟雾流场显示相结合
[11]	2006	半经验数学模型(尾流振子涡激力模型)
[12]	2010	基于风洞试验测振法的不同抑振措施抑振效果对比研究
[13]	2010	基于风洞试验测压法的不同抑振措施抑振机理研究
[4]	2011	西堠门大桥涡振现场实测分析
[14]	2012	基于风洞试验同步测振测压法的表面风压特性分析
[15]	2013	风洞试验测压法与 POD 方法相结合
[16]	2013	Volterra 级数非线性涡激力模型
[17]	2014	风洞试验与现场实测涡振响应对比
[18]	2015	风洞试验测压测振法与烟雾流场显示相结合
[19]	2017	风洞试验测振法与 PIV 技术相结合
[20]	2017	Volterra 级数非线性涡激力模型

上述研究针对不同主梁断面外形桥梁的涡振问题,提供了研究涡振机理的不同思路和方法,显示了 涡振研究方法的多样性.在涡振研究过程中,研究手 段不断演进,由最初的刚体模型测振、测压过渡到同 步测力测振、同步测压测振风洞试验,研究方法从单 独的试验研究、数值模拟、现场实测或理论分析发展 到试验与数值模拟相结合、试验与理论分析相结合 以及试验与实测相结合,分析方法则从二维涡振分 析发展到三维涡振分析方法.

由于风洞试验测压法具有可直接得到箱梁表面 气动力及其压力分布的优点,很多学者基于大跨度 桥梁涡振性能优化,对比研究不同气动措施或气动 外形下箱梁表面风压特性,从而揭示涡振机 理^[13-14,21].然而,截止目前系列研究一定程度上忽视 了涡振过程中箱梁表面气动力演变特性.Li等^[4-5] 基于西堠门大桥涡振现场实测,发现在涡振起始阶 段,旋涡脱落发生在开槽及尾流区域;在锁定区,由 于振动幅值增大,涡脱加强,并扩展到整个下游下表 面.Kuroda^[22]通过数值方法,发现不同攻角下扁平箱 梁断面表面压力分布及绕流特点体现在气动力上, 最终决定了结构是否发生涡振及涡振振幅的大小. 总之,涡振过程中随着结构表面旋涡演化,引起气动 力特性的变化,最终导致涡振响应的演变.综上,从 涡振过程表面气动力演变特性的角度来揭示涡振机 理十分重要.

针对大跨度桥梁典型流线型扁平箱梁主梁断 面,开发了同步测力、测振和测压风洞试验装置,并 在此基础上,研究了涡振过程(发生前、锁定区上升 区、振幅极值点、下降区和涡振后)箱梁表面分布气 动力演变特性,揭示了典型流线型箱梁断面涡振机 理.主要研究内容包括平均压力系数、脉动压力系数 和气动力频谱演化规律.

1 风洞试验

1.1 模型设计与同步测量试验装置

研究对象为流线型闭口箱梁断面,采用几何缩尺 比为1:70,模型长度L为1700mm,特征宽度B为 543mm,特征高度D为45mm,长宽比(模型长度与主 梁断面宽度之比)为3.13:1,表面布置有防撞栏、人行 道栏杆和检修轨道等附属设施,主梁断面尺寸见图1.



图 1 主梁节段模型断面尺寸(几何缩尺比 1:70,单位 mm)

Fig.1 Geometrical sizes of a bridge sectional model with geometric scale of 1: 70 (mm)

试验模型由两根长1700 mm,壁厚1 mm,截面尺 寸为50 mm×50 mm的薄壁空心铝方管纵梁和6个薄 壁空心铝横梁构成的框架提供模型整体刚度;纵梁和 横梁固定焊接,并在横梁上开孔,以便在不削弱总体 刚度条件下便于测压管路的通过,见图2(a)和(b). 人行道栏杆和防撞栏均采用 ABS 板激光雕刻而成, 如图2(c)和(d)所示.模型外衣采用轻质航空木板制 成,并在模型中部断面布置分布式测压孔,共81个测 点,测压点之间的距离为10~20 mm,测压管内径为 0.8 mm,长度均为1200 mm,如图3 所示.图中,*X/B* 和 Y/D 为无量纲坐标,X、Y 分别指代主梁上下表面、 迎背风侧测点坐标.

节段模型安装于自行研制装配式可调整风洞内 支架系统上,保证模型两端与支架系统内壁间隙足 够小且在试验中不会发生接触,最大限度避免模型 端部三维绕流效应.模型采用双侧共4个天平与2 根刚性水平吊臂相连;吊臂两端再分别通过上下共 8 根弹簧与框架系统相连,形成二维弹性悬挂系统, 同时在吊臂处共布置两个激光位移传感器,见 图4,5.



(a) 弹性悬挂系统
 (b) 细节及测试仪器布置
 图 5 同步测力、测压和测振节段模型安装
 Fig.5 Testing model and synchronal measurement systems in TJ-3 wind tunnel

试验采用日本 Matsushita 公司 MLS LM10-130 ANR1215 型激光位移传感器,测量范围为 130± 50 mm,分辨率为 20 μm,线性度误差在±0.2%以内. 模型表面压力测试使用美国 SCANIVALVE 扫描阀 公司生产的量程为 ± 254 和 ± 508 mm 水柱的 DSM3000 电子式压力扫描阀系统、PC 机和自编的 信号采集软件.采样频率 200 Hz,采样时间 60 s.测 力天平采用自主研制的高精度测力天平,见图 6.

图 6 高精度动态天平及其复合连接件 Fig.6 High precision dynamic balance and accessories

试验在同济大学 TJ-3 边界层风洞中进行.该风 洞是一个竖向布置的闭口回流式边界层风洞,试验 段长 14 m、宽 15 m、高 2 m,空风洞可控风速范围为 1~17.6 m/s.试验过程最大阻塞比小于 5%.测压管 路的加长会使管路系统的固有频率降低,使压力信 号中的高频成分发生显著衰减,影响测量精度.采用 测压管路频响函数对测压信号进行修正.图7为试 验测得测压管路频响函数的幅值和相位.可知,在低 频处.本试验采用测压管路系统对系统频响特性影 响较小.利用集成式 NI 采集板对不同接口采集力信 号和位移信号,并对测压点信号采用测压管路修正 频响函数进行修正,从而由测控硬件条件和数值补 偿修正实现了力信号、压力信号、与振动信号的一致 同步性.主梁节段模型的主要参数见表 2.结合图 7 可知,在竖弯和扭转频率处,压力信号畸变对幅值和 相位影响较小,竖向频率处幅值比和相位差分别仅 为1.01 和-4.2°.

Fig. 7 Frequency response transfer function of the pressure measurement system

Tab.2 Main parameters of the model

模态	频率/ Hz	阻尼比/%	总质量/ kg	总质量惯性矩/ (kg・m ²)
竖弯	5.66	0.35	13.09	0.56
扭转	15.12	0.35		

1.2 涡振响应

试验完成-3°、0°和+3°初始风攻角下的涡振试 验,试验风速为2~7.5 m/s,对应基于主梁特征宽度 的雷诺数范围为7.34×10⁴~2.75×10⁵.-3°和0°初始 风攻角下,并未发现明显的涡振现象.+3°攻角下,主 梁断面出现了明显的竖向涡振现象,涡振响应如 图 8所示.横坐标表示折算风速 U_{*} = U/f_hB,其中 U 为来流风速,f_h 为零风速下竖弯频率;纵坐标表示归 一化振幅 A/D,其中 A 为竖向振幅.在折算风速小于 2.43 的风速范围内,存在两阶竖弯涡振区.其中第二 阶涡振锁定区间为 1.53~2.11,最大振幅为 0.067, 对应折算风速为 2.02.

限于篇幅,仅针对第二阶涡振锁定区进行分析. 为了研究涡振过程箱梁表面分布气动力演变特性, 取折算风速 1.46、1.76、2.02、2.08 和 2.15 分别作为 涡振发生前、锁定区上升区、振幅极值点、下降区和 涡振后等不同时期的典型风速,并分别对上述风速 下箱梁表面气动力进行分析研究.以下如无特别说 明,均以上述风速点代替上述涡振不同时期.

2 分布气动力演变特性

箱梁表面压力包含了丰富的信息,不仅能够反 映断面气体绕流情况,而且通过积分还能获得气动 力变化的整体过程及变迁过程.分布气动力为测点

2.1

式中: $p_i(t)$ 为 i 测点风压时程, U_0 为相应工况下来

征,从而初步判断气流在箱梁表面的分离与再附.

图 9给出了涡振过程平均风压系数空间分布演变特

征.仅迎风侧风嘴上部及下部前端为正压区,其余均

为负压区:上表面下游 X/B=-0.30 处和下表面下游

X/B=-0.19 处分别存在较大极值,表明气流在迎风

0.8

-0.4

平均风压系数表征气流在模型表面总体分布特

流平均风速, $C_{\mu}(t)$ 为*i*测点风压系数时程.

平均压力系数

附近区域所受气动力,采用测点压力与相邻两测点 距离一半的乘积来表示,对模型表面所有分布气动 力进行代数叠加,即可得模型所受总气动力.根据节 段模型表面压力信号,对比分析涡振前、锁定区上升 区、振幅极值点、下降区以及涡振后等涡振不同时期 箱梁表面分布气动力分布特征及演变特性,分析内 容包括时域内的压力系数均值、压力系数根方差及 各测点气动力频谱.

测点风压系数定义为

涡振过程平均风压系数 图 9

2.2 脉动压力系数

箱梁振动中,压力均值提供静力部分,而动荷载 部分由压力脉动部分提供,表面压力根方差反映断 面上压力脉动强弱.图 10 给出了涡振过程箱梁表面 压力系数根方差空间分布演变特征.涡振发生前,模 型运动幅值很小,接近于静止,此时箱梁表面压力脉 动分布均匀且压力系数根方差较小;进入涡振锁定 区后,上表面下游、下表面下游与下游风嘴转角区域 附近的压力根方差系数迅速增大,远大于涡振前;从 极值点到涡振后,压力脉动迅速减弱;涡振后,箱梁 表面的压力脉动基本处于分布均匀状态,接近涡振 前的情况.整个涡振过程中,上表面下游(X/B<-0.1 区域)、下表面下游与风嘴转角区域(-0.27 <X/B< -0.23区域及背风侧 Y/D<0.07 区域) 压力系数根方 差演变特性最为明显,分别定义为区域 A 和区域 B,

见图 11.

为了进一步揭示涡振过程涡振幅值与气动力特 性之间的同步演变关系,选取上表面 X/B = -0.41、 下表面 X/B=-0.25 处测点分别作为上表面下游、下 表面下游与下游风嘴转角区域典型测点进行分析, 并分别以 A 和 B 测点表达,见图 11.

图 12 给出了涡振过程 A 和 B 测点压力系数根 方差与归一化振幅关系.涡振振幅与 B 测点压力系 数根方差呈正相关关系,均在振幅极值点风速时达 到最大,A测点压力系数根方差也与振幅有同步变 化关系,A和B测点压力脉动与涡振振幅具有明显 的相关性.

涡振过程中,箱梁表面压力系数根方差具有明 显的变迁过程.涡振前和涡振后.模型表面的压力脉 动分布相似,分布状态较均匀.而进入涡振锁定区

Fig.10 Comparison of RMS of pressure coefficients during VIV

Fig. 12 Comparison of RMS of pressure coefficients and amplitudes of VIV responses during VIV

2.3 测点气动力频谱

测点压力频谱能反映压力脉动的频率特征.经 过对模型表面各测点压力进行频谱分析,发现涡振 锁定区前后结构表面压力没有比较统一的卓越频 率.而在涡振锁定区,结构周围旋涡脱落被结构振动 锁定,表面压力存在着与结构振动一致的卓越频率. 定义无量纲气动力系数:

$$C_{pi}^{d} = \frac{p_{i}^{d}}{1/2\rho U_{0}^{2}},$$
 (2)

式中:*p_i^d*为*i*测点压力在振动卓越频率处压力幅值, *C_{ui}*为*i*测点振动卓越频率处压力系数.

图 13 给出了涡振过程各测点振动卓越频率处 压力系数 C^d_{µi}空间分布演变特征.涡振发生前后,各 测点振动卓越频率处压力系数 C^d_{µi}在运动卓越频率 处的幅值很小且分布均匀,进入涡振锁定区后,箱梁 绝大部分区域气动力系数幅值迅速增大,振幅极值 点风速后,迅速衰减,并趋近于均匀分布.这表明涡 振充分发展后,箱梁表面各点压力脉动主要是模型 振动诱导产生的自激成分,而强迫力成分相对较小.

压力脉动明显,该压力脉动表现出明显的演化特性,

后,由于模型振动造成的气流周期性分离与再附,导

Fig.13 Comparison of pressure coefficients at predominant frequency during VIV

与图 10 对比,可见测点振动卓越频率处压力 系数空间分布与压力系数根方差空间分布相近.为 了进一步展现上述两种分布之间的内在联系,以 涡振前(折算风速为 1.46)和振幅极值点(折算风 速为 2.02)为例,图 14、15 分别给出了涡振前和振 幅极值点时各测点振动卓越频率处压力系数 *C*^d_{ni}与 压力系数根方差空间分布对比.可见涡振前卓越频 率处压力系数 C^d_{pi}幅值与压力系数根方差相差迥 异,在振幅极值点时,在上表面下游和下表面与下 游风嘴转角区域,二者趋势完全相吻,即这些测点 区域压力脉动几乎完全由模型振动诱导产生的自 激成分贡献.

Fig.14 Comparison of RMS of pressure coefficients and pressure coefficients at predominant frequency ($U_* = 1.46$)

Fig.15 Comparison of RMS of pressure coefficients and pressure coefficients at predominant frequency ($U_* = 2.02$)

为了表征涡振过程涡振振幅与卓越频率处分布 气动力之间的同步演变关系,与上节类似,以A和B 测点分别作为上表面下游、下表面下游与下游风嘴 转角区域典型测点.图16给出了涡振过程A、B测点 振动卓越频率处压力系数 C^d_{pi}与归一化振幅关系.涡 振振幅与B测点卓越频率处压力系数呈正相关关 系,均在振幅极值点风速时达到最大,A测点卓越频 率处压力系数也与振幅有同步变化关系.由模型周 期性振动引起的A和B测点压力与涡振振幅高度 相关.

Fig.16 Comparison of pressure coefficients at predominant frequency and amplitudes of VIV responses during VIV 在涡振锁定区内,结构周围旋涡脱落被结构振 动锁定,箱梁表面气动力变化主要由卓越频率主导. 其中,上表面下游、下表面下游与下游风嘴转角区域 气动力脉动几乎完全由该卓越频率主导的气动力分 量贡献,即这些区域的压力脉动主要由旋涡脱落诱 发的箱梁周期性运动引起的.综合 2.1 节和 2.2 节, 可推断这些区域的强烈压力脉动是引起涡激共振的 主要原因.

3 结 论

针对典型扁平箱梁主梁断面,开发了同步测力 测振测压风洞试验装置,研究了涡振过程(发生前、 锁定区上升区、锁定区振幅极值点、锁定区下降区和 涡振后)箱梁表面分布气动力演变特性,揭示了典 型流线型箱梁断面涡振机理.主要结论如下:

1)涡振过程中,箱梁表面分布气动力特性具有 明显的变迁过程,集中体现在涡振锁定区内外气动 力特性具有显著差异.涡振发生前后,压力系数根方 差较小、分布均匀且无统一卓越频率;涡振锁定区 内,表面压力被结构振动锁定,压力脉动频率与结构 频率一致.特别是上表面下游、下表面下游与下游风 嘴转角区域的压力脉动明显,并几乎完全由模型周 期性振动诱导产生的自激力成分贡献.

2)涡振过程中,分布气动力与涡振振幅具有明 显同步演化关系,压力系数根方差、振动卓越频率处 压力系数等与涡振振幅高度相关.

3)涡振过程分布气动力特性与涡振响应同步 演化,尤其是上表面下游、下表面与下游风嘴转角附 近区域气动力演变特性显著,是引起涡振的主要 原因.

参考文献

- LARSEN A, ESDAHL S, ANDERSEN J E, et al. Storebælt suspension bridge-vortex shedding excitation and mitigation by guide vanes[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2000, 88(2/3):283-296.
- [2] FUJINO Y. Wind-Induced vibration and control of Trans-Tokyo Bay Crossing Bridge[J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128 (8):1012-1025.
- [3] BALLISTA R C, PFEIL M S. Reduction of vortex-induced oscillations of Rio-Nileroi bridge by dynamic control devices [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2000, 84 (3) :273-288.
- [4] LI H, LAIMA S, OU J, et al. Investigation of vortex-induced vibration of a suspension bridge with two separated steel box girders based on field measurements[J]. Engineering Structures, 2011, 33 (6):1894-1907.
- [5] LI H, LAIMA S, ZHANG Q, et al. Field monitoring and validation of vortex-induced vibrations of a long-span suspension bridge [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2014, 124 (7):54-67.
- [6] 许福友,丁威,姜峰,等.大跨度桥梁涡激振动研究进展与展望
 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(10):40-49.
 XU Fuyou, DING Wei, JIANG Feng, et al. Research progress and prospect of vortex-induced vibration of long-span bridges [J].
 Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10):40-49.
- [7] SIMIU E, SCANLAN R H. Wind effects on structures: Fundamentals and applications to design[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [8] LARSEN A. A generalized model for assessment of vortex-induced vibrations of flexible structures [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1995, 57(2/3): 281–294.
- [9] LARSEN A, WALTHER J H. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulations [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1997, 67(97):253-265.
- [10] NAGAO F, UTSUNOMIYA H, YOSHIOKA E, et al. Effects of handrails on separated shear flow and vortex-induced oscillation[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1997, 69 (97):819-827.
- [11] DIANA G, RESTA F, BELLOLI M, et al. On the vortex shedding forcing on suspension bridge deck[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2006, 94(5):341–363.
- [12]张文明,葛耀君,杨詠昕,等.带挑臂箱梁涡振气动控制试验
 [J].哈尔滨工业大学学报,2010,42(12):1948-1952.
 ZHANG Wenming, GE Yaojun, YANG Yongxin, et al.

Experimental study on aerodynamic control of the vortex-induced vibrations of a box girder with projecting slab[J].Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(12):1948-1952, 1989.

- [13]许福友,林志兴,李永宁,等. 气动措施抑制桥梁涡振机理研究
 [J].振动与冲击,2010,29(1):73-76.
 XU Fuyou, LIN Zhixing, LI Yongning, et al. Study on the mechanism of vibrating vibration of bridge by aerodynamic measures
 [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(1):73-76.
- [14]郭增伟,赵林,葛耀君,等.基于桥梁断面压力分布统计特性的抑流板抑制涡振机理研究[J].振动与冲击,2012,31(7): 89-94.

GUO Zengwei, ZHAO Lin, GE Yaojun, et al. Mechanism analysis for vortex-induced vibration reduction of a flat streamlined steel boxshaped girder with airflow-suppressing board based on statistical property of surface pressure [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(7):89-94.

- [15] 胡传新,杨立坤,周志勇.动态测压与 POD 方法相结合对桥梁 涡振的分析[J]. 力学季刊, 2013, 34(4):591-598.
 HU Chuanxin, YANG Likun, ZHOU Zhiyong. Research on vortex vibration of bridge based on POD and dynamic pressure measurement[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2013, 34(4): 591-598.
- [16] WU T, KAREEM A. Vortex-induced vibration of bridge decks: A volterra series based model [J]. Journal of Engineering Mechanics ASCE, 2013, 139(12):1831-1843.
- [17] MASHNAD M, JONES N P. A model for vortex-induced vibration analysis of long-span bridges [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2014, 134:96-108.
- [18] LAIMA S, LI H. Effects of gap width on flow motions around twinbox girders and vortex-induced vibrations [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2015, 139:37-49.
- [19] YUAN W Y, LAIMA S, CHEN W L, et al. Investigation on the vortex-and-wake-induced vibration of a separated-box bridge girder
 [J]. Journal of Fluids and Structures, 2017,70: 145-161.
- [20] XU K, ZHAO L, GE Y J. Reduced-order modeling and calculation of vortex-induced vibration for large-span bridges [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2017,167:228-241.
- [21]XU F Y, YING XY, LI Y L, et al. Experimental explorations of the torsional vortex-induced vibrations of a bridge deck [J]. Journal of Bridge Engineering, 2016, 21(12):1-10.
- [22] KURODA S. Numerical simulation of flow around a box girder of a long span suspension bridge [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1997, 67(4):239-252.

(编辑 赵丽莹)