

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201712022

节理岩体抗力系数的各向异性特征与计算方法

涂洪亮, 乔春生, 朱 举

(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘 要: 隧道设计的荷载-结构法中, 围岩抗力系数是影响衬砌内力与变形的重要参数, 节理的存在会导致抗力系数的各向异性, 然而, 目前工程中较少考虑抗力系数的各向异性问题. 以大连地铁 2 号线兴工街站隧道工程为背景, 针对含有两组贯通节理岩体抗力系数的各向异性分布特征, 采用正交试验和离散元数值模拟, 分析岩石弹性模量、泊松比、节理间距、节理倾角、节理法向刚度等 10 个影响因素作用下抗力系数的分布规律. 结果表明: 洞周围岩抗力系数分布曲线呈椭圆形, 长轴沿两组节理夹角角平分线方向; 方差分析中 5% 水平下的显著性影响因素依次为节理法向刚度、岩石弹性模量、节理间距与节理倾角; 各向异性系数随洞径与节理间距比值的增大呈现出先增大后减小的规律, 当比值趋近于零或无穷大时, 各向异性系数收敛于 1. 基于上述分析结果, 进一步推导出围岩抗力系数椭圆分布函数的理论计算公式, 并验证公式的准确性. 工程实例计算表明, 围岩抗力系数的各向异性对衬砌轴力的影响较小, 对弯矩的影响显著.

关键词: 节理岩体; 围岩抗力系数; 各向异性; 正交试验; 方差分析; 椭圆分布函数

中图分类号: U45 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2019)02-0090-10

Anisotropic characteristic and calculation of the resistant coefficient of the jointed rock mass

TU Hongliang, QIAO Chunsheng, ZHU Ju

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In load-structure model for tunnel design, the rock mass resistant coefficient (k) is an important parameter which affects the behavior of the tunnel structure prominently. The anisotropy of k appears due to the presence of joints. However, no adequate efforts have been made to research the anisotropic distribution of k in jointed rock masses. Ten influencing factors including the elastic modulus of rock, Poisson's ratio, and the properties of two sets of joints were analyzed for evaluating the anisotropic distribution of k , by using orthogonal array testing strategy (OATS) and distinct element method (DEM), with Xinggongjie Station Tunnel Project on No. 2 Line of Dalian Metro as an example. The results show that the distribution curves of k were oval-shaped. The maximum value was along the direction of the two joints angle bisector. Using the variance analysis of OATS, the significant influencing factors at the level of five percent were the elastic modulus of the rock, the normal stiffness of the joints, the spacing of the joints, and the intersection angle of two sets of joints. With the increase of the ratio of tunnel diameter to joint spacing, the anisotropy coefficient of k increased first and then started to drop, which converged to one when the ratio was equal to zero or infinite. Based on the above analysis results, the elliptic function of k was derived and was verified. The engineering example shows that the resistant coefficient of jointed rock mass is obviously anisotropic, which has little influence on the axial force of lining and remarkable influence on bending moment.

Keywords: jointed rock masses; rock mass resistant coefficient; anisotropy; orthogonal array testing strategy; variance analysis; elliptical distribution function

围岩抗力系数(k)是隧道衬砌结构设计计算中一个重要的力学参数,反映围岩与衬砌结构共同作用时围岩所能承担荷载的能力, k 的取值不同直接影响了衬砌的内力^[1].目前, k 的确定方法主要包括

以下3种:1)根据围岩级别从规范中查询,《铁路隧道设计规范》中给出了不同围岩级别下 k 的参考值^[2],从表中可以看出即使围岩为某一级明确的岩体,设计人员也难以根据自己的经验从一个宽广的范围中选出相对合理的值.2)理论研究,最早是基于弹性理论中厚壁圆筒的Lame经典解答得到的Gallerkin公式.钱令希^[3]提出了考虑洞周裂缝区影响的 k 的计算公式.吕有年^[4]根据弹性和塑性理论推导出了通用计算公式.考虑到隧道开挖后围岩所

收稿日期: 2017-12-04
基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51478031)
作者简介: 涂洪亮(1991—),男,博士研究生;
乔春生(1958—),男,教授,博士生导师
通信作者: 涂洪亮, tuhongliang2013@163.com

处的真实应力状态,Muir Wood^[5]提出了基于 Airy 应力函数的地层抗力系数计算公式.蔡晓鸿等^[6-8]考虑围岩的蠕变效应、中间主应力、剪胀等性质作用下,采用不同的强度准则分别得到了 k 的计算公式.上述查表和理论研究方法均未考虑围岩各向异性的影响,节理的存在会导致 k 的各向异性,不少现场试验结果表明 k 具有各向异性.3)现场试验,常用的方法有千斤顶法和径向液压枕法.刘长庚等^[9]在小浪底水库的砂页岩地层,采用径向千斤顶进行试验,得到了 k 的各向异性特征;李维树^[10]利用层状岩体波速的各向异性,给出了层状岩体 k 的计算公式.唐爱松等^[11]在广西岩滩水电站采用径向液压枕法现场试验,分析了 k 的各向异性与压力的关系;李波等^[12]在沪昆高速铁路隧道通过径向液压枕法试验,获得了 k 的各向异性分布规律.

以上实测结果均表明 k 存在各向异性,尤其是层状和节理岩体中各向异性明显,但现有研究均未对抗力系数的分布特征及其对隧道支护设计的影响等问题进一步深入探讨.针对节理岩体中围岩抗力系数的各向异性分布特征,以大连地铁2号线兴工街站隧道工程为背景,采用正交试验和离散单元法模拟径向液压枕法测围岩抗力系数,通过81个数值试验,分析各因素综合作用下 k 的各向异性分布特征,并进行方差分析,确定各因素的影响显著性.为使 k 适用于不同规模的地下工程,进一步分析了尺寸效应.基于以上分析结果,借助坐标变换理论和力的平衡方程,推导出抗力系数椭圆分布函数的计算公式,通过与数值计算结果的对比,验证了公式的准确性.最后以兴工街站隧道为例,分析了围岩抗力系数各向异性对衬砌内力的影响.

1 工程概况

大连地铁2号线兴工街站位于兴工街与西安路交叉口处,西安路的正下方,其东面有机车商厦,西

面是福佳新天地广场,建筑物密集,道路交通繁忙,地理位置如图1所示.隧道总长208.3 m,为地下双层岛式站台车站,车站主体标准断面开挖宽度为21.5 m,高18.11 m,洞顶埋深5~25 m,开挖断面面积为344 m²,横截面如图2所示.隧道上部为较软弱风化层岩体,由中生代燕山期辉绿岩、震旦系长子岭组、第四系上更新统冲击层等组成,受构造影响严重,呈碎石、角砾、粉末状的断层带;隧道洞身及下部为中风化钙质板岩,地质构造复杂,盖层中褶皱多为紧密线性同斜单元褶皱,层理和节理裂隙发育至极发育,矿物主要为云母、石英、方解石,局部夹石英岩脉.岩体等级为IV级^[13-15],地质纵剖面如图3所示. s_1 、 s_2 、 s_3 和 α 分别为节理间距和节理倾角.岩石和节理的物理力学参数取值如表1所示.

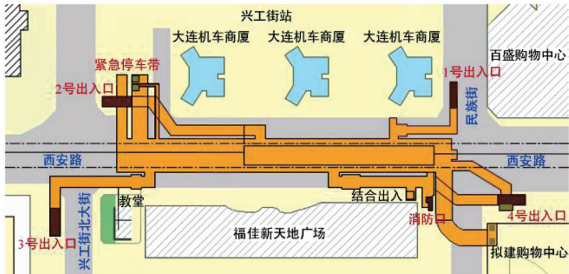


图1 兴工街站地理位置
Fig. 1 Location of Xingongjie Station

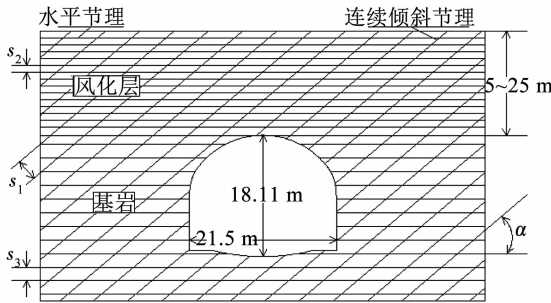


图2 兴工街站隧道节理分布

Fig. 2 Joints schematic diagram of Xingongjie Station Tunnel

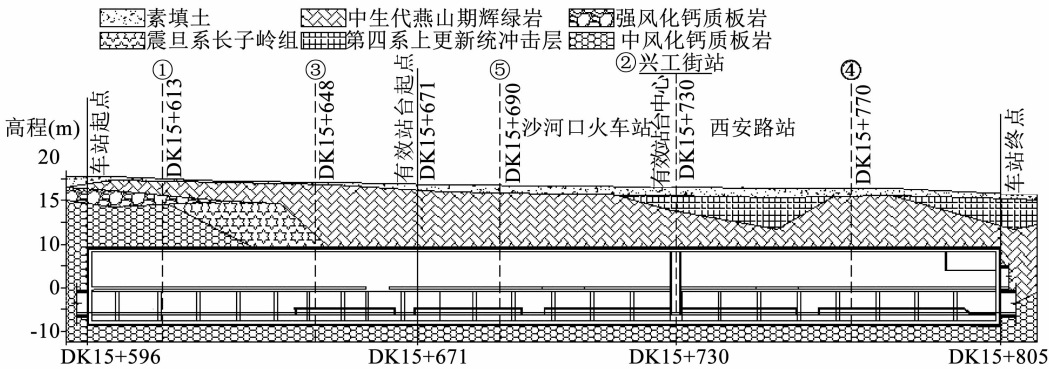


图3 兴工街站隧道地质纵剖面

Fig. 3 Profile showing geological conditions of Xingongjie Station Tunnel

表 1 兴工街站隧道围岩参数取值范围

Tab. 1 Parameters value scope of Xinggongjie Station Tunnel

位置	E/GPa	μ	s_1/m	s_2/m	s_3/m	$\alpha/(\text{ }^\circ)$	$k_n/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	$k_s/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	C/MPa	$\varphi/(\text{ }^\circ)$	σ_y/MPa	$\psi/(\text{ }^\circ)$
上部	11~20	0.28~0.40	0.5~2	0.3~1	—	10~80	1~41	1~41	0.05~2.4	5~45	0.05~2.4	5~45
下部	23~30	0.26~0.30	0.5~2	—	0.4~1.2	10~80	1~41	1~41	0.05~2.4	5~45	0.05~2.4	5~45

2 试验方案

离散单元法(UDEC)模拟节理岩体中的隧道受力与变形时,是通过模拟节理的切割将模型离散成为变形块体,并借助牛顿第二定律进行求解. 其在工程上的适用性已经得到了广泛的认可,李英勇等^[16]利用离散元 UDEC 分析了极浅埋连拱隧道中隔墙顶部围岩塌方演化的全过程;莫振泽等^[17]运用 UDEC 建立了滚刀贯切岩石的二维数值系列模型,对 TBM 滚刀破岩过程进行分析.

参照《水利水电工程岩石试验规程》^[18] 中径向液压枕法测围岩抗力系数的相关规定,确定数值计算模型如图 4 所示,试验洞半径为 1 m,模型边界距隧道中心为 10 m,四周边界均采用法向约束支座. 兴工街车站隧道围岩主要为Ⅳ级,围岩中含有 2 组水平层状节理、1 组贯通倾斜节理以及一些次生节理. 不同组节理的节理间距相差较小,因此,简化为两组等间距节理,节理夹角为 0°~90°,将其中 1 组节理的倾角固定为 0°,让另外 1 组节理倾角由 0°到 90°变化. 其他更为普遍的节理夹角可以通过模型的旋转得到.

依据兴工街站隧道围岩压力的实际监测结果可知地应力均小于 0.5 MPa^[13],参考现有试验的径向压力值^[9-12],试验中作用于隧道内壁上的径向压力

取为 3.2 MPa,按 0.8 MPa 的步距逐步施加,并监测记录洞壁 12 个方向上的变形值.

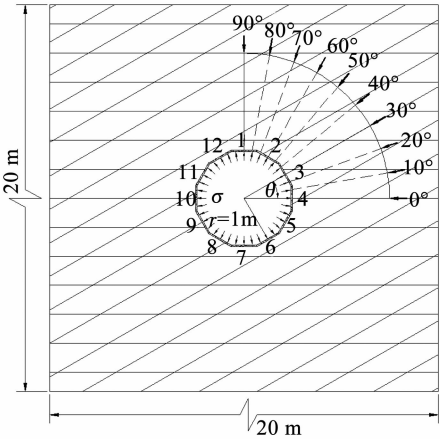


图 4 径向液压枕法测围岩抗力系数的数值计算模型
Fig. 4 Numerical model of the radial hydraulic pressure pillow testing to measure rock mass resistant coefficient

数值计算中岩石采用线弹性本构,节理采用库伦-滑移模型. 由于岩石为线弹性、节理为常刚度,需要进一步判断围岩压力对抗力系数是否会产生影响,以上述兴工街车站隧道的围岩条件进行计算,岩石和节理的物理力学参数取值见表 2. 地应力(p_0)分别取为 0,0.8,1.6,2.4 和 3.2 MPa,模拟径向液压枕法测围岩抗力系数,得到洞壁位移随径向压力的变化曲线,如图 5 所示.

表 2 兴工街站隧道围岩参数

Tab. 2 Parameters of Xinggongjie Station Tunnel

E/GPa	μ	s/m	$\alpha/(\text{ }^\circ)$	$k_n/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	$k_s/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	C/MPa	$\varphi/(\text{ }^\circ)$	σ_y/MPa	$\psi/(\text{ }^\circ)$
15	0.3	1.5	60	41	41	0.8	35	0.8	35

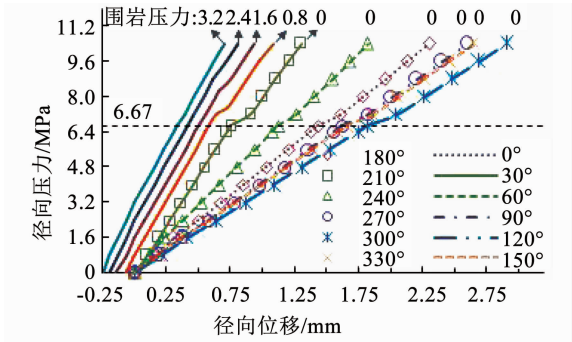


图 5 洞壁径向压力与径向位移的关系
Fig. 5 Relation curves between radial pressure and displacement at the cavity excavation interface

由图 5 可以看出,径向压力 $p < 6.67$ MPa 时,曲线均呈直线增加,围岩抗力系数(斜率)不随压力变化,可以称为弹性抗力系数;径向压力 $p = 6.67$ MPa 时,围岩压力为 0 的曲线有一个突变,这是因为此时节理发生了剪切滑移,根据库伦剪切滑移理论 $\tau = C + \sigma \tan \varphi$,可以计算得到使节理发生剪切滑移的临界径向压力为

$$p = \frac{C}{1 - \tan \varphi}.$$

(1)

将 $C = 0.8$ MPa, $\varphi = 35^\circ$ 代入上式可得 $p = 6.67$ MPa,与数值计算结果一致.

围岩压力为 0 时,对比图 5 中洞周 12 个方向的位移曲线,即右边 6 条曲线和 6 组数据点所示,可知洞壁位移关于原点中心对称. 30°方向的曲线斜率最大,围岩抗力系数最大,该组共轭节理的夹角为 60°,说明沿两组节理夹角角平分线方向围岩抗力系数最大,且可以看出垂直于两组节理夹角角平分线方向(120°)围岩抗力系数最小.

考虑围岩压力($p_0=0.8,1.6,2.4,3.2$ MPa)的影响,如图 5 中左边 4 条曲线所示,当径向压力小于围岩压力时,洞壁的位移向洞内收敛,为负值,随着径向压力的增大,位移逐渐减小,当径向压力等于围岩压力时,洞壁的位移为 0. 不同围岩压力下的位移曲线与无围岩压力下的位移曲线平行,围岩抗力系数相等,这是由于当岩石采用线弹性本构、节理采用常刚度的库伦滑移模型时,节理发生张开滑移前,围

岩压力对围岩抗力系数没有影响,可称为弹性抗力系数.

2.1 正交试验

根据现有的理论研究和现场实测结果,选定岩石的弹性模量 E 和泊松比 μ 、节理间距 s 、节理夹角 α 、节理法向刚度 k_n 、节理切向刚度 k_s 、节理的黏聚力 C 、摩擦角 φ 、抗拉强度 σ_{ij} 以及剪胀角 ψ 共 10 个因素作为抗力系数的影响因素. 岩石弹性模量大小为 1~57 GPa,泊松比为 0.05~0.45;节理法向刚度和切向刚度均为 1~41 GPa;其他因素的取值范围参照《工程岩体分级标准》^[19] 确定,各因素的水平划分见表 3. 采用正交试验设计试验方案,每个因素考虑 9 个变化水平,10 因素 9 水平需要 81 次试验. 由正交试验表 $L_9^{81}(10)$ 可以得出 81 个试验方案中各因素的取值组合.

表 3 正交试验中各参量的水平划分

Tab. 3 Variable levels of factors in orthogonal array testing

水平	E/GPa	μ	s/m	$\alpha/(^\circ)$	$k_n/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	$k_s/(\text{GPa}\cdot\text{m}^{-1})$	C/MPa	$\varphi/(^\circ)$	σ_{ij}/MPa	$\psi/(^\circ)$
1	1	0.05	0.3	10	1	1	0.05	5	0.05	5
2	8	0.10	0.6	20	6	6	0.10	10	0.10	10
3	15	0.15	0.9	30	11	11	0.20	15	0.20	15
4	22	0.20	1.2	40	16	16	0.40	20	0.40	20
5	29	0.25	1.5	50	21	21	0.80	25	0.80	25
6	36	0.30	1.8	60	26	26	1.20	30	1.20	30
7	43	0.35	2.1	70	31	31	1.60	35	1.60	35
8	50	0.40	2.4	80	36	36	2.00	40	2.00	40
9	57	0.45	2.7	90	41	41	2.40	45	2.40	45

2.2 方差分析

采用统计软件 SPSS 进行方差分析时需要设立一个对比项,先通过极差分析选出对 k 影响最小的因素剪胀角作为对比项,再采用方差分析判断各因素影响的显著性. 对 81 个试验结果中 0°方向的抗力系数进行方差分析,结果如表 4 所示.

表 4 方差分析计算结果

Tab. 4 Results of the variance analysis

方差来源	III 型平方和	自由度	均方和	F 值	显著性
E	7.774×108	8	9.718×107	11.24	**
μ	1.801×108	8	2.252×107	2.60	(*)
s	5.529×108	8	6.911×107	7.99	**
α	4.654×108	8	5.817×107	6.73	**
k_n	9.648×108	8	1.206×108	13.95	**
k_s	1.612×108	8	2.015×107	2.33	—
C	8.709×107	8	1.089×107	1.26	—
φ	5.534×107	8	6.917×106	0.80	—
σ_{ij}	1.399×108	8	1.749×107	2.02	—
误差	6.917×107	8	8.647×106		

根据 F 分布表可得, $F_{1-0.01}(8,8)=6.03$, $F_{1-0.05}(8,8)=3.44$, $F_{1-0.10}(8,8)=2.59$. 因此,可以得出各个因素对围岩抗力系数的影响顺序依次为 $F_{k_n} > F_E > F_s > F_\alpha > F_{1-0.01}(8,8) > F_{1-0.05}(8,8) > F_\mu > F_{1-0.10}(8,8) > F_{k_s} > F_{\sigma_{ij}} > F_C > F_\varphi$. 岩石弹性模量、节理法向刚度、节理间距、节理夹角是对抗力系数影响高度显著的 4 个因素,岩石泊松比对围岩抗力系数有一定影响,其他因素对围岩抗力系数无显著影响.

3 k 的各向异性分布特征

根据各个测点的压力-变形曲线的斜率计算出每个方向的围岩抗力系数值. 通过对计算结果的分析发现:1) 围岩抗力系数分布范围较广,最小值为 19 MPa/m,最大值为 30 103 MPa/m. 节理岩体中隧道围岩抗力系数的影响因素较多,数值变化范围大,工程设计时简单套用规范中不同围岩级别下的抗力系数有一定盲目性,结合岩石的坚硬程度和节理的分布状态及力学性质等综合确定较为合理;2) 洞壁不同方向上的围岩抗力系数值并不相同,差异明显,

注: $R^2=0.98$

节理岩体中围岩抗力系数有明显的各向异性特征. 抗力系数分布曲线可按节理间夹角的大小划分为 3 种类型, 节理夹角为 $10^{\circ}, 20^{\circ}, 30^{\circ}$ 时属于第 1 种类型 (椭圆形), 节理夹角为 $40^{\circ}, 50^{\circ}, 60^{\circ}$ 时属于第 2 种类型 (近似椭圆形), 节理夹角为 $70^{\circ}, 80^{\circ}, 90^{\circ}$ 时属于第 3 种类型 (圆形), 3 种分布曲线如图 6 所示.

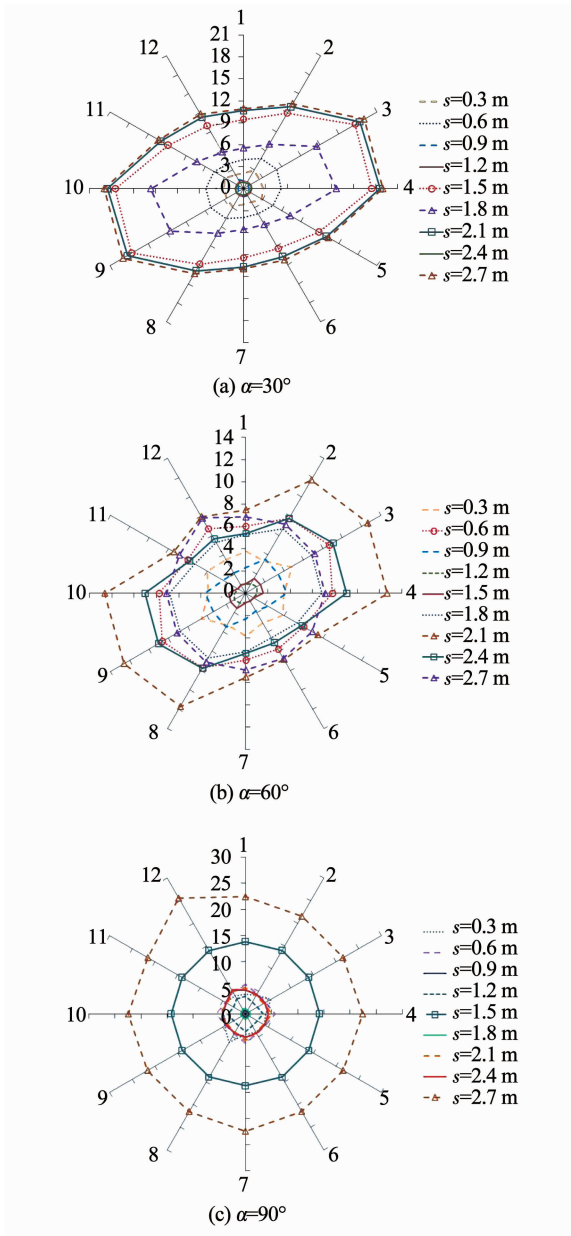


图 6 不同节理间距下围岩抗力系数的分布曲线

Fig. 6 Distributing curves of rock mass resistant coefficient under different joint spacing

围岩抗力系数分布曲线的形状近似于椭圆形, 且椭圆关于两组节理夹角角平分线对称, 沿两组节理夹角角平分线方向围岩抗力系数最大, 垂直于夹角角平分线方向最小. 节理夹角分别为 $30^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}$ 时, 围岩抗力系数分布曲线由椭圆形逐渐变为圆形, 随着节理间距的增大, 围岩抗力系数呈现出不规则的变化规律, 这与岩石弹性模量、节理切向刚度、法

向刚度等因素的影响有关.

定义各向异性系数 ξ 为隧道洞周围岩抗力系数的最大值与最小值之比, 各向异性系数接近 1.0 时, 表示各向异性较弱, 大于 3.0 时表示各向异性较强或极强^[20]. 为分析隧道洞径和节理间距对围岩抗力系数分布的影响规律以及抗力系数的尺寸效应, 采用各向异性系数代表洞周围岩抗力系数的分布特征, 用隧道直径 d 与节理间距 s 的比值 $\lambda = d/s$ 代表节理岩体中结构体的相对大小^[21].

在前述正交试验模型基础上, 新增不同节理间距下不同洞径的离散元计算模型. 隧道洞径为 1 ~ 6 m, 节理间距为 0.2 ~ 4 m, 模型尺寸均为 20×20 m, 施加的最大径向压力均为 3.2 MPa. 不同洞径和节理间距下的各向异性系数计算结果见表 5, 整理得出各向异性系数 ξ 与 λ 的关系曲线见图 7.

表 5 不同隧道洞径和节理间距下围岩的各向异性系数
Tab. 5 Anisotropy coefficient of different tunnel diameter and joints spacing

节理间距/m	隧道洞径/m					
	1	2	3	4	5	6
0.2	1.610	1.498	1.375	1.232	1.142	1.085
0.3	1.571	1.615	1.524	1.455	1.344	1.243
0.5	1.412	1.522	1.612	1.601	1.493	1.475
1.0	1.223	1.390	1.452	1.514	1.525	1.578
2.0	1.221	1.387	1.361	1.305	1.328	1.425
3.0	1.173	1.293	1.308	1.281	1.244	1.316
4.0	1.142	1.251	1.265	1.252	1.230	1.297

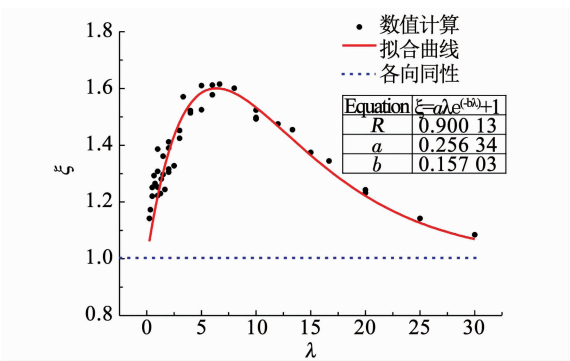


图 7 各向异性系数拟合曲线

Fig. 7 Fitted curve of the anisotropy coefficient

各向异性系数表现出随相对尺度增大, 先增大后减小, 并逐渐趋于 1 的变化规律, 当岩体中不含节理时 $\lambda = 0$, 岩体为各向同性体; 当岩体中存在密集分布的节理时, $\lambda \rightarrow \infty$, 各向异性系数趋近于 1, 表示岩体可视为等效各向同性体. 即需要满足以下极限条件

$$\begin{cases} \lim_{\lambda \rightarrow 0} f(\lambda) = 1, \\ \lim_{\lambda \rightarrow \infty} f(\lambda) = 1. \end{cases} \quad (2)$$

采用非线性最小二乘法回归分析,拟合得到各向异性系数 ξ 与相对尺度 λ 的函数关系为

$$\xi = f(\lambda) = 0.256 \cdot \lambda \cdot e^{-0.157\lambda} + 1. \quad (3)$$

4 k 的理论计算

4.1 k 分布曲线的椭圆方程

由上述计算结果可知,含有两组节理的岩体中围岩抗力系数分布曲线为椭圆形,这与小浪底水库^[9]、岩滩水电站^[11]、沪昆高速铁路隧道^[12]工程实测得到的分布曲线十分相似. 因此,建立围岩抗力系数的椭圆方程,沿两组节理夹角角平分线方向的围岩抗力系数最大,用 $k_{\max}$ 表示,为椭圆的长轴方向;垂直于两组节理夹角角平分线方向最小,用 $k_{\min}$ 表示,为椭圆的短轴方向.

针对任意倾斜的两组节理,其倾角分别为 α_1 、 α_2 ($\alpha_2 > \alpha_1$),如图 8 所示,建立平面直角坐标系 xoy 和极坐标系 $\rho\theta$,同时另一直角坐标系 toh ,坐标轴分别沿椭圆的长轴与短轴方向. 在 toh 坐标系下椭圆曲线方程为

$$\frac{t^2}{k_{\max}^2} + \frac{h^2}{k_{\min}^2} = 1. \quad (4)$$

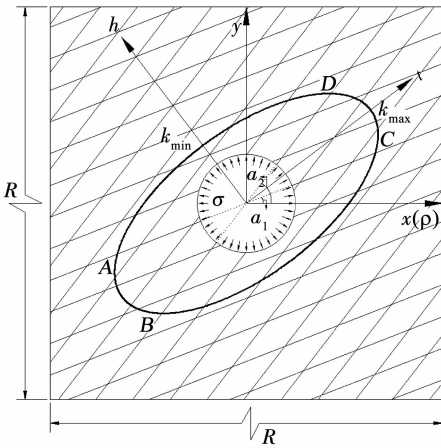


图 8 围岩抗力系数的椭圆分布模型

Fig. 8 Ovalshape model of rock mass resistant coefficient

坐标轴 x 与 t 之间的夹角 $\delta = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$,根据坐标变换理论可得

$$\begin{pmatrix} t \\ h \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta \\ -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \quad (5)$$

将其代入式(4)得

$$\frac{[x \cos \delta + y \sin \delta]^2}{k_{\max}^2} + \frac{[y \cos \delta - x \sin \delta]^2}{k_{\min}^2} = 1. \quad (6)$$

为使方程中各变量有明确的物理意义,选用极坐标 $\rho\theta$ 表示上述的椭圆方程, ρ 代表围岩抗力系

数,用 k 替换, θ 为沿洞周的方向角. 根据极坐标与直角坐标之间的转换关系,整理可得极坐标系下围岩抗力系数分布的椭圆方程为

$$\frac{k^2 \cos^2(\theta - \delta)}{k_{\max}^2} + \frac{k^2 \sin^2(\theta - \delta)}{k_{\min}^2} = 1. \quad (7)$$

据此可推导出围岩抗力系数的计算公式为

$$\frac{1}{k} = \left[\frac{\cos^2(\theta - \delta)}{k_{\max}^2} + \frac{\sin^2(\theta - \delta)}{k_{\min}^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

将各向异性系数 $\xi = k_{\max}/k_{\min}$ 代入上式得

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_{\max}} [\cos^2(\theta - \delta) + \xi^2 \sin^2(\theta - \delta)]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

当 $\xi = 1$ 时,可得 $k = k_{\max} = k_{\min}$,洞周各个方向的围岩抗力系数相等,分布曲线退化为圆形,岩体为各向同性体. 由上式可以看出,围岩抗力系数由各向异性系数 ξ 和最大值 $k_{\max}$ 决定, ξ 代表椭圆的形状,而 $k_{\max}$ 代表数值的大小.

4.2 $k_{\max}$ 的计算

4.2.1 节理面上的作用力

径向液压枕法试验中圆形隧洞在均布的径向内压作用下,洞周围岩内的应力分布特征为径向受压环向受拉,经过坐标原点的 2 条对称的节理处于法向受拉状态. 选择图 8 中右上部分的节理和岩石作为研究对象,建立计算模型如图 9 所示.

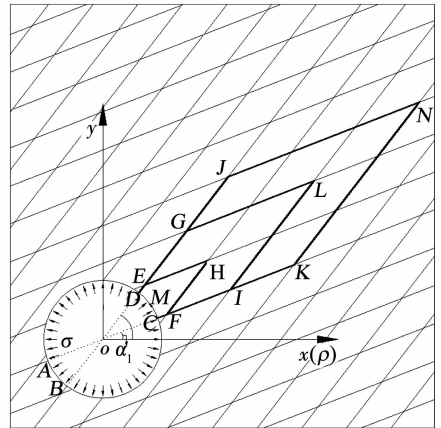


图 9 最大围岩抗力系数计算模型

Fig. 9 Model of the maximal rock mass resistant coefficient

节理 CK 和 DJ 面上没有剪力作用,假设 EH 与 FH 、 GL 与 IL 、 JN 与 KN 节理面上应力均匀分布,由于对称应力分别相等. 其中, EH 面上的应力为

$$\sigma_1 = \frac{F_{N_1}}{|EH|}, \tau_1 = \frac{F_{S_1}}{|EH|}. \quad (10)$$

式中: F_{N_1} 、 F_{S_1} 分别为节理 EH 上的法向力和剪力.

首先对 $CDEHF$ 块体,求 F_{N_1} 、 F_{S_1} ,块体几何和荷载都关于 OH 对称,只有 2 个未知量. 先求圆弧 CD 上径向压力在 x 轴和 y 轴方向的分量,在洞周上点 (ρ, θ) 处取一个微段 $\rho \cdot d\theta$.

x 方向上力的分量为 $\sigma \rho d\theta \cos \theta$, y 方向上力的分量为 $\sigma \rho d\theta \sin \theta$. 将 θ 从 α_1 到 α_2 积分, 得到 $\widehat{CD}$ 段上 σ 在 x 方向产生的力的分量为

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma \cdot 1 \cdot \rho d\theta \cdot \cos \theta = \sigma r [\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1]. \quad (11)$$

σ 在 y 方向产生的力的分量为

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma \cdot 1 \cdot \rho d\theta \cdot \sin \theta = \sigma r [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2]. \quad (12)$$

FH 边上, x 方向分量为

$$-F_{N_1} \cdot \sin \alpha_2 - F_{S_1} \cdot \cos \alpha_2. \quad (13)$$

y 方向分量为

$$F_{N_1} \cdot \cos \alpha_2 - F_{S_1} \cdot \sin \alpha_2. \quad (14)$$

EH 边上, x 方向分量为

$$F_{N_1} \cdot \sin \alpha_1 - F_{S_1} \cdot \cos \alpha_1. \quad (15)$$

y 方向分量为

$$-F_{N_1} \cdot \cos \alpha_1 - F_{S_1} \cdot \sin \alpha_1. \quad (16)$$

块体 $CDEHF$ 在 x 方向的平衡方程为

$$\sigma r [\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1] - F_{N_1} \sin \alpha_2 - F_{S_1} \cos \alpha_2 + F_{N_1} \sin \alpha_1 - F_{S_1} \cos \alpha_1 = 0. \quad (17)$$

y 方向平衡方程为

$$\sigma r [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2] + F_{N_1} \cos \alpha_2 - F_{S_1} \sin \alpha_2 - F_{N_1} \cos \alpha_1 - F_{S_1} \sin \alpha_1 = 0. \quad (18)$$

式(17)与式(18)等价, 需要再建立一个平衡方程, 即沿两组节理夹角角平分线上的平衡方程.

σ 在 OH 方向上力的分量为

$$\int_{\alpha_1}^{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}} \sigma \rho d\theta \cdot \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \theta \right) + \int_{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}^{\alpha_2} \sigma \rho d\theta \cdot \cos \left(\theta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) = 2r\sigma \sin \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right). \quad (19)$$

F_{N_1} 与 OH 的夹角为 $(\pi + \alpha_1 - \alpha_2)/2$, OH 方向平衡方程为

$$2r\sigma \sin \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) - 2 \left[F_{N_1} \cos \left(\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) + F_{S_1} \sin \left(\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \right] = 0. \quad (20)$$

联立式(10)、(17)和(20)求解得

$$\begin{cases} F_{N_1} = r\sigma, \\ F_{S_1} = 0. \end{cases} \quad (21)$$

$CDGLI$ 块体, 边 IL 上的作用力 F_{N_2} , F_{S_2} , 同理可得

$$\begin{cases} F_{N_2} = F_{N_1}, \\ F_{S_2} = F_{S_1}. \end{cases} \quad (22)$$

进一步得

$$\begin{cases} F_{N_1} = F_{N_2} = F_{N_3} = \cdots = F_{N_n}, \\ F_{S_1} = F_{S_2} = F_{S_3} = \cdots = F_{S_n}. \end{cases} \quad (23)$$

FH 、 IL 、 KN 节理面上作用力虽然相同, 但作用面积不同, 因此应力不同, 节理长度 $|FH| = \frac{s}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$, 应力分别为

FH 边

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{F_{N_1}}{|FH|} = \frac{r\sigma \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{s}, \\ \tau_1 = \frac{F_{S_1}}{|FH|} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

IL 边

$$\begin{cases} \sigma_2 = \frac{F_{N_2}}{|IL|} = \frac{r\sigma \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{2s}, \\ \tau_2 = \frac{F_{S_2}}{|IL|} = 0. \end{cases} \quad (25)$$

KN 边

$$\begin{cases} \sigma_3 = \frac{F_{N_3}}{|KN|} = \frac{r\sigma \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{3s}, \\ \tau_3 = \frac{F_{S_3}}{|KN|} = 0. \end{cases} \quad (26)$$

...

第 n 边

$$\begin{cases} \sigma_n = \frac{F_{N_n}}{|nFH|} = \frac{r\sigma \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{ns}, \\ \tau_n = \frac{F_{S_n}}{|nFH|} = 0. \end{cases} \quad (27)$$

4.2.2 M 点位移的计算

如图 9 所示, M 点为洞壁与两组节理夹角角平分线的交点, 该点处围岩抗力系数最大, M 点的径向位移为岩石和节理在径向产生的变形之和.

由于岩石被节理切割成棱形块体, 且随着节理间距和倾角的变化, 棱形岩石块体形状在不断地变化, 难以求出岩块的变形, 因此, 将岩石产生的变形简化为均质岩体条件下的变形^[21], 根据压力隧洞的 Lamé 解答, 可知在径向应力 σ 作用下洞壁岩石的径向变形为

$$u_r = \frac{r\sigma(1 + \mu)}{E}. \quad (28)$$

M 点径向方向上, 节理产生的变形包括该方向上所有节理法向和切向变形在该方向上的分量之和, 节理 EH 和 FH 的位移为

$$u_{j_1} = \frac{\sigma_1}{k_n} \cdot \cos \left(\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) + \frac{\tau_1}{k_s} \cdot \sin \left(\frac{\pi + \alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) = \frac{r\sigma}{sk_n} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \sin \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right). \quad (29)$$

节理 GL 和 IL 的位移为

$$u_{j_2} = \frac{r\sigma}{2sk_n} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \sin\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right). \quad (30)$$

第 n 条节理的位移为

$$u_{j_n} = \frac{r\sigma}{nsk_n} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \sin\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right). \quad (31)$$

即可得到 M 点的径向位移为

$$u_M = u_r + u_j = \frac{r\sigma(1+\mu)}{E} + \frac{r\sigma}{sk_n} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right). \quad (32)$$

参数 n 是关于节理间距 s 和隧道开挖影响范围 R 的函数,2 组等间距节理相互切割产生的棱形边长为 $L = \frac{s}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$,可以得到 n 等于 $(R-r)/L$ 取整,即 $n = \left\lfloor \frac{R-r}{L} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{(R-r) \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{s} \right\rfloor$,调和级数为

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} = \ln(n+1) + a = \ln\left[\frac{(R-r) \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{s} + 1\right] + a. \quad (33)$$

式中: a 为欧拉常数 0.577 215 664 9, R 的取值需根据实际情况确定,应大于应力影响半径.

将位移代入 $\frac{1}{k_{\max}} = \frac{u_M}{\sigma}$ 中可得

$$\frac{1}{k_{\max}} = \frac{r(1+\mu)}{E} + \frac{r}{sk_n} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \sin\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \cdot \left\{ \ln\left[\frac{(R-r) \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{s} + 1\right] + a \right\}. \quad (34)$$

得到围岩抗力系数的计算公式为

$$\frac{1}{k} = \frac{\sqrt{\cos^2\left(\theta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) + \xi^2 \sin^2\left(\theta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right)}}{k_{\max}}. \quad (35)$$

5 公式验证

由式(34)可以看出,对节理岩体围岩抗力系数起决定性的因素是岩石弹性模量、节理法向刚度、节理夹角和节理间距,这与前面各因素的显著性分析结果相一致,式中的几何参数是隧道半径 r 、影响范围 R 、方向角 θ ,体现了尺寸效应和椭圆分布规律,表明了理论公式的合理性.若岩体为不含任何节理的均质岩体,即 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \xi = 1$,将模型边界取为无穷大 $R \rightarrow \infty$,代入式(35)中,式(35)将退化为著名的 Gallerkin 公式

$$k = \frac{E}{r(1+\mu)}. \quad (36)$$

围岩抗力系数解析公式(35)是依据力的平衡条件推导得出的,与前面的正交试验数值计算结果没有直接的因果关系,因此,可以用正交试验的结果来验证解析公式的准确性,统计出正交试验中 81 个模型的最大围岩抗力系数,同时通过解析公式计算出每个模型的最大围岩抗力系数,如图 10 所示.可以看出,数据点与折线起伏走势几乎一致,接近重合.解析解与数值解的差异均小于 14% (#6 号试验),且绝大部分试验的差异均小于 5%.说明 81 个模型试验数值计算的结果与解析公式计算的结果一致,证明了最大围岩抗力系数公式的准确性.

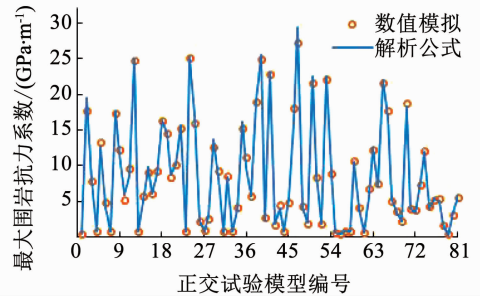


图 10 解析公式与数值模拟结果的对比

Fig. 10 Comparisons between the analytical calculation results and the numerical modeling results

6 工程应用

以大连地铁 2 号线兴工街站隧道工程为例说明本文模型的实际应用,探讨围岩抗力系数各向异性对衬砌内力的影响.工程设计中对地质条件最差的断面 DK15+613 进行地质勘测,岩体力学参数如表 2 所示,并对其围岩压力、变形、支护结构受力进行了监测.将表 2 中各参数代入式(3),得到各向异性系数 $\xi = 1.47$.由于其他断面地质条件相对较好,根据地质纵剖面图中各断面的破碎程度,将各断面 DK15+730、DK15+648、DK15+770、DK15+690 的各向异性系数分别取为 1.3、1.2、1.1、1.0,将其代入式(35),得到不同断面下围岩抗力系数的分布如图 11 所示.

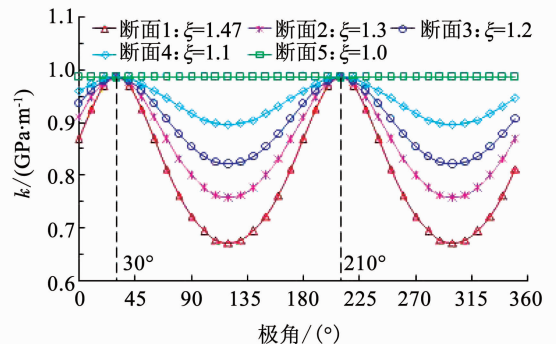


图 11 隧道周围围岩抗力系数分布

Fig. 11 Distribution of k around the tunnel

监测断面 DK15 + 613 处初期支护结构上的围岩压力实测值如图 12 所示,图中虚线表示缺乏实测数据,采用均匀分布压力. 围岩抗力系数分别采用上述断面 1,2,3,4 和 5 的计算结果,均采用仅受压地基弹簧模拟. 隧道轮廓尺寸如图 2 所示,初期支护为钢筋格栅-混凝土结构,钢筋为 $\Phi 25\text{HRB335}$,按间距 0.5 m 布置,混凝土为 C30,弹性模量取为 $E = 31\text{ GPa}$,重度为 $\gamma = 25\text{ kN/m}^3$.

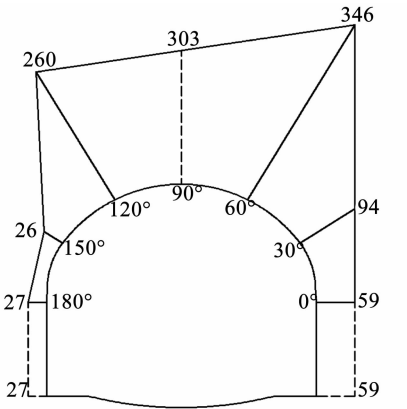


图 12 监测断面 DK15 + 613 的围岩压力分布 (kPa)
Fig. 12 Distribution of stress on section DK15 + 613

采用荷载-结构模型,利用有限元进行建模计算,因为围岩只能受压不能受拉,通过不断地迭代计算删掉受拉弹簧,直到所有弹簧均受压为止. 得到 5 种情况下衬砌的内力,其中,轴力与现场实测结果对比如表 6 所示,弯矩随各向异性系数的变化曲线如图 13 所示.

表 6 现场实测与理论模型轴力对比 kN

Tab. 6 Comparisons of axial force by monitor and model			
位置	实测值	理论值	误差/%
0°	2 907	330 9	12.1
30°	3 143	350 7	10.4
60°	4 034	356 2	13.3
90°	4 089	359 9	13.6
120°	3 138	348 3	9.9
150°	2 835	328 0	13.6
180°	3 060	347 4	11.9

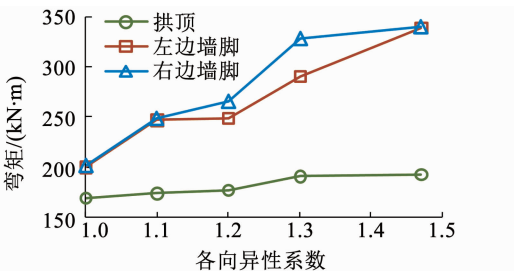


图 13 弯矩随各向异性系数变化曲线

Fig. 13 Bending moment vs anisotropy coefficient

由表 6 可以看出,理论模型(断面 1)计算结果与现场实测轴力相差不大,最大差异为 13.6%,最

大轴力均出现拱顶,两者反映的轴力分布趋势一致,进一步证明了本文模型的准确性.

不同断面围岩抗力系数分布下衬砌的轴力相差不大,断面 1,2,3,4 和 5 下最大轴力分别为 3 599, 3 605, 3 618, 3 620 和 3 631 kN,轴力的差异小于 1%,围岩抗力系数各向异性对衬砌轴力影响不大. 围岩抗力系数越大,约束衬砌变形的能力越强,衬砌轴力越大.

由图 13 可以看出,围岩抗力系数各向异性对衬砌弯矩的影响显著,各向异性系数对弯矩的影响几乎呈正相关,各向异性系数越大,衬砌所受的弯矩越大. 弯矩最大值出现在两边墙脚,断面 1,2,3,4,5 情况下得到的衬砌弯矩最大值分别为 341, 328, 266, 249 和 202 kN·m,断面 1 和 5 下的各向异性系数分别为 1.47 和 1,相差 32.0%,产生的衬砌弯矩最大值分别为 341 和 202 kN·m,相差 40.7%,说明考虑围岩抗力系数的各向异性与否对衬砌弯矩的影响较大,为了能更加真实地描述岩体的围岩抗力系数,应充分考虑节理对围岩抗力系数各向异性的影响.

7 结 论

- 1) 当岩石为线弹性体、节理服从库伦滑移本构模型时,节理岩体围岩抗力系数不受围岩压力和径向液压力的影响,可称为弹性抗力系数.
- 2) 岩体中存在两组等间距节理时,围岩抗力系数分布曲线呈椭圆形,沿两组节理夹角角平分线方向围岩抗力系数最大,为椭圆的长轴,垂直于两组节理夹角角平分线方向围岩抗力系数最小,为椭圆的短轴.
- 3) 岩石弹性模量、节理法向刚度、节理间距和节理夹角对围岩抗力系数有显著影响,岩石泊松比对围岩抗力系数有一定影响,其他因素对围岩抗力系数无显著影响.
- 4) 隧道直径与节理间距的比值是影响围岩抗力系数尺寸效应的主要因素,比值接近于 0 时,可以认为围岩是均质体,比值趋于无穷大时,可以将围岩当作等效各向同性体,并用数学函数描述这一物理现象,得到了各向异性系数的表达式.
- 5) 推导出了围岩抗力系数的计算公式,并论证了公式的准确性,工程实例计算表明,围岩抗力系数各向异性对衬砌轴力的影响较小,对弯矩的影响显著.
- 6) 本文模型适用于岩石坚硬、节理填充物较少的围岩,对于软岩和节理填充物复杂的岩体工程需要采用不同的本构模型,是下一步的研究重点.

参考文献

- [1] MASHIMO H, ISHIMURA T. Evaluation of the load on shield tunnel lining in gravel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2003, 18(2): 233. DOI:10.1016/S0886-7798(03)00032-4
- [2] 铁路隧道设计规范: TB 10003-2016[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2016
Code for design on tunnel of railway: TB 10003-2016[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2016
- [3] 钱令希. 关于水工有压隧洞计算中的弹性抗力系数“k”[J]. 土木工程学报, 1955, 2(4): 369
QIAN Lingxi. Calculation method of elastic resistant coefficient “k” in hydraulic pressure tunnel[J]. China Civil Engineering Journal, 1955, 2(4): 369. DOI:10.15951/j.tmgxb.1955.04.002
- [4] 吕有年. 水工有压隧洞岩石抗力系数“K”的一个新公式[J]. 岩土工程学报, 1981, 3(1): 70
LV Younian. A new formula of rock resistant factor “K” in hydraulic pressure tunnel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1981, 3(1): 70
- [5] MUIR WOOD A M. The circular tunnel in elastic ground[J]. Geotechnique, 1975, 5(1): 115. DOI:10.1680/GEOT.1975.25.1.115
- [6] 蔡晓鸿. 圆形压力隧洞岩石抗力系数K的理论和计算[J]. 工程力学, 1988, 5(3): 100
CAI Xiaohong. The theories and computation of the rock resistant factor K in circular pressure tunnel[J]. Engineering Mechanics, 1988, 5(3): 100
- [7] 徐经强, 俞茂宏. 考虑中间主应力效应的隧洞岩石抗力系数的计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(s1): 4303
XU Shuanqiang, YU Maohong. Calculation of rock resistant factor in tunnel considering intermediate principal stress effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(s1): 4303. DOI:10.3321/j.issn:1000-6915.2004.zl.005.
- [8] 唐霞, 邓宗伟, 蒋建清. 考虑蠕变影响的隧道围岩抗力系数计算方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(4): 1281
TANG Jia, DENG Zongwei, JIANG Jianqing. Calculation on rock resistant coefficient of tunnel considering creep effect[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014, 45(4): 1281
- [9] 刘长庚, 孙民伟. 小浪底水库围岩径向变形试验[C]//岩石力学理论与工程实践. 中国岩石力学与工程学会青年工作委员会, 1997: 6
LIU Changgeng, SUN Minwei. Radial deformation test of rock mass in Xiaolangdi Hydropower Station[C]//Rock Mechanics Theory and Engineering Practice. Youth Work Committee of China Society of Rock Mechanics and Engineering. 1997: 6
- [10] 李维树. 围岩弹性抗力试验方法及k0参数取值研究[C]//第八次全国岩石力学与工程学术大会论文集. 中国岩石力学与工程学会, 2004: 6
LI Weishu. Studies on the test methods of elastic resistance for surrounding rock mass and the selection of parameter k0[C]//Proceedings of the Eighth National Conference on Rock Mechanics and Engineering. Chinese Society of Rock Mechanics and Engineering, 2004: 6
- [11] 唐爱松, 李敦仁, 钟作武, 等. 岩滩电站岩体弹性抗力系数试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(20): 3761
TANG Aisong, LI Dunren, ZHONG Zuowu, et al. Experimental research on rock mass elasticity resisting coefficient in Yantan Hydropower Station[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(20): 163. DOI:10.3321/j.issn:1000-6915.2005.20.025
- [12] 李波, 吴立, 邓宗伟, 等. 高速铁路隧道围岩抗力系数现场试验与理论研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(2): 532
LI Bo, WU Li, DENG Zongwei, et al. Field test and theoretical study of rock resistant coefficient in high-speed railway tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(2): 532. DOI:10.16285/j.rsm.2015.02.032
- [13] 宋超业, 涂洪亮, 乔春生. 大连地铁2号线兴工街站浅埋大跨隧道双层初期支护组合形式及合理参数分析[J]. 隧道建设, 2015, 35(6): 491
SONG Chaoye, TU Hongliang, QIAO Chunsheng. Analysis on combination mode and parameters of primary support of shallow-buried large-span tunnel: Case study on Xinggongjie Station Tunnel on No. 2 Line of Dalian Metro[J]. Tunnel Construction, 2015, 35(6): 491. DOI:10.3973/j.issn.1672-741X.2015.06.001
- [14] 王志伟, 乔春生, 宋超业. 上软下硬岩质地层浅埋大跨隧道松动压力计算[J]. 岩土力学, 2014, 35(8): 2342
WANG Zhiwei, QIAO Chunsheng, SONG Chaoye. Calculation method of relaxation pressure of shallow large span tunnel in up-soft/low-hard rock stratum[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(8): 2342. DOI:10.16285/j.rsm.2014.08.028
- [15] WANG Z W, QIAO C S, SONG C Y, et al. Upper bound limit analysis of support pressures of shallow tunnels in layered jointed rock strata[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2014, 43: 171. DOI:10.1016/j.tust.2014.05.010
- [16] 李英勇, 冯现大, 李术才, 等. 极浅埋连拱隧道中隔墙顶部岩体塌方演化过程分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2747
LI Yingyong, FENG Xianda, LI Shucai, et al. Analysis of evolution process of rock collapse on top of middlewall in an extremely shallow double arch tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(9): 2747. DOI:10.3969/j.issn.1000-7598.2011.09.031
- [17] 莫振泽, 李海波, 周青春, 等. 基于 UDEC 的隧道掘进机滚刀破岩数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(4): 1196, 1209
MO Zhenze, LI Haibo, ZHOU Qingchun, et al. Research on numerical simulation of rock breaking using TBM disc cutters based on UDEC method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(4): 1197. DOI:10.3969/j.issn.1000-7598.2012.04.035
- [18] 水利水电工程岩石试验规程: DLJ204-81, SLJ2-81, 1982[S]. 北京: 水利出版社, 1982
Standard for rock testing of water conservancy and hydropower engineering: DLJ204-81, SLJ2-81, 1982[S]. Beijing: China Water Press, 1982
- [19] 工程岩体分级标准: GB/T 50218-2014[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014
Standard for engineering classification of rock mass: GB/T 50218-2014[S]. Beijing: China Planning Press, 2014
- [20] 王思敬. 论岩石的地质本质性及其岩石力学演绎[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(3): 433
WANG Sijing. Geological nature of rock and its deduction for rock mechanics[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(3): 433. DOI:10.3321/j.issn:1000-6915.2009.03.001
- [21] 张占荣, 赵新益, 刘庆辉, 等. 节理岩体变形模量的结构效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(s2): 4158
ZHANG Zhanrong, ZHAO Xinyi, LIU Qinghui, et al. Study of structure effect of jointed rock mass deformation modulus[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(s2): 4158