

DOI:10.11918/201910027

超密集网络中非合作博弈的功率分配算法

赵东来, 王 钢, 郑黎明, 周若飞

(哈尔滨工业大学 通信技术研究所, 哈尔滨 150001)

摘 要: 为了抑制超密集网络中小小区基站的密集化部署带来的干扰,并提高系统的吞吐量,本文研究了频谱共享超密集网络中的功率分配策略. 首先,针对非凸的系统和速率最大化问题,采用非合作博弈模型将其转化为每个用户效益函数最大化的凸子问题,并通过设计一种动态定价使得非合作博弈模型的纳什均衡点(NE)是原优化问题的驻点. 其次,为了保证宏小区用户的服务质量(QoS),模型中引入了干扰功率约束条件来抑制宏小区受到的干扰. 最后,在此非合作博弈论框架下,设计了一种迭代式的基于全局信息的功率分配算法. 每次迭代通过求解 KKT 条件获得每个用户的最优发射功率,通过理论推导证明了迭代算法可收敛到博弈模型的 NE. 此外,为了减少迭代算法的信令开销、提高资源利用率,还提出了一种基于局部信息的功率分配算法. 仿真结果表明,所提出的基于全局信息的功率分配算法对比方法具有更好的传输性能,所提出的基于局部信息的功率分配算法在保证较好的传输性能的前提下有效地减少了信令开销.

关键词: 功率分配;超密集网络;非合作博弈论;信令开销;服务质量(QoS)

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2020)05-0030-05

Optimal power allocation strategy in ultra-dense networks with non-cooperative game

ZHAO Donglai, WANG Gang, ZHENG Liming, ZHOU Ruofei

(Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

Abstract: In order to suppress interference caused by the dense deployment of small cell base stations in an ultra-dense network (UDN) and improve system throughput, this paper investigates the power allocation strategy for a spectrum sharing UDN. Firstly, the noncooperative game was adopted to transform the non-convex system sum-rate maximization problem into several convex subproblems that maximize the utility function of each user. By designing a dynamic pricing, each Nash equilibrium point (NE) of the game was a stationary point of the original optimization problem. Secondly, an interference power constraint was applied to guarantee the quality-of-service (QoS) of the macrocell. Finally, under the game theory framework, an iterative global information-based power allocation algorithm was designed. The optimal transmit power of each user could be obtained by solving KKT condition during each iteration, and the proposed iterative algorithm was proved to be convergent to the NE of the game model. In addition, in order to reduce the signaling overhead and improve the resource utilization, a power allocation algorithm based on local information was also proposed. Simulation results show that the proposed global information-based power allocation algorithm achieved a better transmission performance than benchmark methods and the proposed local information-based power allocation algorithm effectively reduced signaling overhead while guaranteed good transmission performance.

Keywords: power allocation; ultra-dense network (UDN); non-cooperative game; signaling overhead; quality-of-service (QoS)

超密集网络(UDN)通过在宏小区的覆盖区域内密集部署小小区基站(SBS),实现了热点增强、消除覆盖盲点、提高系统容量的目的^[1-3],UDN已成为满足5G系统超高容量需求的关键技术之一^[4-5].但SBS的多样化、密集化和随机化带来了严

重的系统干扰问题^[6].

研究表明有效的功率分配策略可以抑制干扰并提高系统吞吐量^[7-8],但功率优化问题通常是非凸的.采用博弈论建模可将非凸问题转化为各种凸问题.此外,基于博弈论设计的分布式算法往往需要较少的信道状态信息(CSI).因此,国内外学者对UDN中基于博弈论的功率分配方案进行了广泛研究,包括非合作场博弈^[9-10]、斯坦伯格博弈^[11-12]、平均场博弈^[13-14]及联盟博弈^[15]等.

收稿日期: 2019-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(61671184,61901137,61401120)

作者简介: 赵东来(1991—),男,博士研究生;

王 钢(1962—),男,教授,博士生导师

通信作者: 王 钢, gwang51@hit.edu.cn

文献[9]采用了带有惩罚因子的非合作博弈模型,并提出了基于虚拟小区本地信息的功率分配算法.文献[11]采用斯坦伯格博弈对双层异构网络进行建模,针对密集部署场景提出了非统一定价的功率分配策略.文献[13]提出了一种基于平均场博弈的分布式功率控制方法以最大化系统能效,研究中考虑了用户的移动性和终端设备的电量储备.但上述的研究成果仍有一些不足之处:无法判断博弈模型的 NE 与原非凸优化问题最优解之间的关系;没有对用户受到的干扰进行约束以保证服务质量(QOS);所提出的迭代算法没有在理论上证明收敛性.

本文通过设计一种动态定价使得博弈的纳什均衡点(NE)是原优化问题的驻点,并引入干扰功率约束条件以保证宏小区用户的 QOS. 在此博弈论框架下,提出了适用于两层异构 UDN 中的功率分配算法,并证明了收敛性.

1 系统模型

考虑 UDN 中的上行传输场景,在宏基站(MBS)的覆盖范围内随机部署若干个 SBS. 设系统中的小小区数量为 N ,每个小小区与宏小区共享相同的频段.由于采用正交频分多址,小区内每个时频资源块上只有一个接入用户,因此小区内干扰可忽略不计.但是,同一时频资源块上不同小区间的用户存在严重干扰.系统模型如图 1 所示,为了简洁清晰,图中只画出了部分干扰链路.

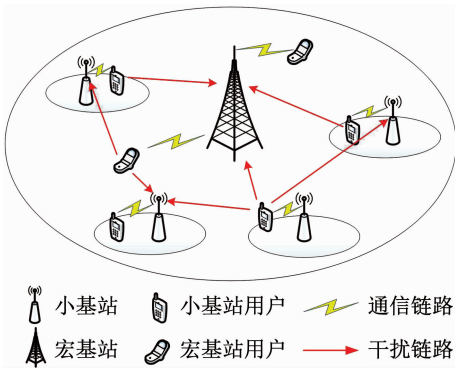


图 1 系统模型

Fig. 1 System model

假设每个用户随机分布在每个小小区的覆盖区域内,且所有用户(即终端)和基站都配备单天线.发射功率向量 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n, \dots, p_{N-1}, p_N)$, 其中 p_n 是小小区 n 中用户的发射功率,由于发射功率限制, p_n 的最大值为 $p_n^{\max}$. 宏小区中用户的发射功率为 p^m . 另外,小小区 i 和 SBS j 的用户之间的信道功率增益是 h_{ij} ,小小区 i 和 MBS 的用户之间的信道功率

增益为 h_i^{sm} , 并且 h_i^{ms} 表示宏小区用户和 SBS i 之间的信道功率增益.假设所有信道功率增益是独立同分布的,建模为 $d^{-\alpha}\beta^2$, 其中 d 是发射机和接收机之间的距离, α 是路径损耗指数, β 是具有零均值和单位方差的瑞利衰落系数,即 $\beta \sim \text{CN}(0, 1)$.

在上述框架下,小小区 n 在给定频谱上的信干噪比(SINR)为

$$\chi_n = \frac{p_n h_{n,n}}{\sum_{i \neq n} p_i h_{i,n} + p^m h_n^{\text{ms}} + w_n}.$$

式中 w_n 为加性高斯白噪声. 则小小区 n 的传输速率为

$$R_n = B \log_2(1 + \chi_n).$$

来自所有小小区用户的跨层干扰严重影响宏小区用户的 QOS, 因此,通过引入干扰功率约束 Q 来限制跨层干扰,即

$$\sum_{i=1}^N p_i h_i^{\text{sm}} \leq Q.$$

则系统和速率最大化问题,即问题 P1 为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{p}} R_{\text{sum}}(\mathbf{p}) &= \sum_{n=1}^N R_n(\mathbf{p}), \\ \text{s. t. } 0 &< p_n < p_n^{\max}, \forall 1 \leq n \leq N, \\ \sum_{i=1}^N p_i h_i^{\text{sm}} &\leq Q. \end{aligned} \quad (1)$$

显然,问题 P1 是非凸的,获得其全局最优解是一项具有挑战性的任务.在下节中将采用非合作博弈模型将问题 P1 解耦为 N 个凸的子问题.

2 博弈论建模

2.1 非合作博弈模型

将每个用户建模为博弈论的参与者,非合作博弈可以表示为 $G = [C, \{\rho_n | n \in C\}, \{U_n | n \in C\}]$. $C = \{1, 2, \dots, N\}$ 是一组博弈参与者.参与者 n 的可用策略集为 $\rho_n = \{p_n | 0 < p_n < p_n^{\max}, p_n + \sum_{i \neq n} p_i h_i^{\text{sm}} \leq Q\}$.

U_n 为参与者 n 的效用函数

$$U_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}) = R_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}) + \lambda_n p_n.$$

式中 $\mathbf{p}_{-n} = (p_1, \dots, p_{n-1}, p_{n+1}, \dots, p_N)$ 表示除了参与者 n 之外,所有参与者的传输策略. λ_n 可以看作是发射功率的一种动态价格,它由下式给出

$$\lambda_n = \sum_{i \neq n} \frac{\partial}{\partial p_n} R_i(\mathbf{p}).$$

显然, U_n 为 p_n 的凸函数,所以可得到式(1)中小小区和速率 $R_{\text{sum}}(\mathbf{p})$ 的凸近似形式,即

$$\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}) \triangleq \sum_{n=1}^N U_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}). \quad (2)$$

在上述非合作博弈模型下,式(2)可以分解为 N 个凸的子问题,每个子问题如问题 P2 所示

$$\begin{aligned} \max_{p_n} U_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}), \forall n \in C; \\ \text{s. t. } 0 < p_n < p_n^{\max}; \\ p_n + \sum_{i \neq n} p_i h_i^{\text{sm}} \leq Q. \end{aligned} \quad (3)$$

因此,和速率最大化问题可以等同于最大化每个小小区的传输速率. 使用凸优化方法求得问题 P2 的全局最优解为

$$b_n = \arg \max_{p_n \in \rho_n} U_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}).$$

2.2 纳什均衡点

定义 1: 当且仅当每个参与者的发射功率是相应于其他参与者发射功率的最佳策略,即 $p_n^* = b_n$, $\forall n \in C$, 则此时所有参与者的发射功率 $\mathbf{p}^*$ 是博弈 G 的纳什均衡点.

一旦达到纳什均衡点,则没有参与者会试图改变其传输战略,因为

$$U_n(p_n^* | \mathbf{p}_{-n}^*) \geq U_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}^*), \forall n \in C.$$

定理 1: 博弈模型 G 的每个 NE 是非凸问题 P1 的驻点,反之亦然.

具体证明可参考文献[16]. 众所周知,优化问题的全局或局部最优解必然是优化问题目标函数的驻点. 因此,通过找到博弈模型 G 的 NE 就可能获得原始非凸优化问题的局部最优解,甚至是全局最优解.

3 功率分配方案

3.1 基于全局信息的功率分配算法

由于个体效用函数 U_n 和约束集 ρ_n 是凸的,因此问题 P2 是典型的凸优化问题. 问题 P2 的拉格朗日函数由下式给出

$$\begin{aligned} L_n(p_n, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = & -R_n(p_n | \mathbf{p}_{-n}) - \lambda_n p_n + \\ & \mu_1(p_n - p_n^{\max}) - \mu_2 + \mu_3(p_n + \sum_{i \neq n} p_i h_i^{\text{sm}} - Q). \end{aligned}$$

拉格朗日对偶函数为

$$g_n(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = \inf_{p_n} L_n(p_n, \mu_1, \mu_2, \mu_3).$$

由于满足强对偶条件,即对偶间隙为零,因此可通过求解 KKT 条件,得到问题 P2 的最优解的解析表达式,即

$$b_n = \max\{0, \min\{p_n^Q, p_n^{\text{op}}, p_n^{\max}\}\}, \quad (4)$$

$$p_n^Q = \frac{1}{h_n^{\text{sm}}}(Q - \sum_{i \neq n} p_i h_i^{\text{sm}}), \quad (5)$$

$$p_n^{\text{op}} = \frac{1}{\sum_{i \neq n} \frac{h_{ii} p_i h_{ni}}{\sigma_i(\sigma_i + h_{ii} p_i)}} p_i h_i^{\text{sm}} - \frac{\sigma_n}{h_{nn}}. \quad (6)$$

式中 $\sigma_j, \forall j \in C$ 为小小区 j 的用户经历的干扰加噪声为

$$\sigma_j = \sum_{i \neq j} p_i h_{i,j} + p^{\text{m}} h_j^{\text{ms}} + w_j, \forall j \in C. \quad (7)$$

利用解析解设计的 GIPA 算法,算法流程如下:

输入: 发射功率向量 $\mathbf{p}$, 步长 r , 常数 ε 和 δ .

1) **初始化:** 设置初始值 $\mathbf{p}^0, r^0 \in (0, 1], \varepsilon \in (0, 1)$ 和 δ .

2) **while** $|\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) - \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)| < \delta$

3) 不满足终止条件,令 $t \leftarrow t + 1$

4) 给定当前 t 时刻发射功率向量 $\mathbf{p}^t$, 每个用户根据式(4)计算其最优发射功率 $b_n^t, n \in C$.

5) 通过 $\mathbf{p}^{t+1} = \mathbf{p}^t + r^t(\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t)$ 更新发射功率,其中 $\mathbf{b}^t = (b_0^t, b_1^t, \dots, b_N^t)$.

6) 通过 $r^{t+1} = r^t(1 - \varepsilon r^t)$ 更新步长.

7) 计算 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1})$.

8) **end**

9) 令 $\mathbf{p}^* = \mathbf{p}^{t+1}$.

输出: 发射功率 $\mathbf{p}^*$.

在每次迭代中,给定当前发射功率向量 $\mathbf{p}^t$, 每个用户通基于全局 CSI 通过式(4)来计算其最佳发射功率. 然后通过步骤 5、6 分别更新发射功率向量和步长. 直到满足终止条件,即 $|\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) - \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)| < \delta$, 其中 δ 是任意小的正数,即可获得博弈模型 G 的 NE.

3.2 收敛性分析

定理 2: 通过 GIPA 算法,发射功率向量 $\mathbf{p}^t$ 收敛到博弈模型 G 的 NE, 并且 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)$ 收敛到有限值.

证明: 系统和速率近似函数 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p})$ 在可行域上是 Lipschitz 连续的, 因此存在一个正数 η , 使得

$$\|\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) - \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)\| \leq \eta \|r^t(\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t)\|.$$

基于下降引理^[17], 可得到以下不等式

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) \leq & \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t) + r^t \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)^T (\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t) + \\ & \frac{\eta (r^t)^2}{2} \|\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t\|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

$\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t$ 是函数 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p})$ 在 $\mathbf{p}^t$ 处的下降方向, 则

$$\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t)^T (\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t) \leq -\tau \|\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t\|^2, \quad (9)$$

式中 τ 是一个正数. 由式(8)和(9), 可得

$$\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) \leq \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t) - r^t(\tau - \frac{\eta r^t}{2}) \|\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t\|^2.$$

因为 $r^t \rightarrow 0$, 当 t 足够大时, 即 $t \geq \bar{t}$, 可找到一个正数 ψ 使得

$$\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^{t+1}) \leq \tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p}^t) - r^t \psi \|\mathbf{b}^t - \mathbf{p}^t\|^2.$$

因为 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p})$ 是有界的, 应用 Robbins-Siegmund 定理^[18], 可知 $\tilde{R}_{\text{sum}}(\mathbf{p})$ 收敛到一个有限值且下式成立.

$$\sum_{i \geq \bar{i}} r^i \| \mathbf{b}^i - \mathbf{p}^i \|^2 < \infty.$$

因为 $\sum_{i \geq \bar{i}} r^i \rightarrow \infty$, 则 $\lim_{i \rightarrow \infty} \| \mathbf{b}^i - \mathbf{p}^i \| = 0$, 即, $\mathbf{p}^* = \mathbf{p}^i$. 证毕.

3.3 基于局部信息的功率分配算法

GIPA 算法的每次迭代过程中, 每个用户需要其他用户的发射功率和全局 CSI 来计算其最优功率策略. 在每次迭代中每个用户所需的信令数量为 $N^2 + 3N - 1$, 因此当小小区的数量增加时, 信令开销是巨大的.

为减少信令开销, 提出 LIPA 算法. LIPA 的迭代过程与 GIPA 算法相同, 但步骤 4 中求解 b_n^i 的计算方法略有不同, 并且式 (5) ~ (7) 中的 $h_{ij} (i \neq j)$ 和

h_i^{sm} 分别用 $\bar{h}_{ij} (i \neq j)$ 和 $\bar{h}_i^{sm}$ 替换. $\bar{h}_{ij} (i \neq j)$ 和 $\bar{h}_i^{sm}$ 是近似信道功率增益, 其中忽略了瑞利衰落的影响并且用基站之间的距离代替用户与基站之间的距离.

由于基站之间的距离是恒定的, 因此在迭代过程中不必重复发送. 使用 LIPA 算法, 每次迭代每个用户需要的信令数为 $3N - 1$, 包括: 1) 其他用户的传输功率. 2) 小小区用户与其 SBS 之间的信道功率增益 h_{ii} . 3) 宏小区用户和 SBS 之间的信道功率增益 h_i^{ms} .

4 仿真分析

假设 $w_n = w, \forall n \in C$, 且 $p_n^{\max} = p^{\max}, \forall n \in C$. 主要仿真参数如表 1 所示.

表 1 参数设置
Tab. 1 Parameters setting

参数	路径损耗指数	热噪声密度/ dBm/Hz	子载波带宽/ KHz	用户最大发射 功率/mW	宏小区覆盖 半径/m	小小区覆盖 半径/m
值	3.7	-174	180	100	400	50

将文献 [9] 中基于惩罚因子的功率分配 (PFPA) 算法和文献 [11] 中基于非统一定价的功率分配 (NPPA) 算法作为对比算法. 将平均每个小小区的频谱效率作为衡量指标.

图 2 中的仿真结果是通过蒙特卡罗方法获得的, 共进行了 10 000 次实验. 如图 2 所示, 提出的 GIPA 算法所实现的平均每个小小区频谱效率要高于对比算法. 所提出的 LIPA 算法的性能与 PFPA 算法几乎相同.

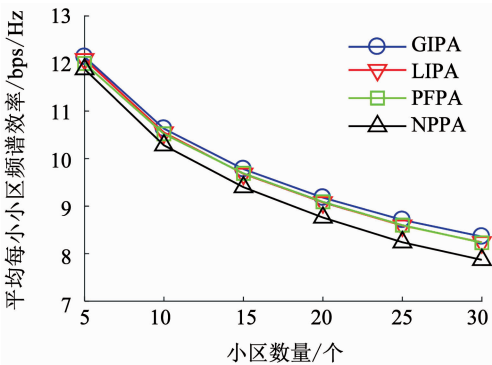


图 2 小区数量对频谱效率的影响 ($Q = -50$ dBm)

Fig. 2 Spectrum efficiency of each small cell versus the number of small cells ($Q = -50$ dBm)

图 3 显示了不同算法的收敛性能. 尽管由于采用动态价格, GIPA 算法的收敛速度略慢于 PFPA 算法, 但在达到收敛后, 平均每个小小区所获得的频谱效率更高. LIPA 算法具有与 GIPA 算法相似的收敛性能. 由于 NPPA 算法的求解过程不需要迭代, 因此它在图中是一条水平线.

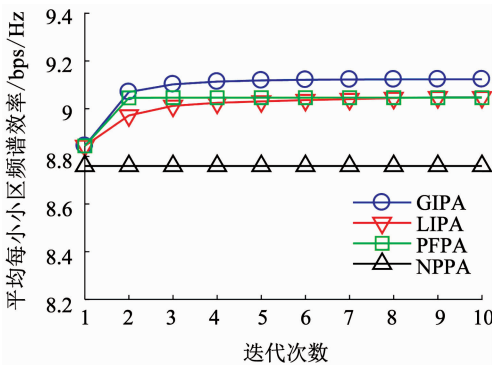


图 3 收敛性能 ($N = 20, Q = -50$ dBm)

Fig. 3 Convergence performance ($N = 20, Q = -50$ dBm)

图 4 显示了干扰功率约束 Q 对功率分配算法性能的影响. 当 $Q < -55$ dBm 时, 所提出的算法的性能随着 Q 的增加而提高. 当 $Q > -55$ dBm 时, 所提出算法获得的平均频谱效率保持恒定, 这是因为 $Q > -55$ dBm 时, 可以忽略式 (3) 中的约束条件.

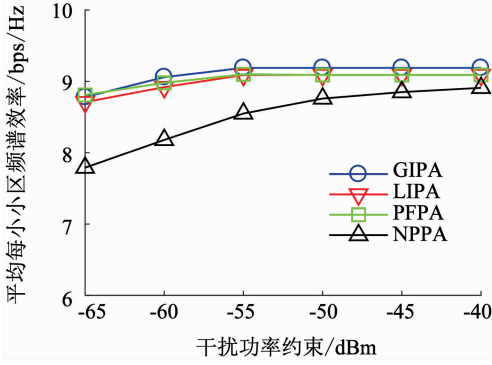


图 4 干扰功率约束对频谱效率的影响 ($N = 20$)

Fig. 4 Spectrum efficiency of each small cell versus interference power constraint ($N = 20$)

图 5 对比了所提算法每次迭代时每个用户所需的信令开销。这里假设传输一个浮点数需要 16 比特。可以看出,随着小小区的数量增加,GIPA 算法的信令开销显著增加,而 LIPA 算法的信令开销增加缓慢。

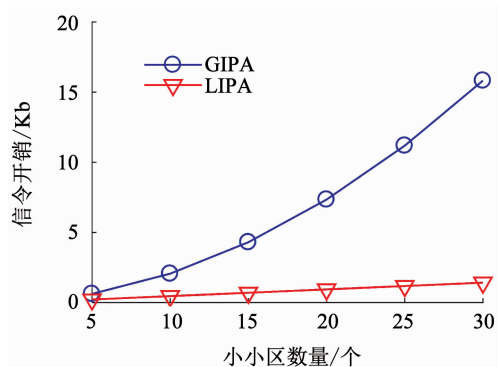


图 5 信令开销对比

Fig. 5 Signaling overhead analysis

5 结 论

本文研究了频谱共享两层超密集网络的功率分配策略。采用非合作博弈将非凸系统和率最大化问题解耦为若干凸子问题,并引入了干扰功率约束以保证宏小区用户的 QoS。每个用户可通过最大化基于动态定价的效用函数来获得当前的最佳发射功率。基于此非合作博弈模型,提出了迭代式的 GIPA 算法和 LIPA 算法。仿真结果表明,GIPA 算法对比方法具有更好的传输性能,LIPA 算法在保证较好的传输性能的前提下有效地减少了信令开销。

参考文献

- [1] GE Xiaohu, TU Song, MAO Guoqiang, et al. 5G ultra-dense cellular networks[J]. IEEE Wireless Communications, 2016, 23(1): 72. DOI:10.1109/mwc.2016.7422408
- [2] LIU Junyu, SHENG Min, LIU Lei, et al. Interference management in ultra-dense networks: Challenges and approaches[J]. IEEE Network, 2017, 31(6): 70. DOI: 10.1109/MNET.2017.1700052
- [3] KAMEL M, HAMOUDA W, YOUSSEF A. Ultra-dense networks: A survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(4):2522. DOI: 10.1109/COMST.2016.2571730
- [4] KAMEL M, HAMOUDA W, YOUSSEF A. Performance analysis of multiple association in ultra-dense networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2017, 65(9): 3818. DOI: 10.1109/TCOMM.2017.2706261
- [5] ZHU Qiao, WANG Xue, QIAN Zhihong. Energy-efficient small cell cooperation in ultra-dense heterogeneous networks[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(9): 1648. DOI: 10.1109/LCOMM.2019.2926705
- [6] LIU Junyu, SHENG Min, LIU Lei, et al. Effect of densification on cellular network performance with bounded pathloss model[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(2): 346. DOI: 10.1109/LCOMM.2016.2615298
- [7] XIAO Jia, YANG Chungang, WANG Jiaheng, et al. Joint interference management in ultra-dense small cell networks: A multi-dimensional coordination[C]//Proceedings of International Conference on Wireless Communications & Signal Processing. Yangzhou: IEEE, 2016:1. DOI:10.1109/WCSP.2016.7752514
- [8] DU Jun, GELENBE E, JIANG Chunxiao, et al. Contract design for traffic offloading and resource allocation in heterogeneous ultra-dense networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(11): 2457. DOI: 10.1109/jsac.2017.2760459
- [9] WANG Xiaoqian, LIU Bei, SU Xin. A power allocation scheme using non-cooperative game theory in ultra-dense networks[C]//Proceedings of Wireless & Optical Communication Conference. Hualien: IEEE, 2018:1. DOI: 10.1109/WOCC.2018.8372694
- [10] ZHENG Jianchao, WU Yuan, ZHANG Ning, et al. Optimal power control in ultra-dense small cell networks: A game-theoretic approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017,16(7): 4139. DOI: 10.1109/TWC.2016.2646346
- [11] KANG Xin, ZHANG Rui, MOTANI M. Price-based resource allocation for spectrum-sharing femtocell networks: A stackelberg game approach[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(3):538. DOI: 10.1109/jsac.2012.120404PH
- [12] LIANG Xu, MAO Yuming, LENG Supeng, et al. Energy-efficient resource allocation strategy in ultra dense small-cell networks: A stackelberg game approach[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Paris: IEEE, 2017:1. DOI:10.1109/ICC.2017.7997289
- [13] ABUZAINAB N, SAAD W, MACKENZIE A B. Distributed uplink power control in an ultra-dense millimeter wave network: A mean-field game approach[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019:1. DOI: 10.1109/LWC.2019.2916066.
- [14] SAMARAKOON S, BENNIS M, SAAD W, et al. Energy-efficient resource management in ultra dense small cell networks: A mean-field approach[C]//Proceedings of IEEE Global Communications Conference. San Diego: IEEE, 2015: 1. DOI: 10.1109/GLOCOM.2015.7417725
- [15] CAO Jiaqi, PENG Tao, QI Zhiqiang, et al. Interference management in ultra-dense networks: A user-centric coalition formation game approach[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018:5188. DOI: 10.1109/TVT.2018.2799568
- [16] SCUTARI G, FACCHINEI F, SONG Peiran, et al. Decomposition by partial linearization: Parallel optimization of multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3):641. DOI: 10.1109/tsp.2013.2293126
- [17] BERTSEKAS D. Nonlinear programming[M]. 2nd ed. Belmont: Athena Scientific, 1999: 201
- [18] POLYAK B T. Introduction to optimization[M]. NewYork: Optimization Software, 1987: 66

(编辑 苗秀芝)