

DOI:10.11918/201910210

攻击时间和攻击角度控制的非奇异终端滑模制导律

吴放,常思江

(南京理工大学 能源与动力工程学院,南京 210094)

摘要:为提高导弹的突防能力并增强毁伤效果,对导弹攻击时间和攻击角度控制问题进行了研究,以导弹和目标相对运动模型为基础,提出了一种非奇异滑模制导律.利用成型理论设计了以时间多项式描述的、同时满足攻击时间和攻击角度约束的导弹视线角表达式.采用优化方法确定表达式系数.由于非奇异终端滑模理论具有使滑模面能够在有限时间内快速收敛的特点,故利用该理论构造关于视线角误差的滑模面,设计了一种无奇点的攻击时间和攻击角度控制制导律.该制导律可使导弹的实际视线角按照设计的理想视线角变化,使导弹满足攻击时间和攻击角度的双重约束.通过理论分析,证明了该制导律满足 Lyapunov 稳定性条件,能够实现攻击时间和攻击角度控制且不存在奇点.在多种情形下对所设计制导律进行了数值仿真.仿真结果表明,采用该制导律可在不同条件下有效实现导弹的攻击时间与攻击角度控制,与现有文献相比具有一定优势,当存在一定程度的外界干扰时仍能完成攻击时间和攻击角度控制.

关键词: 导弹;制导律;攻击时间控制;攻击角度控制;非奇异终端滑模

中图分类号: TJ765.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2021)06-0094-10

Nonsingular terminal sliding mode guidance law of impact time and impact angle control

WU Fang, CHANG Sijiang

(School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To improve the penetration ability of missiles and enhance the damage effect, the problems of impact time and impact angle control of missiles were studied. A nonsingular sliding mode guidance law was proposed based on the relative dynamics of missile and target. According to the shaping theory, a line-of-sight (LOS) polynomial satisfying impact time and impact angle constraints simultaneously was designed. The coefficient was determined using an optimization method. Since the nonsingular terminal sliding mode theory has the characteristic of fast convergence of sliding surface in finite time, a sliding surface was constructed via the error of the LOS, and a nonsingular impact time and impact angle control guidance law was designed. The proposed guidance law could change the actual LOS according to the designed LOS to satisfy the constraints of impact time and impact angle. Through theoretical analysis, it was proved that the proposed guidance law satisfied the Lyapunov stability criterion and could realize the control of the impact time and impact angle without singularities. The proposed guidance law was numerically simulated in different situations. Numerical simulation results show that the proposed guidance law could control impact time and impact angle effectively under various conditions and had certain advantages compared with existing literature. Even with a certain degree of external interference, the impact time and impact angle control could still be completed.

Keywords: missile; guidance law; impact time control; impact angle control; nonsingular terminal sliding mode

随着现代反导系统的发展,导弹的攻击方式也在不断发展.采用攻击时间控制,对目标发动饱和攻击可有效突破反导系统防御;在导弹击中目标时,控制导弹以特定角度击中目标则可大大提高其毁伤效果.考虑到攻击时间控制和攻击角度控制各自的优势,将二者结合以达到复合效果,具有重要的理论意义和良好的应用前景.因此,有必要对同时实现导

弹攻击时间和攻击角度控制的问题开展理论研究.

文献[1]在2007年首次进行了攻击时间和攻击角度同时控制制导律的研究,随后众多学者基于不同理论对其进行了研究,如基于比例导引法^[2-4]、最优理论^[5-6]、滑模控制理论^[7-8]、成型理论^[9-10].比例导引法由于其形式简单的优点,最先被应用于设计攻击时间和攻击角度控制制导律.文献[2-4]设计了多种附加控制项,提出了基于偏置比例导引法的攻击时间和攻击角度控制制导律.导弹在比例导引法控制下击中目标,通过附加控制项实现对攻击时间和攻击角度的控制.随着现代控制理论的不

收稿日期: 2019-10-31

基金项目: 国家自然科学基金(11402117)

作者简介: 吴放(1994—),男,硕士研究生

通信作者: 常思江,ballistics@126.com

断发展,近年来最优控制理论也逐渐用于攻击时间和攻击角度控制制导律的设计.文献[5]在小角度假设下,基于最优理论设计出一种满足攻击角度控制的最优制导律,并推导了导弹的剩余飞行时间估算公式,再根据剩余飞行时间构造反馈控制项,实现了攻击时间和攻击角度的同时控制.文献[6]利用非线性运动模型,基于最优控制理论,引入两个物理约束条件,设计了满足攻击时间和攻击角度的制导指令.

文献[1-5]在设计制导指令时均需要估算导弹每一时刻的剩余飞行时间,然而估算带来的误差会影响制导律的制导性能^[11].为解决估算误差带来的影响,有两种解决思路.一种是通过设计对误差敏感的制导律,减少误差带来的影响.例如,文献[7]引入具有较强鲁棒性的滑模控制理论设计攻击时间控制制导律,利用攻击时间误差设计滑模面,以减小估算误差对制导律性能的影响,在攻击误差足够小时将制导指令切换为基于最优理论的攻击角度控制指令,实现了攻击时间和攻击角度的同时控制;另一种是设计无需剩余飞行时间的制导律.例如,文献[8]引入虚拟目标理论,通过优化方法确定虚拟目标的位置,导弹在击中虚拟目标时完成攻击角度控制,随后导弹沿直线飞行击中目标实现攻击时间控制.文献[9]基于成型理论,构造了视线角多项式,设计出满足攻击时间和攻击角度控制的制导指令.文献[10]假设所成型的导弹飞行轨迹由圆弧段和直线段构成,在此基础上提出一种轨迹跟踪控制方法,有效实现了对攻击时间和攻击角度的控制.

由于滑模理论对外界干扰有抑制作用且具有能够使系统快速收敛的优点,目前在单独设计攻击时间控制制导律^[12-15]或攻击角度控制制导律^[16-17]时被大量应用.并且考虑到无需估算剩余飞行时间制导律的发展趋势.因此设计一种无需剩余飞行时间的攻击时间和攻击角度控制滑模制导律具有较大的研究意义.然而在应用滑模理论时,设计一个同时满足攻击时间和攻击角度控制的滑模面具有较大难度,故现有此类文献相对较少.其中,文献[18]推导了以导弹水平位置为自变量的、满足攻击时间和攻击角度约束的视线角多项式,基于二阶滑模理论设计制导指令,实现了对攻击时间和攻击角度的同时控制.但设计的视线角多项式需要用到导弹每一时刻的位置信息,实际应用中对位置信息的测量精度要求较高.

针对上述分析,本文基于成型理论设计了导弹的视线角多项式,并利用其边界条件,通过优化方法计算了多项式的具体系数,从而确定了同时满足攻击时间和攻击角度约束的理想视线角变化律.与文献[18]相比,本文所设计的视线角多项式只需导弹

的飞行时间作为变量,在实际应用中只需要一个计时装置,无需对导弹位置进行测量,更易于实现.在得到理想的视线角变化规律后,只需使导弹实际视线角按照理想规律变化即可实现攻击时间和攻击角度控制.考虑到在各种滑模理论中,非奇异终端滑模理论可使系统状态在有限时间内收敛为零,突破了普通滑模理论在线性滑模面条件下渐近收敛的特点^[19],且能够有效地消除抖振,不存在奇点,在设计制导律时具有较好性能.因此,本文利用实际视线角与理想视线角之差设计状态变量,基于非奇异终端滑模理论设计滑模面,进而设计制导指令,使实际视线角按照理想规律变化,最终完成了对导弹攻击时间和攻击角度的控制

1 问题描述

考虑二维平面内的导弹制导问题,如图1所示为导弹和目标的相对运动关系.图中, M 为导弹, T 为目标,在整个飞行过程中假设导弹速度 v 恒定,加速度为 a 且垂直于导弹速度方向. r 为导弹与目标之间距离, γ 、 θ 、 ϕ 分别为导弹的弹道角、视线角和前置角, θ_f 为击中目标时的视线角,所有角度以逆时针方向为正.

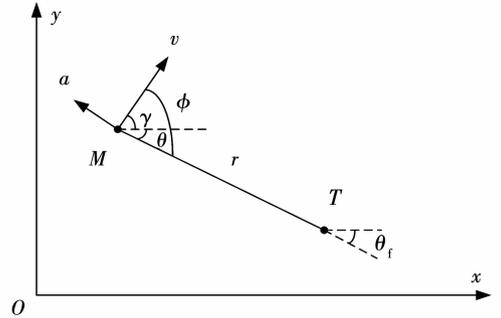


图1 导弹与目标相对运动关系图

Fig. 1 Relative dynamics of missile and target

导弹运动学方程可描述如下:

$$\dot{r} = -v \cos \phi, \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = \frac{-v \sin \phi}{r}, \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{a}{v}, \quad (3)$$

$$\dot{\phi} = \dot{\gamma} - \dot{\theta} = \frac{a}{v} + \frac{v \sin \phi}{r}, \quad (4)$$

式中变量上方圆点表示关于时间 t 的一阶导数.

为了实现攻击时间控制,需要 $r(t_d) = 0$,其中 t_d 为所需攻击时间,此外还要求 $\phi(t_d) = 0$.因此,在导弹击中目标的基础上,考虑到 $\phi(t_d) = 0$,可用导弹击中目标的视线角表示攻击角度,将导弹的攻击角度约束表示为 $\theta(t_d) = \theta_f$.

本文研究问题可描述为:设计导弹制导指令 a , 使其在所需攻击时刻 t_d 满足如下条件:

$$\begin{cases} r(t_d) = 0, \\ \theta(t_d) = \theta_f. \end{cases} \quad (5)$$

因此,本文需要设计一个满足式(5)的制导律,以控制导弹在所需攻击时刻以所需攻击角度击中目标.

2 制导律设计

为了使导弹在所需时刻以所需角度击中目标,需要导弹的视线角按照一定规律变化. 本文基于成型理论,设计了满足式(5)的视线角速率 $\dot{\theta}_d$ 和视线角 θ_d , 利用非奇异终端滑模理论设计导弹的加速度指令 a , 使导弹在飞行过程中的实际视线角按照 θ_d 变化,从而实现攻击时间和攻击角度控制.

2.1 视线角速率及视线角设计

现有文献[9, 11]基于成型理论设计的理想视线角多项式,主要是通过边界条件个数来确定多项式阶数,即多项式阶数为边界条件个数加一. 根据这一思路,考虑到视线角初始状态以及击中目标时的攻击时间和攻击角度控制要求,故本文研究问题存在3个边界条件,因此,理想视线角多项式的阶数为四次,理想视线角速率多项式的阶数为三次,具体如下:

$$\dot{\theta}_d = \kappa_1 \frac{t^3}{t_d^3} + \kappa_2 \frac{t^2}{t_d^2} + \kappa_3 \frac{t}{t_d} + \kappa_4, \quad (6)$$

式中 $\kappa_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为常数. 为了避免式(6)中含 t 项的值过大,导致多项式系数过小而出现计算误差,故在设计式(6)时将含 t 项统一除以 t_d^3 .

对式(6)积分得到如下理想视线角:

$$\theta_d = \frac{\kappa_1}{4} \frac{t^4}{t_d^3} + \frac{\kappa_2}{3} \frac{t^3}{t_d^2} + \frac{\kappa_3}{2} \frac{t^2}{t_d} + \kappa_4 t + \kappa_5, \quad (7)$$

式中 κ_5 为常数.

由导弹初始条件和式(5)可得到式(6)、(7)的边界条件如下:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_d(t_0) = \dot{\theta}_0, \\ \dot{\theta}_d(t_d) = 0, \\ \theta_d(t_0) = \theta_0, \\ \theta_d(t_d) = \theta_f. \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入式(6)、式(7),解得

$$\begin{cases} \kappa_2 = -\frac{3}{2}\kappa_1 t_d + 3\dot{\theta}_0 t_d + 6\theta_0 - 6\theta_f, \\ \kappa_3 = \frac{1}{2}\kappa_1 t_d^2 - 4\dot{\theta}_0 t_d^2 - 6\theta_0 t_d + 6\theta_f t_d, \\ \kappa_4 = \dot{\theta}_0, \\ \kappa_5 = \theta_0. \end{cases} \quad (9)$$

故式(6)、(7)改写为:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_d &= \kappa_1 \frac{t^3}{t_d^3} + \left(-\frac{3}{2}\kappa_1 t_d + 3\dot{\theta}_0 t_d + 6\theta_0 - 6\theta_f \right) \frac{t^2}{t_d^2} + \\ &\quad \left(\frac{1}{2}\kappa_1 t_d^2 - 4\dot{\theta}_0 t_d^2 - 6\theta_0 t_d + 6\theta_f t_d \right) \frac{t}{t_d} + \dot{\theta}_0, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_d &= \frac{\kappa_1}{4} \frac{t^4}{t_d^3} + \left(-\frac{1}{2}\kappa_1 t_d + \dot{\theta}_0 t_d + 2\theta_0 - 2\theta_f \right) \frac{t^3}{t_d^2} + \\ &\quad \left(\frac{1}{4}\kappa_1 t_d^2 - 2\dot{\theta}_0 t_d^2 - 3\theta_0 t_d + 3\theta_f t_d \right) \frac{t^2}{t_d} + \dot{\theta}_0 t + \theta_0. \quad (11) \end{aligned}$$

对式(10)关于时间求一阶导数,可得

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_d &= 3\kappa_1 \frac{t^2}{t_d^3} + (-3\kappa_1 t_d + 6\dot{\theta}_0 t_d + 12\theta_0 - 12\theta_f) \frac{t}{t_d^2} + \\ &\quad \left(\frac{1}{2}\kappa_1 t_d^2 - 4\dot{\theta}_0 t_d^2 - 6\theta_0 t_d + 6\theta_f t_d \right) \frac{1}{t_d}. \quad (12) \end{aligned}$$

显然,式(10)~式(12)中仍存在未知数 κ_1 . 以 $t_d = 50$ s, $\theta_f = -90^\circ$ 为例说明 κ_1 对 $\dot{\theta}_d$ 和 θ_d 的影响. 将不同 κ_1 代入式(10)、(11)得到相应的 $\dot{\theta}_d$ 和 θ_d , 如图2、3所示,其中 $\dot{\theta}_0$ 和 θ_0 取值与第3节相同.

由图2、3可知,当 $\kappa_1 > 0$ 时, θ_d 单调减小;当 $\kappa_1 < 0$ 时, θ_d 先减小后增大. 所有 κ_1 对应的 $\dot{\theta}_d$ 和 θ_d

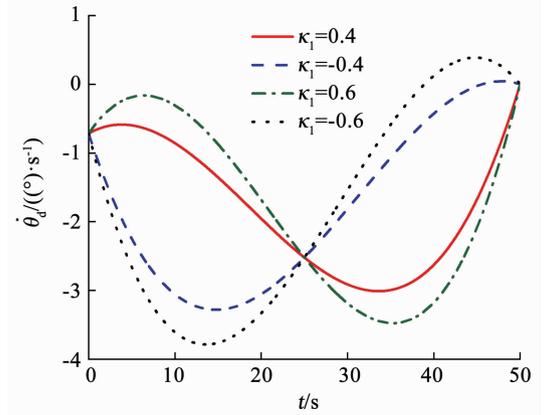


图2 不同 κ_1 时的 $\dot{\theta}_d$

Fig. 2 $\dot{\theta}_d$ for different κ_1

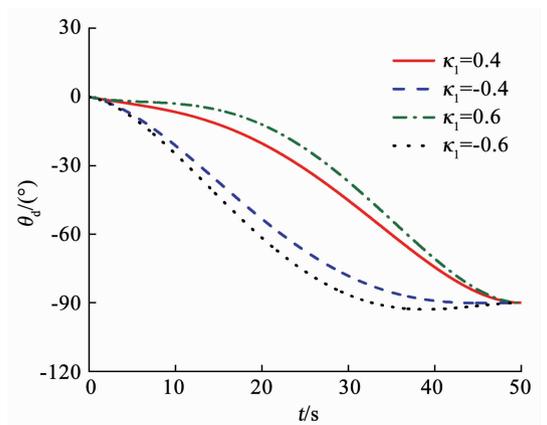


图3 不同 κ_1 时的 θ_d

Fig. 3 θ_d for different κ_1

均满足 $\dot{\theta}_d(t_d) = 0$ 和 $\theta_d(t_d) = 90^\circ$. 故 κ_1 的正负对 $\dot{\theta}_d$ 和 θ_d 变化的单调性造成影响,对其终值无影响.

由图3还可知, $|\kappa_1|$ 越大,则 $|\dot{\theta}_d|$ 的最大值越大,这意味着导弹需要更大的加速度. 若加速度过大甚至达到饱和,则会导致制导失败,导弹无法达到所需攻击时间和所需攻击角度.

因此, κ_1 的取值需要满足如下条件: 1) 通过合理选择 κ_1 , 确定 θ_d 多项式的系数. 导弹的实际视线角若按照 θ_d 变化, 则能够在击中目标时满足式(5). 2) 应在合理范围内选择 κ_1 , 避免所需加速度过大.

2.2 制导指令设计

由于视线角速率及视线角设计所设计的视线角满足攻击时间和攻击角度控制, 因此只需设计合适的制导指令, 使导弹实际视线角按照设计规律变化, 即可完成攻击时间和攻击角度控制.

对式(2)关于时间求导, 并代入式(3), 得到加速度 a 与视线角 θ 的关系:

$$\ddot{\theta} = -\frac{2r\dot{\theta}}{r} - \frac{a \cos \phi}{r}. \quad (13)$$

定义 θ 和 θ_d 之差为状态变量, 即

$$x = \theta - \theta_d. \quad (14)$$

基于非奇异终端滑模理论^[19], 设计滑模切换面为

$$S = x + \beta \dot{x}^\alpha. \quad (15)$$

式中: $\dot{x} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$, $\beta > 0$, $\alpha = p/q$, p, q 为正奇数, 且 $1 < \alpha < 2$.

为使滑模面收敛至 $S = 0$, 设计导弹加速度 a 为等效加速度 a_{eq} 与非连续加速度 a_{dis} 之和, 即

$$a = a_{eq} + a_{dis}. \quad (16)$$

为求解导弹加速度, 对式(15)关于时间求导, 可得

$$\dot{S} = \dot{x} + \alpha\beta \dot{x}^{\alpha-1} (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d). \quad (17)$$

将式(13)代入式(17), 可得

$$\dot{S} = \dot{x} + \alpha\beta \dot{x}^{\alpha-1} \left(-\frac{2r\dot{\theta}}{r} - \frac{a \cos \phi}{r} - \dot{\theta}_d \right). \quad (18)$$

令 $\dot{S} = 0$, 由式(18)得等效加速度为

$$a_{eq} = \frac{r}{\cos \phi} \left(\frac{1}{\alpha\beta} \dot{x}^{2-\alpha} - \frac{2r\dot{\theta}}{r} - \dot{\theta}_d \right), \quad (19)$$

式中 $\ddot{\theta}_d$ 由式(12)计算得到.

设计非连续加速度为如下形式:

$$a_{dis} = \frac{M}{\cos \phi} \text{sgn}(S), \quad (20)$$

式中 M 为设计参数, 取 $M > 0$, 以保证滑模面在有限时间收敛. $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, 定义如下:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (21)$$

将式(19)、(20)代入式(16), 得到导弹加速度为

$$a = \frac{r}{\cos \phi} \left[\frac{1}{\alpha\beta} \dot{x}^{2-\alpha} - \frac{2r\dot{\theta}}{r} - \dot{\theta}_d + \frac{M}{r} \text{sgn}(S) \right]. \quad (22)$$

在式(22)所示的制导指令作用下, $x = \theta - \theta_d$ 在有限时间收敛为 0, 导弹实际视线角按照所设计的 θ_d 变化, 完成对导弹攻击时间和攻击角度的控制.

2.3 稳定性分析

为表明在式(18)所示的制导指令作用下, 导弹能够实现攻击时间和攻击角度控制, 即满足式(5), 本文将证明所设计制导律在 Lyapunov 意义下的稳定性.

选择如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} S^2, \quad (23)$$

对式(23)关于时间求导, 并将式(15)、(18)、(19)代入导数 \dot{V} , 可得

$$\dot{V} = \dot{S}S = -\alpha\beta (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)^{\alpha-1} \frac{M}{r} |S|. \quad (24)$$

由于 p, q 为正奇数且 $1 < \alpha < 2$, 故当 $\dot{\theta} \neq \dot{\theta}_d$ 时, $(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d)^{\alpha-1} > 0$ 恒成立.

因此当 $\dot{\theta} \neq \dot{\theta}_d$ 时, \dot{V} 负定, 满足 Lyapunov 稳定性. 为了保证系统在有限时间内收敛, 现需要证明 $\dot{\theta} - \dot{\theta}_d = 0$ 不是吸引子.

对 $\dot{x} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ 关于时间求导, 并将式(13)、(22)代入导数 \ddot{x} , 可得

$$\ddot{x} = -\frac{1}{\alpha\beta} \dot{x}^{2-\alpha} - \frac{M}{r} \text{sgn}(S). \quad (25)$$

当 $\dot{x} = 0$ 时, 式(25)为

$$\ddot{x} = -\frac{M}{r} \text{sgn}(S). \quad (26)$$

由于 M, r 均大于 0, 故式(26)的正负取决于 S 的正负. 令 $\rho = M/r \cdot \text{sgn}(S)$, 当 $S > 0$ 时, $\ddot{x} = -\rho$, \ddot{x} 快速减小; 当 $S < 0$ 时, $\ddot{x} = \rho$, \ddot{x} 快速增大. 故当 $\dot{x} = 0$ 时, 滑模面在有限时间内收敛为 $S = 0$, 即 $\dot{x} = 0$ 不是一个吸引子. 因此 \dot{V} 是负定的, 制导指令满足 Lyapunov 稳定性条件.

当滑模面收敛为 0 时, 即 $S = 0$, 由式(15)可得

$$\dot{x} = -\frac{1}{\beta^{1/\alpha}} x^{1/\alpha}. \quad (27)$$

选择如下 Lyapunov 函数:

$$W = \frac{1}{2} x^2, \quad (28)$$

对式(28)关于时间求导,并将式(27)代入导数 \dot{W} ,可得

$$\dot{W} = x \dot{x} = -\frac{1}{\beta^{1/\alpha}} x^{1/\alpha+1}. \quad (29)$$

由于 p, q 为正奇数且 $1 < \alpha < 2$, 因此 \dot{W} 负定, 满足 Lyapunov 稳定性. 视线角跟踪误差 x 在有限时间内收敛为 0.

综上所述, 制导指令满足 Lyapunov 稳定性条件, 滑模面 S 能够在有限时间内收敛至 0, 导弹视线角能够按照所需视线角 θ_d 变化. 在制导指令作用下, 导弹能够实现攻击时间和攻击角度控制.

2.4 参数 κ_1 的确定方法

导弹在制导指令的作用下, 实际视线角将按照视线角速率及视线角设计所需视线角 θ_d 变化, 而 θ_d 受未知参数 κ_1 的影响, 通过合理选择 κ_1 , 即可实现攻击时间和攻击角度控制, 本文给出 κ_1 的确定方法.

在确定 κ_1 之前, 首先考虑一个奇点问题, 由式(22)可知, 当 $|\phi| = \pi/2$ 时, 加速度会趋向无穷大, 制导律失效. 为此可通过在适当范围内选择 κ_1 , 避免 $|\phi| = \pi/2$ 时的奇点问题出现.

由式(2)可得

$$r = \frac{-v \sin \phi}{\dot{\theta}}, \quad (30)$$

对式(30)关于时间求导可得

$$\dot{r} = \frac{-v \cos \phi \cdot \dot{\phi} + v \sin \phi \cdot \ddot{\theta}}{\dot{\theta}^2}. \quad (31)$$

联立式(1), 可得

$$\frac{-v \cos \phi \cdot \dot{\phi} + v \sin \phi \cdot \ddot{\theta}}{\dot{\theta}^2} = -v \cos \phi. \quad (32)$$

整理后可得

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} + \frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}} \tan \phi. \quad (33)$$

将 $\theta = \theta_d$ 代入式(27)可得

$$\dot{\phi} = \dot{\theta}_d + \frac{\ddot{\theta}_d}{\dot{\theta}_d} \tan \phi. \quad (34)$$

选取 κ_{10} 作为 κ_1 的初值, 通过图 4 所示算法计算 κ_1 的极值 κ_L , 从而确定 κ_1 的取值范围.

在确定 κ_1 的取值范围之后, 以 κ_1 为优化设计变量、 κ_1 的取值范围为约束条件、以导弹击中目标时实际攻击时间 t_{imp} 与所需攻击时间 t_d 之差的绝对值作为目标函数(即 $J = |t_{imp} - t_d|$), 可构建一个优化设计模型. 求解该优化模型即可设计出满足式(5)的优化制导律.

考虑到该优化设计问题的特点, 本文选取单纯形法对制导律进行优化. 在优化过程中, 当 $J < 0.005$ 时终止优化. 需要说明的是, 采用该优化方法

并不能确保得到 κ_1 的全局最优解. 根据第视线角速率及视线角设计中对式(10)、(11)的分析可知, κ_1 只影响攻击时间控制, 并不影响攻击角度控制. 而优化设计的目标函数为 $J = |t_{imp} - t_d|$, 实际优化过程中只需满足 $J < 0.005$ 即可, 并不要求 κ_1 必须为全局最优解.

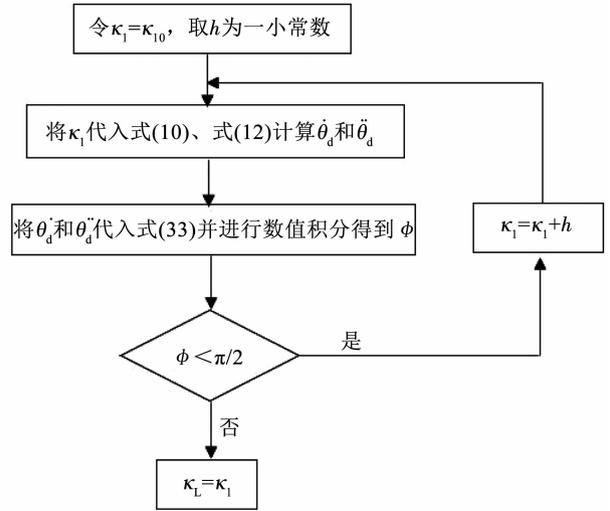


图 4 κ_1 极值的计算步骤

Fig. 4 Calculation of the extreme value of κ_1

现以 $t_d = 50$ s, $\theta_l = -90^\circ$ 为例, 说明本文确定 κ_1 的过程. 首先通过表 1 所示算法确定 κ_1 的取值范围为 $(0.3897, 0.7004)$; 然后以 κ_1 为设计变量、 $0.3897 < \kappa_1 < 0.7004$ 为约束条件、 $J = |t_{imp} - t_d|$ 为目标函数, 建立具体的优化模型. 在 $(0.3897, 0.7004)$ 内选择任意值为 κ_1 的初值, 采用单纯形法对制导律进行优化. 不同初始 κ_1 值的优化结果见表 1.

表 1 不同初始 κ_1 值的优化结果

Tab. 1 Optimization results of different initial κ_1

初始 κ_1	初始 J/s	最优 κ_1	优化终止时 J/s	迭代次数
0.450 0	1.546	0.489 1	0.002	8
0.550 0	1.574	0.489 0	0.003	8
0.650 0	2.955	0.489 1	0.002	10

由表 1 可知, κ_1 初值不同时, 最优 κ_1 相差 0.000 1, 优化终止时的 J 相差 0.001 s, 差值足够小, 可以认为初值的选取对最优 κ_1 值无影响. 因此在确定 κ_1 初值时, 可以选择 κ_1 取值范围内任意值. 尽管 κ_1 初值为 0.650 0 时, 迭代次数比其他初值多 2 次, 但所需迭代次数仅有 10 次, 优化速度较快. 在优化计算 κ_1 值时, 仅需要导弹的初始条件、所需攻击时间及所需攻击角度, 故可以离线计算 κ_1 . 但本文在优化 κ_1 时, 所需的迭代次数较少, 优化速度较快, 因此在实际工程应用中, 本文方法能够用于在线计算 κ_1 值.

3 数值仿真及结果分析

为验证本文所设计制导律的有效性,本文采用数值仿真方法进行分析.其中,对本文制导律在不同给定攻击角度和不同给定攻击时间下进行了数值仿真,将本文制导律与现有文献所设计制导律进行了仿真对比,在考虑外界干扰时进行了数值仿真.

需要说明的是,为了避免符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 造成的加速度指令抖动,借鉴现有文献的一般做法^[8,20],采用连续函数 $\text{sgmf}(x)$ 代替符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$,定义如下:

$$\text{sgmf}(x) = \frac{x}{|x| + b}, \quad (35)$$

式中 b 为正常数,本文取 $b = 0.1$.

仿真条件:导弹速度为 250 m/s ,加速度最大值为 100 m/s^2 ,目标静止,导弹初始前置角为 30° ,导弹和目标在图 1 所示坐标系中的初始位置分别为 $(0,0) \text{ m}$ 和 $(10\ 000,0) \text{ m}$.对于所有仿真算例,取参数 $\beta = 1, p = 5, q = 3, M = 500$.

3.1 不同给定攻击角度和不同给定攻击时间

为验证在不同条件下,本文制导律的有效性,选择多种攻击角度和攻击时间对制导律进行数值仿真.

首先考虑相同攻击时间、不同攻击角度的情形.选取 $t_d = 50 \text{ s}$, $\theta_f = -60^\circ, -90^\circ, 45^\circ, 55^\circ$ 进行数值仿真,4种攻击角度对应的 κ_1 值分别为 $-0.003\ 5, 0.489\ 0, 0.312\ 1, 0.192\ 6$.仿真结果如图 5 所示.

导弹的弹道轨迹如图 5(a) 所示,由仿真曲线可知,选择不同的所需攻击角度,导弹在本文制导律作用下按照不同的弹道轨迹飞行,均在 50 s 时击中目标.由图 5(b) 所示的视线角曲线可知,击中目标时导弹实际攻击角度与所需攻击角度的误差小于 0.01° ,导弹完成了攻击时间和攻击角度控制.导弹前置角曲线如图 5(c) 所示,由于导弹初始前置角为正,故 $\theta_f = 45^\circ, 55^\circ$ 时,前置角在弹道初始段变化量大于 $\theta_f = -60^\circ, -90^\circ$.但通过合理选择 κ_1 ,前置角均未超过 90° ,未出现奇点,且在击中目标时收敛为 0.导弹加速度如图 5(d) 所示,当所需攻击角度为正时,导弹需要做出更大机动,故弹道初始段加速度较大,但并未超过所限制的最大加速度.

下面考虑相同攻击角度、不同攻击时间的情形.选取 $\theta_f = -90^\circ, t_d = 52, 55, 58, 60 \text{ s}$ 进行数值仿真,4种攻击时间对应的 κ_1 值分别为 $0.320\ 3, 0.178\ 6, 0.088\ 4, 0.043\ 9$.仿真结果如图 6 所示.

由图 6(a)、图 6(b) 可知,导弹以所需攻击角度 $\theta_f = -90^\circ$ 按照不同轨迹击中目标,完成了攻击时间和攻击角度控制.导弹前置角曲线如图 6(c) 所示,由图 6 可知,随着所需攻击时间的增大,导弹所需的前置角越大, $t_d = 52 \text{ s}$ 对应的最大前置角为 59.87° ,而 $t_d = 60 \text{ s}$ 对应的最大前置角增大至 72.72° .这是由于导弹需要通过增大前置角来增加飞行距离,从而增加飞行时间.由图 6(d) 可知导弹加速度曲线均连续变化,在击中目标时收敛为 0.

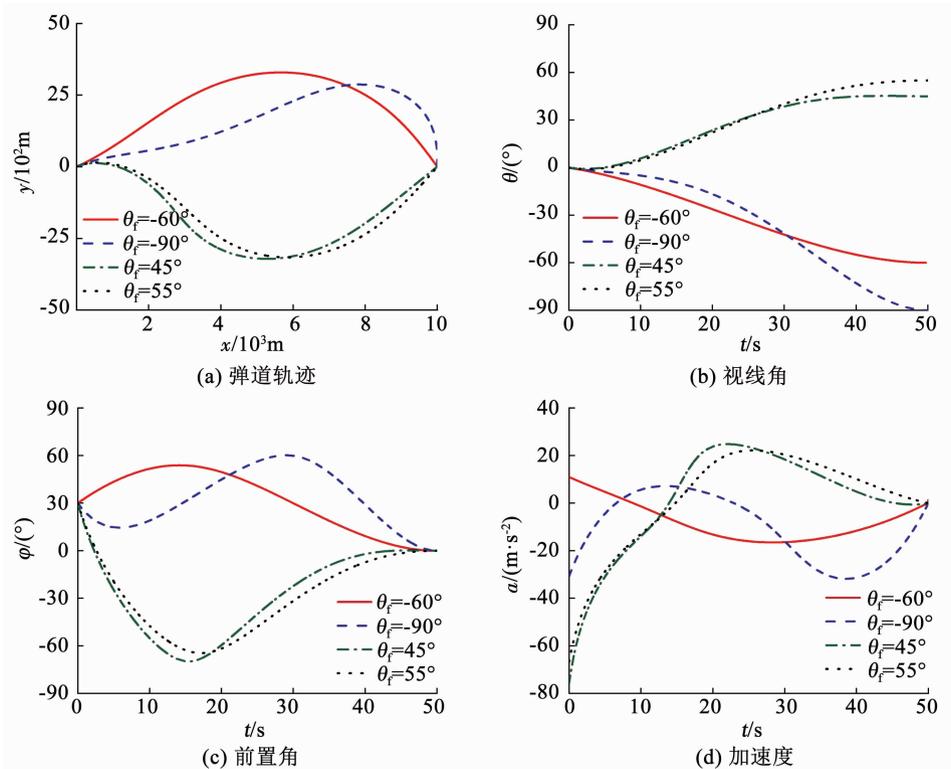
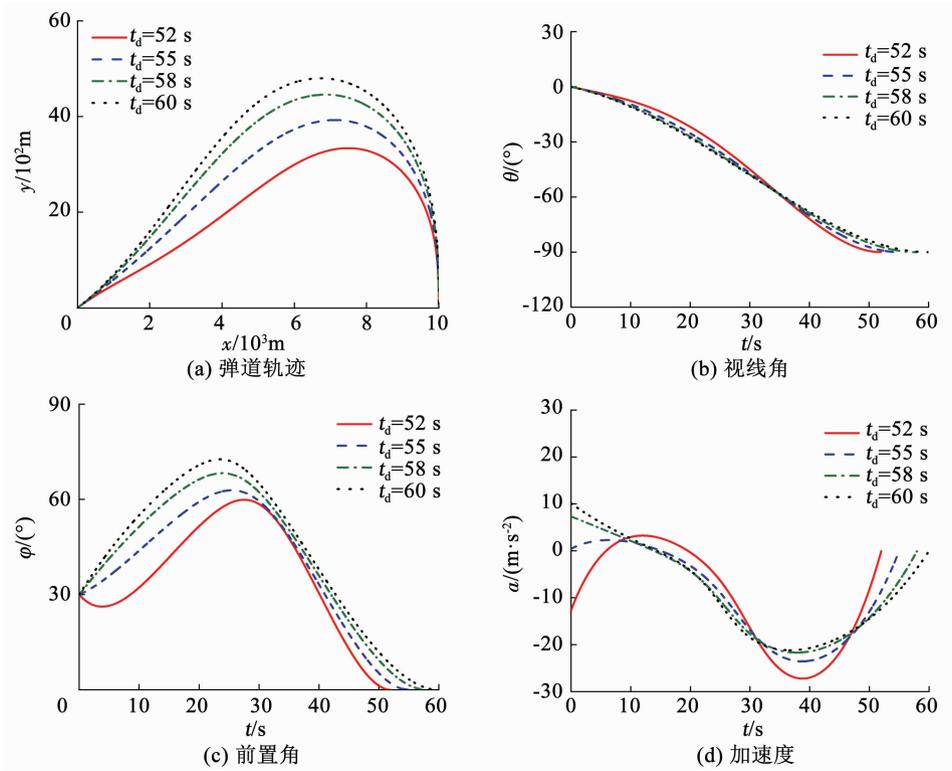


图 5 $t_d = 50 \text{ s}$ 时,不同攻击角度的仿真曲线

Fig. 5 Simulation results of different impact angle with $t_d = 50 \text{ s}$

图 6 $\theta_f = -90^\circ$ 时,不同攻击时间仿真曲线Fig. 6 Simulation results of different impact time with $\theta_f = -90^\circ$

通过多种情形下的仿真结果可知,本文制导律满足式(5),实现了攻击时间和攻击角度控制,证明了本文制导律的有效性.

3.2 与现有文献的对比分析

将本文制导律与文献[7,18]所设计制导律进行了仿真对比.

文献[7]采用逻辑切换的方法设计制导律,以攻击时间误差作为切换条件,将基于滑模理论的攻击时间控制制导律和基于最优理论的攻击角度控制制导律结合.当攻击时间误差足够小时,对导弹进行攻击角度控制;当攻击时间误差增大时,对导弹进行攻击时间控制.文献[18]则采用整体设计的方法,推导了以导弹水平位置为自变量的、满足攻击时间和攻击角度的视线角计算公式,基于二阶滑模理论设计制导指令使实际视线角跟踪所设计的视线角,从而提出了一个既可实现攻击时间控制又可实现攻击角度控制的制导律.

本文在 $t_d = 45$ s, $\theta_f = -45^\circ$ 和 $t_d = 48$ s, $\theta_f = 50^\circ$ 时,分别对本文制导律与文献[7,18]制导律进行了数值仿真对比.这两种情形下,本文制导律中的 κ_1 分别为 0.041 4, 0.178 6.图 7、8 为数值仿真对比结果.

由图 7、8 可知,本文与文献[7,18]的攻击时间误差小于 0.02 s,攻击角度误差小于 0.01°,均实现了攻击时间和角度的控制.当 $t_d = 45$ s, $\theta_f = -45^\circ$ 时,由图 7(a)可知,本文与文献[18]的弹道轨迹较为相近,而在文献[7]的制导律作用下导弹上升速

度更快,更早到达了弹道顶点.在弹道前半段本文与文献[7,18]的视线角变化规律相近,在弹道后半段,文献[7]的视线角大于本文与文献[18].由图 7(c)所示的前置角曲线可知,文献[7]的前置角在弹道初始段快速增大,在 0.78 s 内增大了 18.61°,随后逐渐减小,最大前置角速率为 45.70(°)/s. 相比而言,本文与文献[18]的前置角变化在全弹道上均较为平缓,最大前置角速率分别为 1.74、2.35(°)/s. 同时,文献[7]在导弹发射后首先进行攻击时间控制,为使滑模面快速收敛,需要较大的初始加速度(达到饱和值 100 m/s²),远大于本文和文献[18]的初始加速度.当文献[7]的滑模面收敛后,其制导律切换为攻击角度控制制导律,加速度快速减小,且变化剧烈,不利于工程应用,而本文和文献[18]加速度连续变化、不存在突变,并在击中目标时收敛为 0.

对于仿真条件 $t_d = 48$ s, $\theta_f = 50^\circ$,本文与文献[7,18]的仿真曲线有较大区别.文献[7]在导弹发射后开始进行攻击时间控制,加速度达到饱和,因此导弹发射后前置角快速增大,随后加速度突变为负,前置角随之减小.文献[18]视线角在导弹发射后开始减小,直至 15.72 s 时减小至 -14.77°,随后单调增大至 50°;而本文的视线角变化幅度较小,在导弹发射后在 2.87 s 内减小至 -0.92°,再单调增大至 50°.为使导弹实际视线角按照所设计视线角变化,需要改变前置角以改变导弹飞行轨迹,从而满足所

设计的视线角变化规律. 由于视线角变化规律不同, 本文与文献[18]前置角变化规律也有所差别. 文献[18]需要前置角先增大再减小为负值后逐渐增大至0; 而本文只需前置角先减小再增大. 由于文献[18]前置角变化相对复杂, 制导过程中将消耗更

多的控制能量. 例如, 以 $\int_0^{t_d} a^2/2 dt$ 计算制导律的控制能量, 文献[18]的控制能量计算值为 $10\ 834.86\ \text{m}^2/\text{s}^3$, 而本文制导律的控制能量计算值为 $9\ 425.32\ \text{m}^2/\text{s}^3$, 比文献[18]降低了约13%.

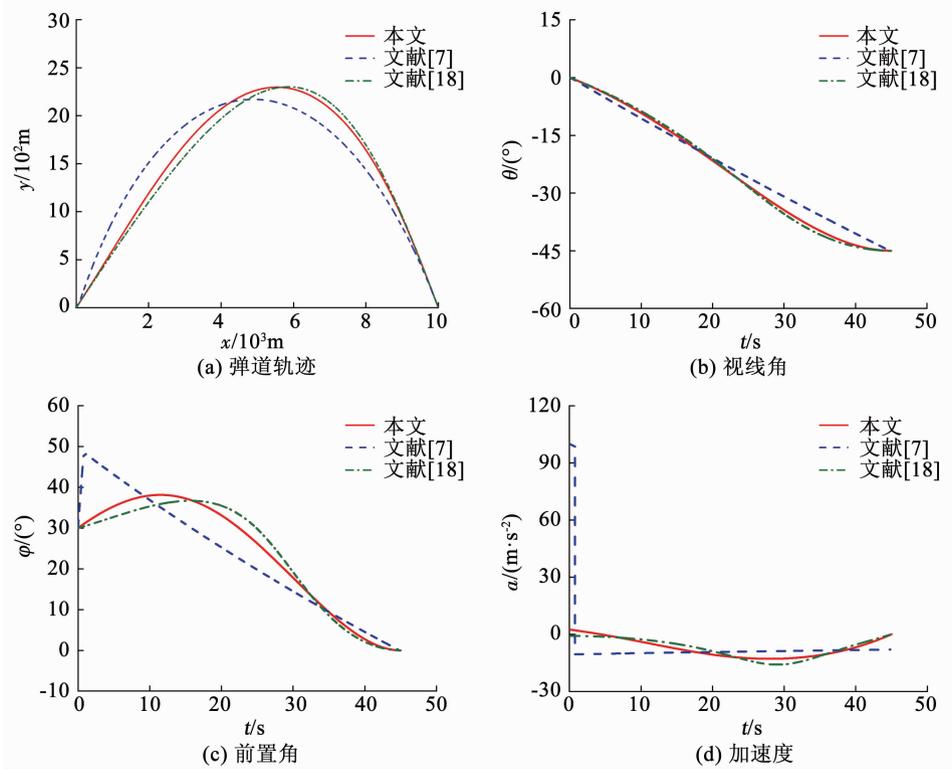


图7 $t_d = 45\ \text{s}, \theta_f = -45^\circ$ 时, 与文献[7, 18]对比的仿真曲线

Fig. 7 Simulation results compared with Ref. [7, 18] at $t_d = 45\ \text{s}, \theta_f = -45^\circ$

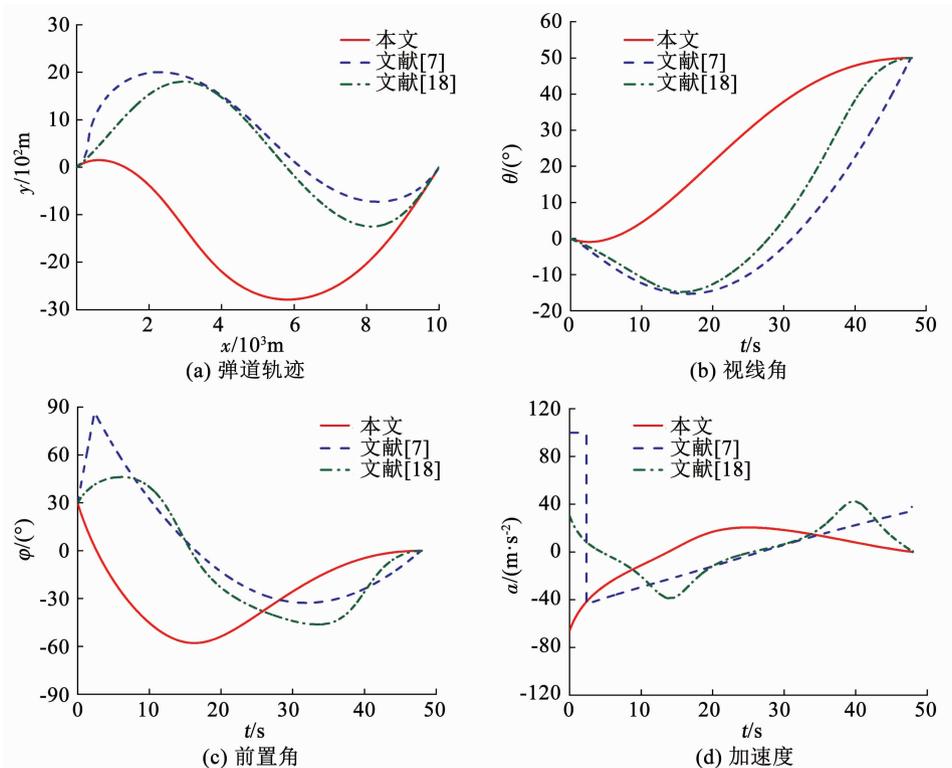


图8 $t_d = 48\ \text{s}, \theta_f = 50^\circ$ 时, 与文献[7, 18]对比的仿真曲线

Fig. 8 Simulation results compared with Ref. [7, 18] at $t_d = 48\ \text{s}, \theta_f = 50^\circ$

通过对比分析可知:1) 由于文献[7]需要逻辑切换,因此加速度出现突变且达到饱和,而本文与文献[18]采用整体设计的方法,加速度连续变化且未达到饱和;2) 相比于文献[18],本文制导律所需的控制能量更小,更利于控制系统设计。

3.3 考虑外界干扰

在上述仿真中均假设导弹速度恒定,但在实际工程应用中,由于受到外界干扰,对导弹速度的控制难以做到完全精确。此外,导弹的测量系统存在噪声,导致制导系统的输入量存在误差。因此为了对所设计制导律的工程适用性做出评估,本文通过在数值仿真中加入不同干扰,以分析其对制导律的影响。

首先考虑外界干扰对速度控制的影响。在外界干扰作用下,对导弹的速度控制存在误差,将导弹速度表示为

$$v = v_0 + \Delta v. \quad (36)$$

式中: v_0 为导弹初始速度, Δv 为导弹速度误差。

本文假设速度控制误差为周期性变化的系统误差^[20],即 Δv 按照正弦规律 $v_{\Delta} \sin 0.125t$ 变化(v_{Δ} 为速度误差幅值),导弹初始速度 $v_0 = 250$ m/s,取 $v_{\Delta} = 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 6.0$ m/s,在 $t_d = 50$ s、 $\theta_f = -90^\circ$ 时,进行数值仿真,仿真条件及参数与不同给定攻击角度和不同给定攻击时间相同。仿真结果如图 9 所示。定义攻击时间和角度误差分别为实际攻击时间和角度与所需攻击时间和角度之差的绝对值。

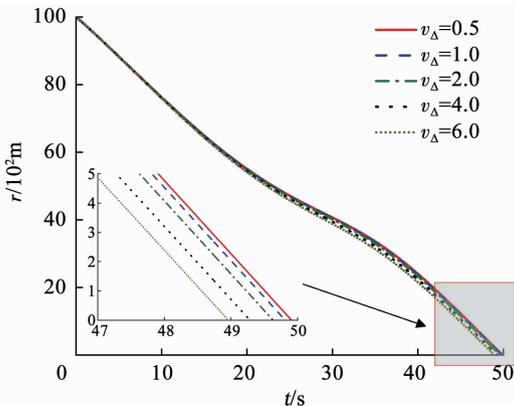


图 9 不同速度控制误差时的弹目距离曲线

Fig. 9 Range between missile and target with different velocity control error

实际攻击时间和实际攻击角度见表 2。由仿真结果可知,在存在速度控制误差的情形下,导弹的攻击时间和攻击角度均存在一定误差,且误差随速度误差的增大而增大。在速度误差幅值小于 2 m/s 时,本文制导律仍具有较高控制精度。因此,在将所设计制导律应用于工程中时,需要综合考虑速度控制精度和可接受的最大攻击时间误差和最大攻击角度误差。

表 2 不同速度控制误差时的攻击时间误差和攻击角度误差

Tab. 2 Impact time error and impact angle error with different velocity control error

速度误差幅值/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	实际攻击 时间/s	实际攻击 角度/ $(^\circ)$	攻击时间 误差/s	攻击角度 误差/ $(^\circ)$
0.5	49.906 1	-89.997 9	0.093 9	0.002 1
1.0	49.810 8	-89.991 7	0.189 2	0.008 3
2.0	49.630 0	-89.968 5	0.370 0	0.031 5
4.0	49.283 3	-89.882 7	0.716 7	0.117 3
6.0	48.959 3	-89.754 8	1.040 7	0.245 2

在导弹实际系统中,通常会对测量进行滤波处理,本文仅单纯地评估所设计制导律的抗干扰能力,故只对视线角速率增加高斯白噪声。通过加入不同标准差的高斯白噪声进行数值仿真,根据导弹的攻击时间误差和攻击角度误差,评估所设计制导律性能。选择 $t_d = 50$ s、 $\theta_f = -90^\circ$ 进行数值仿真,其他仿真条件不变。仿真结果见表 3。

表 3 加入不同噪声后的攻击时间误差和攻击角度误差

Tab. 3 Impact time error and impact angle error with different noise

噪声标准差/ ($(^\circ) \cdot \text{s}^{-1}$)	实际攻击 时间/s	实际攻击 角度/ $(^\circ)$	攻击时间 误差/s	攻击角度 误差/ $(^\circ)$
0.1	49.932 9	-89.978 2	0.067 1	0.021 8
0.2	49.905 1	-89.971 1	0.094 9	0.028 9
0.3	49.823 0	-89.629 5	0.177 0	0.370 5
0.5	49.590 3	-89.162 3	0.409 7	0.833 7
0.8	49.324 1	-88.732 2	0.675 9	1.267 8

由表 3 可知,当噪声标准差小于 0.8 $^\circ/\text{s}$ 时,本文制导律对噪声有一定抑制作用,能够保证制导精度。但随着噪声的增大,加速度指令的波动也逐渐增大。在实际应用中,为减小加速度指令的波动,仍需要对测量进行滤波。

4 结 论

1) 从理论上探讨了滑模控制理论在导弹攻击时间和攻击角度控制制导律设计中的应用。首先利用成型理论设计了以多项式描述的、满足攻击时间和攻击角度约束的导弹视线角变化律。在此基础上,基于非奇异终端滑模理论,设计了一种无奇点的攻击时间和攻击角度控制制导律。

2) 在所设计制导律的作用下,导弹飞行过程中的实际视线角可按设计值变化,最终有效实现攻击时间和攻击角度的同时控制。制导指令所需的 κ_1 可以通过离线计算得到,且优化迭代次数少,在弹载设备允许的情形下能够在线计算,满足工程应用的

要求. 此外,经数学证明,所设计制导律在 Lyapunov 意义下是稳定的.

3)通过数值仿真,并与现有同类制导律相比,本文制导律的加速度指令全程连续变化,无突变性,并且由于前置角变化规律相对简单,所需控制能量较小,有利于控制系统设计. 在速度控制和视线角速率测量存在外界干扰时,本文制导律在一定范围内仍能够完成攻击时间和攻击角度控制. 本文研究结果是对现有文献成果的有益补充.

参考文献

- [1] LEE J I, JEON I S. Guidance law to control impact time and angle [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(7): 301. DOI: 10.5139/JKSAS.2007.35.7.633
- [2] 张春妍, 宋建梅, 侯博, 等. 带落角和时间约束的网络化导弹协同制导律[J]. 兵工学报, 2016, 37(3): 431
ZHANG Chunyan, SONG Jianmei, HOU Bo, et al. Cooperative guidance law with impact angle and impact time constraints for networked missiles [J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(3): 431. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2016-03-007
- [3] ZHANG Youan, MA Guoxin, LIU Aili. Guidance law with impact time and impact angle constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 960. DOI: 10.1016/j.cja.2013.04.037
- [4] ZHANG Youan, WANG Xingliang, MA Guoxin. Impact time control guidance law with large impact angle constraint[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2015, 229(11): 2119. DOI: 10.1177/0954410014568466
- [5] CHEN Xiaotian, WANG Jinzhi. Optimal control based guidance law to control both impact time and impact angle[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 84: 454. DOI: 10.1016/j.ast.2018.10.036
- [6] ERER K S, TEKIN R. Impact time and angle control based on constrained optimal solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2448. DOI: 10.2514/1.G000414
- [7] KUMAR S R, GHOSE D. Sliding mode guidance for impact time and angle constraints [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2017, 232(16): 2961. DOI: 10.1177/0954410017719304
- [8] HU Qinglei, HAN Tuo, XIN Ming. New impact time and angle guidance strategy via virtual target approach [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(8): 1755. DOI: 10.2514/1.G003436
- [9] KANG S, TEKIN R, HOLZAPFEL F. Generalized impact time and angle control via look-angle shaping [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(3): 695. DOI: 10.2514/1.G003765
- [10] 张友安, 梁勇, 刘京茂, 等. 基于轨迹成型的攻击角度与时间控制[J]. 航空学报, 2018, 39(9): 322009
ZHANG Youan, LIANG Yong, LIU Jingmao, et al. Trajectory reshaping based impact angle and impact time control [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(9): 322009. DOI: 10.7527/S1000-6893.2018.22009
- [11] TEKIN R, ERER K S, HOLZAPFEL F. Polynomial shaping of the look angle for impact-time control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(10): 2666. DOI: 10.2514/1.G002751
- [12] KUMAR S R, GHOSE D. Impact time guidance for large heading errors using sliding mode control [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(4): 3123. DOI: 10.1109/TAES.2015.140137
- [13] CHO D, KIM H J, TAHK M J. Nonsingular sliding mode guidance for impact time control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(1): 61. DOI: 10.2514/1.G001167
- [14] 花文华, 张拥军, 张金鹏, 等. 多导弹攻击时间协同的滑模制导律[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(1): 98
HUA Wenhua, ZHANG Yongjun, ZHANG Jinpeng, et al. Sliding-mode guidance law for attack time cooperation of multi-missiles [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(1): 98. DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2018.01.017
- [15] HU Qinglei, HAN Tuo, XIN Ming. Sliding-mode impact time guidance law design for various target motions [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(1): 136. DOI: 10.2514/1.G003620
- [16] 陈升富, 常思江, 吴放. 带有视场角约束的滑模攻击时间控制制导律[J]. 兵工学报, 2019, 40(4): 777
CHEN Shengfu, CHANG Sijiang, WU Fang. A sliding mode guidance law for impact time control with field of view constraint [J]. Acta Armamentarii, 2019, 40(4): 777. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2019.04.013
- [17] 李晓宝, 张友安, 鲍虎, 等. 带攻击角度约束的非奇异终端滑模固定时间收敛制导律[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 474
LI Xiaobao, ZHANG Youan, BAO Hu, et al. Nonsingular terminal sliding mode based impact angle constraint guidance law with fixed-time convergence [J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 474. DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.0443
- [18] HARL N, BALAKRISHNAN S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(6): 1436. DOI: 10.1109/TCST.2011.2169795
- [19] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真: 基本理论与设计方法 [M]. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 483
LIU Jinkun. Sliding mode control design and MATLAB simulation: The basic theory and design method [M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 483
- [20] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 第6版. 北京: 机械工业出版社, 2010: 33
FEI Yetai. Error theory and data processing [M]. 6th ed. Beijing: China Machine Press, 2010: 33

(编辑 张红)