

DOI:10.11918/201912079

高铁弹塑性地基振动与变形的2.5维有限元算法

高广运^{1,2}, 张继严^{1,2}, 谢伟^{1,2}, 徐晨晓^{1,2}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 岩土及地下工程教育部重点实验室(同济大学), 上海 200092)

摘要: 针对高铁运行引起的地基振动和塑性变形问题, 提出高铁荷载作用下弹塑性地基振动与变形的2.5维有限元算法。将高铁运行诱发的地基变形视为材料非线性问题, 采用改进的摩尔-库伦模型模拟地基土, 基于弹性地基2.5维有限元法, 将通过弹性理论计算得到的位移作为试探位移, 经摩尔-库伦屈服准则判定屈服后, 引入切线刚度迭代法、后向欧拉积分算法和一致切线模量算法实现刚度矩阵的更新迭代, 从而求解出高铁运行引起的塑性变形。在此基础上, 将轨道视为 Euler 梁, 采用修正的多频列车荷载模拟高铁列车运行, 并使用黏弹性人工边界处理截断边界, 建立高铁弹塑性地基振动与变形的2.5维有限元验证模型。通过与移动点荷载弹性半空间解析解和地面振动实测结果进行对比, 验证本文弹塑性地基2.5维有限元法理论的正确性及模型应用的可靠性, 表明该方法可用于高效求解高铁运行引起的地面振动及累积变形问题。

关键词: 弹塑性地基; 2.5维有限元法; 修正高铁荷载; 振动; 变形

中图分类号: U211.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2021)11-0037-09

Improved 2.5D finite element method for vibration and deformation of elastoplastic subgrade under high-speed train load

GAO Guangyun^{1,2}, ZHANG Jiyuan^{1,2}, XIE Wei^{1,2}, XU Chenxiao^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering (Tongji University), Ministry of Education, Shanghai 200092, China)

Abstract: In view of the vibration and plastic deformation of subgrade under high-speed train load, the 2.5D finite element method for elastoplastic subgrade was proposed. The subgrade deformation induced by high-speed train load was regarded as material nonlinearity, and the improved Mohr-Coulomb model was adopted to simulate the elastoplastic soil. Based on the 2.5D finite element method, the displacement calculated by elastic theory was regarded as tentative displacement. When the soil reached yielding according to the improved Mohr-Coulomb yield criterion, the tangent stiffness iteration method, backward Euler integration algorithm, and uniform tangent modulus algorithm were introduced into the algorithm to update the stiffness matrix, and the plastic deformation induced by high-speed train operation was solved iteratively. On this basis, a 2.5D finite element method for elastoplastic subgrade was established, where the orbit was treated as Euler beam, the modified multi-frequency train load was adopted to simulate train operation, and the viscoelastic artificial boundary was used to treat the truncated boundary of the finite element model. The closed-form solution and field measurement results were compared to verify the correctness and reliability of the proposed model. Results indicate that the model can be used to efficiently solve the vibration and accumulative deformation problems of ground induced by high-speed train load.

Keywords: elastoplastic subgrade; 2.5D finite element method; modified high-speed train load; vibration; deformation

数值法可以计算分析复杂的动力模型, 在高铁引起的环境振动问题研究中得到广泛应用。研究表明, 2 维模型忽略沿轨道方向的影响, 计算结果不精确^[1]; 3 维模型计算效率低^[2]; 2.5 维模型假设沿轨道方向结构-土体的几何形状和材料性质保持不变, 对轨道方向和时间进行双重 Fourier 变换, 将空间-时间域的三维问题转化为波数-频域内每个节

点包含 3 个自由度的平面应变问题, 只需选取垂直于轨道的结构-土体截面进行离散求解, 再通过 Fourier 逆变换求得时域-空间域内解答。2.5 维有限元法兼顾精度和效率^[3]。

2.5 维有限元方法最早由 Hwang 等^[4]用于地震行波作用下地下结构动力响应问题研究。杨永斌等^[5]将该方法应用到列车运行引起的地面振动响应研究, 提出 2.5 维 FEM-IFEM, 研究弹性半空间和分层地基的地面振动。之后, 开发了包括多种地基类型和人工边界条件的 2.5 维有限元动力计算模型^[5]。Costa 等^[8]运用此法结合等效线性分析方法

收稿日期: 2019-12-16

基金项目: 国家自然科学基金(51978510, 41772288)

作者简介: 高广运(1961—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 高广运, gaogy@tongji.edu.cn

研究动荷载作用下土体的非线性特性并开发出 2.5 维 FEM-BEM, 建立轮轨相互作用耦合模型, 研究分层路基上的动力响应。边学成等^[10]开发与频率相关的黏壶单元吸收有限单元边界上的外行波, 发展了高铁移动荷载作用下轨道和地基动力相互作用的 2.5 维有限元数值方法, 模拟轨道和地面的振动及波的传播, 并探讨了轨道不平顺因素的影响。Francois 等^[12]提出完美匹配层方法 (PML), 将其应用到 2.5 维有限元方法中, 通过计算弹性半空间的格林函数位移验证了 2.5D PML 能够吸收所有不同入射角的波。基于此, Lopes 等^[13]建立 2.5D FEM-PML 轨道-隧道-地基系统模型和振源附近的 3D FEM 建筑物模型, 研究仅考虑地面土体-结构之间的相互作用, 表明某些垫层刚度会放大建筑楼板的垂直振动。高广运等^[15]开发出 2.5 维黏弹性边界条件, 分析了高铁运行时分层地基、饱和分层地基、横观各向同性地基、饱和横观各向同性地基和非饱和地基的振动响应及波的传播特性。

综上, 基于 2.5 维有限元法的研究均针对地基的振动响应, 将地基简化为弹性体, 忽略了地基因高铁运行产生的塑性变形。由于真实土体组构的复杂性, 尚没有一个能真实描述土体塑性的本构模型, 本文采用改进的摩尔-库伦模型模拟地基土体。将问题视为材料非线性问题, 引入切线刚度迭代法、后欧拉积分算法和一致切线模量算法, 推导出适用于高铁荷载下弹塑性地基振动与变形分析的 2.5 维有限元方法。数值计算中将弹性理论得到的土体位移作为试探位移, 经改进的摩尔-库伦屈服准则判定屈服后, 通过施加体荷载和更新土体刚度矩阵模拟弹塑性土体的变形。计算模型将轨道板视为铺设在地基上的欧拉梁, 采用黏弹性边界模拟波在半无限空间中的传播, 列车荷载采用连续轴重荷载模型和经英国轨道不平顺谱修正的随机激振荷载模型模拟。

1 弹塑性地基非线性理论

采用切线刚度迭代法表征材料的非线性。切线刚度迭代法采用定期更新总刚度矩阵和体荷载迭代相结合的方法获得刚度方程的收敛, 该方法能够得到加载过程中的变形发展状况, 适用于动态问题求解, 近年来得到广泛应用。

1.1 体荷载生成

土体达到屈服条件后, 通过迭代不断修改加载在系统上的荷载, 并重复利用弹性求解方法获得刚度方程的收敛。在每一个荷载增量步中, 位移增量值 δ^i 由刚度方程(1)求得, 即

$$K\delta^i = p^i \quad (1)$$

在进行应力重分布时, 修改式(1)中的荷载增量矢量 p^i 。通常, 该荷载增量矢量表达式为

$$p^i = p_a + p_b^i \quad (2)$$

式中: K 为总刚度矩阵, δ^i 表示第 i 次迭代产生的位移增量值, p^i 为外荷载与内荷载之和, p_a 为实际加载的荷载增量, p_b^i 为体荷载矢量, 其值在相邻的两次迭代间发生变化, 矢量 p_b^i 必须是自平衡的, 以避免其对加载净荷载的影响。体荷载的生成方法包括初始应变法和初始应力法, 由于荷载已知, 本文采用初始应力法。

弹塑性土体的应力增量-应变增量显式关系式如下:

$$\Delta\sigma = (D^e - D^p) \Delta\epsilon \quad (3)$$

式中: $\Delta\sigma$ 为应力增量, $\Delta\epsilon$ 为应变增量, D^e 为弹性矩阵, D^p 为塑性矩阵。

假定应力状态已处于弹塑性材料的破坏面上, 随后的应力改变能够使应力状态漂移到破坏面的另一个位置, 且不超过原有破坏面, 于是有

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} \Delta\sigma = 0 \quad (4)$$

F 为屈服函数。

假设应力改变仅由弹性应变分量引起, 结合非关联流动法则, 应力增量为

$$\Delta\sigma = D^e (\Delta\epsilon - \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma}) \quad (5)$$

Q 为塑性势函数。将式(5)代入式(4)得

$$D^p = \frac{D^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D^e}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma}} \quad (6)$$

引起应力重分布的体荷载 p_b^i 在每一次迭代中为所有包含高斯屈服点单元积分的和。即

$$p_b^i = \sum_{\text{单元}}^{\text{全部单元}} \int B^T (f D^p \Delta\epsilon)^i d\Omega \quad (7)$$

式中 f 为塑性矩阵 D^p 的修正因子, 由线性插值方法求得。

1.2 改进摩尔-库伦屈服准则

摩尔-库伦屈服准则物理意义明确、使用简便, 广泛应用于岩土工程分析。现有有限元法多采用简化模型不能对土体介质的塑性变形进行合理描述。因此, 对能够合理描述土体微小塑性变形的改进摩尔-库伦模型进行 2.5 维有限元实现, 以达到高铁荷载作用下地基振动与变形的准确高效求解。本文规定拉应力为正, 压应力为负。由应力不变量表示的摩尔-库伦屈服准则:

$$F = \sigma_m \sin \varphi + \sqrt{J_2} K(\theta) - c \cos \varphi \quad (8)$$

式中: c 、 φ 分别为黏聚力和内摩擦角, σ_m 为平均应力, $\sqrt{J_2}$ 为等效应力, θ 为洛德角, $K(\theta) = \cos \theta - 1/\sqrt{3} \sin \varphi \sin \theta$ 。

摩尔库伦准则在 π 平面上为六边形, 存在 6 个棱角奇异点, 造成屈服函数和势函数不连续及梯度无法计算, 导致奇异点附近数值计算繁琐和收敛缓慢。采用分段函数描述 $K(\theta)$, 旨在消除摩尔-库伦屈服准则在 π 平面上的奇异点, 使新屈服面在拐点处平滑连续。 $K(\theta)$ 的表达式如下^[19]:

$$K(\theta) = \begin{cases} A - B \sin 3\theta, & |\theta| > \theta_T \\ \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi \sin \theta, & |\theta| \leq \theta_T \end{cases} \quad (9)$$

式中: θ_T 为过渡角, 取 25° ; A 、 B 的表达式详见文献^[19]。

在子午平面上, 采用双曲线近似模拟屈服面, 消除顶点奇异性和子午面拐点不可导的问题。

修正后的摩尔-库伦准则屈服函数表达式为^[20]

$$F = \sigma_m \sin \varphi + \sqrt{J_2 K^2(\theta) + m^2 c^2 \cos^2 \varphi} - c \cos \varphi \quad (10)$$

式中参数 m 的取值范围为 $[0, 1]$, 通过调整 m 的大小, 可以反映双曲线对屈服函数的拟合程度和岩土介质抗拉强度的大小。

取塑性势函数和屈服函数的表示式一致^[20], 即

$$G = \sigma_m \sin \psi + \sqrt{J_2 K^2(\psi) + m^2 c^2 \cos^2 \psi} - c \cos \psi \quad (11)$$

式中 ψ 为膨胀角, $K(\psi)$ 的表达式与 $K(\theta)$ 相同。

令矢量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 分别表示屈服函数 F 和塑性势函数 G 关于应力的一阶偏导数:

$$\mathbf{a} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = C_1 \frac{\partial \sigma_m}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + C_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + C_3 \frac{\partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (12)$$

$$\mathbf{b} = \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = C_1 \frac{\partial \sigma_m}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + C_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + C_3 \frac{\partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (13)$$

式中各分量的具体表达式详见文献^[20]。

后向欧拉算法需通过塑性势函数的二阶偏导数对节点应力进行更新, 以判断土体是否达到屈服状态。塑性势函数的二阶偏导数表达式为^[20]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} &= \frac{\partial^2 G}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2} = \frac{\partial C_2 \partial \sqrt{J_2}}{\partial \boldsymbol{\sigma} \partial \boldsymbol{\sigma}} + C_2 \frac{\partial^2 \sqrt{J_2}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2} + \\ &\quad \frac{\partial C_3 \partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma} \partial \boldsymbol{\sigma}} + C_3 \frac{\partial^2 J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}^2} \end{aligned} \quad (14)$$

式中各分量的表达式详见文献^[20], 当 $|\theta| > 25^\circ$ 时, $K(\theta) = A - B \sin 3\theta$, 代入式 (14) 可消除分母中的 $\cos 3\theta$ 项, 方便数值计算。

1.3 弹塑性本构积分算法

弹塑性理论以屈服函数判断土体所处状态。当

屈服函数 $F > 0$ 时, 土体处于塑性状态; 当 $F < 0$ 时, 土体处于弹性状态。采用返回算法, 进行初始弹性预测, 设定增量步, 判定土体应力状态所处位置 (屈服面内或屈服面外), 对处于屈服面外的应力进行塑性修正, 使之返回到屈服面上。

对屈服面外的应力进行塑性修正反映其真实的加载过程 (偏应力随增量步的增加而增加)。根据正交流动法则, 等效塑性应变率可表示为

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \dot{\lambda} \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (15)$$

式中: $\dot{\lambda}$ 为塑性流动因子; $\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})$ 为与屈服准则有关的量, Mises 屈服准则 $\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}) = 1$, 其他屈服准则 $\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}) \neq 1$ 。

采用各向同性硬化法则, 将黏聚力 c 看作等效塑性应变的函数, 即

$$H = \frac{\partial c}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl}}, \quad \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \int \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} \quad (16)$$

利用屈服函数的一致性条件结合式 (15)、(16) 整理为

$$\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{a}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial c} H \dot{\lambda} = \mathbf{a}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{A}' \dot{\lambda} = 0 \quad (17)$$

式中 $\mathbf{A}' = -\frac{\partial F}{\partial c} H \mathbf{B}$, 当 $\mathbf{A}' = 0$ 时为理想弹塑性问题。

对如图 1 所示的弹性试探应力 $\boldsymbol{\sigma}_B$ 进行塑性修正。定义应力改变量计算公式为

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b} = \Delta \boldsymbol{\sigma}_e - \Delta \lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b} \quad (18)$$

式中 $\Delta \boldsymbol{\sigma}_e$ 为弹性应力增量。

将屈服函数 F 在 B 点进行一阶泰勒展开得

$$\Delta \lambda = \frac{F_B}{\mathbf{a}_B^T \mathbf{D}^e \mathbf{b}_B + \mathbf{A}'_B} \quad (19)$$

采用后向欧拉积分算法, 通过迭代将 $\boldsymbol{\sigma}_B$ 拉回屈服面。后向欧拉应力 (C 点应力) 表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_C = \boldsymbol{\sigma}_B - \Delta \lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b} \quad (20)$$

其初始估计值表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_C = \boldsymbol{\sigma}_B - \Delta \lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b}_B \quad (21)$$

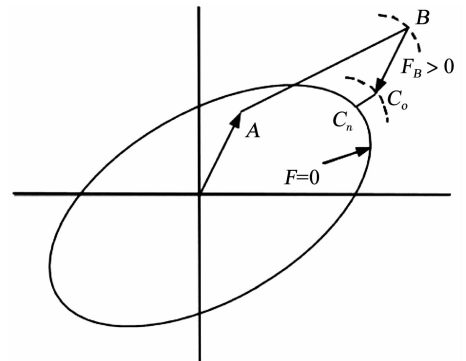


图 1 后向欧拉积分算法迭代示意图

Fig. 1 Diagram of backward Euler integration algorithm

定义矢量 $\mathbf{r}$ 为当前应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 与后向欧拉应力的差值,即

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\sigma} - (\boldsymbol{\sigma}_B - \Delta\lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b}_c) = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_B + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b}_c \quad (22)$$

$\mathbf{r} = 0$ 表示应力返回到屈服面上。

将 $\boldsymbol{\sigma}_B$ 固定,对 $\mathbf{r}$ 进行泰勒展开得

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_0 + \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\lambda} \mathbf{D}^e \mathbf{b} + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (23)$$

式中 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ 为 $\boldsymbol{\sigma}$ 的变化率, $\dot{\lambda}$ 为 $\Delta\lambda$ 的变化率。

令 $\mathbf{r}_n = 0$, 则

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = - \left(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^{-1} (\mathbf{r}_0 + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b} - \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{r}_0 - \dot{\lambda} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{D}^e \mathbf{b}) \quad (24)$$

式中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

屈服函数 F 在 C 点的一阶泰勒展开式为

$$F_{Cn} = F_{C0} + \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{pl}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = F_{C0} + \mathbf{a}_c^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + A'_c \dot{\lambda} \quad (25)$$

将式(23)代入式(25),可得

$$\dot{\lambda} = \frac{F_c - \mathbf{a}_c^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{r}_0}{\mathbf{a}_c^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{D}^e \mathbf{b} + A'_c} \quad (26)$$

将式(26)分别代入式(23)和(15)即可求得应力增量 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ 和等效塑性应变增量 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl}$ 。

一致切线模量法能有效避免土体从弹性突变为塑性时可能引起的伪加载或伪卸载,保证计算程序的收敛性。

由式(21)可得标准隐式后向欧拉算法表达式

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_B - \Delta\lambda \mathbf{D}^e \mathbf{b} \quad (27)$$

对式(27)求微分,可得

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{D}^e \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^{-1} \mathbf{D}^e (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \mathbf{b}) = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{D}^e (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \mathbf{b}) = \mathbf{R} (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\lambda} \mathbf{b}) \quad (28)$$

为使当前应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 位于屈服面上,应满足条件

$\dot{F} = 0$, 即屈服函数 F 的一致性条件

$$\dot{F} = \mathbf{a}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} - A' \dot{\lambda} = 0 \quad (29)$$

将式(28)代入式(29)并简化得

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{R} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{b} + A'} \quad (30)$$

将式(30)代入式(28)并简化得

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{R} \mathbf{b} \mathbf{a}^T \mathbf{R}^T}{\mathbf{a}^T \mathbf{R} \mathbf{b} + A'} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}^{cl} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (31)$$

式中 $\mathbf{D}^{cl}$ 为一致性刚度矩阵。当土体达屈服状态后,通过不断更新 $\mathbf{D}^{cl}$ 即可实现地基塑性变形的求解。

2 弹塑性地基 2.5 维有限元模型构建

2.1 弹塑性地基 2.5 维有限元

假定列车运行方向为 x 正方向,时间为 t 。定义变量关于 x, t 的双重 Fourier 变换为

$$\tilde{u}(\xi_x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, y, z, t) e^{i\xi_x x} e^{-i\omega t} dx dt \quad (32)$$

式中: ω 表示圆频率, ξ_x 表示在 x 方向上的波数,上标“ $\sim$ ”和“ $-$ ”分别表示波数域和频域内的变量。

由第 1 节知,弹塑性地基非线性振动与变形求解采用切线刚度法解决材料非线性问题,土体经改进的摩尔-库伦屈服准则判定屈服后,通过施加体荷载和更新土体刚度矩阵模拟弹塑性土体的塑性变形。因此,每一迭代步的计算均为弹性土体求解问题。

土体运动平衡微分方程为

$$\sigma_{ij,i} + f_j = \rho \ddot{u}_j \quad (33)$$

式中: $\sigma_{ij,i}$ 为应力对相应分量的微分, f_j 为体力, ρ 为土体密度, $\ddot{u}_j$ 表示位移对时间 t 的二次偏导数。

式(33)结合几何方程和物理方程,并对时间 t 作傅里叶变换,整理得频域内以位移表示的平衡微分方程

$$\mu \bar{u}_{j,ii} + (\lambda^e + \mu^e) \bar{u}_{i,jj} + \bar{f}_j + \omega^2 \bar{\rho} u_j = 0 \quad (34)$$

式中: λ^e 和 μ^e 为考虑土体材料阻尼的拉梅常数, $\lambda^e = \lambda(1 + 2\beta i)$, $\mu^e = \mu(1 + 2\beta i)$, β 为土体阻尼比, i 为虚数单位。

频域内的应力边界条件

$$\bar{\sigma}_{ij} n_i - \bar{F}_j = 0 \quad (35)$$

对式(34)和应力边界条件(35)应用虚功原理,引入虚位移 δu_j^* , 得控制方程

$$\int_v \delta u_j^* (\bar{\sigma}_{ij,i} + \omega^2 \bar{\rho} u_j) dv - \int_s \delta u_j^* (\bar{\sigma}_{ij} n_i - \bar{F}_j) ds = 0 \quad (36)$$

对式(36)进行分部积分,运用高斯公式并对 x 方向进行傅里叶变换得频域-波数域内的控制方程

$$\int_s \delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \tilde{\boldsymbol{\sigma}} ds = \int_s \omega^2 \bar{\rho} \tilde{\boldsymbol{u}}^* \tilde{\boldsymbol{u}} ds + \int_s \delta \tilde{\boldsymbol{u}}^* \tilde{\boldsymbol{f}} ds \quad (37)$$

式中: δu^* 为虚位移, $\delta \boldsymbol{\varepsilon}^*$ 为虚位移对应的虚应变,上标“ $*$ ”表示共轭复数。

对几何方程和物理方程作双重傅里叶变换,得频域-波数域内的矩阵形式为

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B} \tilde{\boldsymbol{u}} \quad (38)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (39)$$

$$\text{式中: } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -i\xi_x & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & -i\xi_x & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & -i\xi_x & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_x, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_z, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{xy}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{yz}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{zx}]^T, \tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}]^T$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = [\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_x, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_y, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_z, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{xy}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{yz}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{zx}]^T$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda^c + 2\mu^c & \lambda^c & \lambda^c & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^c & \lambda^c + 2\mu^c & \lambda^c & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^c & \lambda^c & \lambda^c + 2\mu^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^c \end{bmatrix}$$

用 4 节点等参单元进行离散, 形函数表达式如下:

$$N_i(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varsigma}) = \frac{1}{4}(1 + \boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}_i)(1 + \boldsymbol{\varsigma}\boldsymbol{\varsigma}_i) \quad (40)$$

式中 $\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varsigma}$ 为局部坐标系变量。单元位移 $u_i (i = x, y, z)$ 由单元节点位移 $u_{xj}^e, u_{yj}^e, u_{zj}^e (j = 1, 2, 3, 4)$ 表示为

$$u_x = \sum_{j=1}^4 N_j(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varsigma}) u_{xj}^e, u_y = \sum_{j=1}^4 N_j(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varsigma}) u_{yj}^e, \\ u_z = \sum_{j=1}^4 N_j(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varsigma}) u_{zj}^e$$

对式(37)引入形函数式(40), 可得弹塑性土体 2.5 维有限元方程的矩阵形

$$(\tilde{\mathbf{K}} - \omega^2 \mathbf{M}) \tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (41)$$

式中: $\mathbf{M}, \tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{F}}$ 分别为质量矩阵、刚度矩阵和节点载荷列阵, $\tilde{\mathbf{U}}$ 为单元位移节点列阵。

$$\mathbf{M} = \sum_e \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} |\mathbf{J}| d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\varsigma}$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \sum_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\mathbf{B}^* \mathbf{N})^T \mathbf{D} (\mathbf{B} \mathbf{N}) |\mathbf{J}| d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\varsigma}$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \sum_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \tilde{\mathbf{f}} |\mathbf{J}| d\boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\varsigma}$$

式中: e 表示对所有单元进行集成, $\mathbf{J}$ 为 Jacobi 矩阵,

$\mathbf{N}$ 为形函数矩阵, $\tilde{\mathbf{f}}$ 为单元等效节点载荷列阵。

2.2 无砟轨道模型

无砟轨道由钢轨、轨枕、扣件、道床、道岔等部分组成, 共同承担列车轮轨的作用力。在列车荷载作用下, 整个轨道系统可近似为整体变形, 因此, 可将轨道系统简化为铺设在地基上的欧拉梁。列车荷载等效为宽度 3 m 的均布荷载^[21]。

轨道梁的动力方程在频域-波数域内可表达为

$$(EI\xi_x^4 - m\omega^2) \tilde{u} = \tilde{f}_T(\xi_x, \omega) + \tilde{f}_d(\xi_x, \omega) \quad (42)$$

式中: EI 为轨道梁弯曲刚度, $\tilde{u}$ 为轨道振动位移, m 为轨道系统综合质量, $\tilde{f}_T$ 为地基反力, $\tilde{f}_d$ 为列车荷载, 其表达式如式(44)、(45b)所示。

采用位移协调条件耦合式(41)和(42)得轨道-地基的控制方程。

2.3 黏弹性人工边界

为在有限域内实现半无限空间的准确求解, 设置合适的人工边界阻止外行波的反射。黏弹性人工边界具有稳定性好、易编程的优点。在有限元中, 黏弹性边界是在边界节点的每个方向上施加一端固定的弹簧-阻尼元件, 以黏性阻尼的吸波作用和弹簧的刚性复原作用模拟半无限空间。该边界对外行波的吸收取决于地基土体的材料特性和外行波的频率^[10]。吸收边界节点的系数由半无限区域材料性质决定, 作用于边界节点上的荷载表达式为

$$f_{bj} = A_l(K_j u_j + C_j \dot{u}_j), j = x, y, z \quad (43a)$$

作双重傅里叶变换得

$$\tilde{f}_{bj} = A_l(K_j - i\omega C_j) \tilde{u}_j, j = x, y, z \quad (43b)$$

式中: $K_x = K_y = \frac{G}{r} \frac{1}{A+1}, K_z = \frac{\lambda + 2G}{r} \frac{1}{A+1}, A_l$ 为节点黏弹性边界应力作用范围, $C_x = C_y = B\rho v_s, C_z = B\rho v_p$ 。其中, A 为刚度调节系数, B 为阻尼调节系数, r 为结构几何中心到人工边界的垂直距离。

2.4 列车荷载模型

列车运行引起的激振荷载包括准静态荷载和随机激振荷载两部分。准静态荷载由列车轴重引起, 随机激振荷载涉及列车悬挂体系、轨道不平顺和地基的均匀性等方面。

2.4.1 准静态列车荷载

1 节列车由 1 个车厢、两个转向架和 4 个轮对等组成, 和谐号 CRH380AL 动车组列车由 2 拖 14 动组成, 具体参数如表 1 所示。假定列车以速度 c 沿 x 正方向运行, 则频域-波数域内的连续轴重荷载表达式为

$$\tilde{f}_d(\xi_x, \omega) = \frac{2\pi}{c} \delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \cdot$$

$$\sum_{n=1}^{N-1} [P_{n1}(1 + e^{-ia_n \xi_x}) + P_{n2}(e^{-i(a_n + b_n) \xi_x} + e^{-i(2a_n + b_n) \xi_x})] e^{-i \sum_{k=0}^{N-1} L_k \xi_x} \quad (44)$$

式中: $\delta(x)$ 为 Dirac 函数, P_{n1} 和 P_{n2} 分别表示第 n 节车体前轮对和后轮对轴重, L_i 表示车厢长度, a_n 和 b_n 分别为第 n 节车体轮轴间距。

表 1 CRH380AL 型电力动车组参数
Tab.1 Parameters of CRH380AL EMU train

编组型式/节	转向架轴重/t	头车长度/m	中间车长/m	全长/m	固定轴距/m	同车转向架中心/m	邻车转向架中心/m
16	≤15	26.5	25	403	2.5	17.5	7.5

由 Dirac 函数性质可知, $x \neq 0$ 时 $\delta(x) \equiv 0$, 则式(44)中, 只有当 $\xi_x = \omega/c$ 时 $\tilde{f}_d(\xi_x, \omega) \neq 0$ 。因此, 有限元编程计算中, 关于 ξ_x, ω 的双重傅里叶逆变换转化为关于 ω 的一重逆变换。

2.4.2 修正列车荷载

准静态连续轴重荷载仅考虑列车轴重, 不能考虑列车的随机激振部分。梁波等^[21] 根据英国铁路技术中心的理论分析和试验研究, 提出一个与高、中、低频相应的, 反映轨道不平顺、附加动荷载和轨面波形磨损效应的激励力模拟列车荷载, 同时考虑了钢轨、轨枕的分散传递因素, 该激励力模型包含了列车随机激振的主要组分。由该激励力表示的修正列车连续轴重荷载为

$$f_d(x, t) = k_1 k_2 \sum_{n=1}^N (P_0 + P_1 \sin \omega_1 t + P_2 \sin \omega_2 t + P_3 \sin \omega_3 t) \delta(x - ct) \quad (45a)$$

式(45a)涵盖了列车动荷载的一系列重要因素(车辆因素、轨道及轨下基础因素等), 能较好地表征真实列车荷载。其中:

$$\begin{aligned} P_0 \delta(x - ct) &= P_0 \delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i\right) + \\ &P_0 \delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + a_n\right) + \\ &P_0 \delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + a_n + b_n\right) + \\ &P_0 \delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + 2a_n + b_n\right) \\ P_j \sin \omega_j t \delta(x - ct) &= P_j \sin \omega_j t \left[\delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i\right) + \right. \\ &\delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + a_n\right) + \\ &\delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + a_n + b_n\right) + \\ &\left. \delta\left(x - ct + \sum_{i=0}^{n-1} L_i + 2a_n + b_n\right) \right] \end{aligned}$$

式中: k_1 为临近车轮力在线路上的叠加系数, 一般为 1.2~1.7; k_2 为钢轨及轨枕的分散系数, 一般为 0.6~0.9; P_0 为车轮静载; $P_i = m_0 a_i \omega_i^2$ ($i = 1, 2, 3$) 分别对应表 2 控制条件中振动荷载的典型值; m_0 为簧下质量; a_i 为相应于不平顺控制条件下的几何不平顺矢高; $\omega_i = 2\pi c/L_i$ 为振动圆频率; c 为列车运行速度; L_i 为几何不平顺曲线波长。

对式(45a)作双重傅里叶变换, 得修正列车荷载在频域-波数内的表达式为

$$\tilde{f}_d(\xi_x, \omega) = k_1 k_2 \frac{2\pi}{c} \left[\delta\left(\xi_x - \frac{\omega}{c}\right) \tilde{P}_0 \pm i\pi \sum_{j=1}^3 \delta\left(\xi_x - \frac{\omega \pm \omega_j}{c}\right) \tilde{P}_j \right] \quad (45b)$$

式中: 当 $\omega > 0$ 时为“+”, $\omega < 0$ 时为“-”。

$$\tilde{P}_j = \sum_{n=1}^N [P_j (1 + e^{-ia_n \xi_x} + e^{-i(a_n + b_n) \xi_x} + e^{-i(2a_n + b_n) \xi_x})] e^{-i \sum_{k=0}^{N-1} L_k \xi_x},$$

$j = 0, 1, 2, 3, 4$

表 2 英国轨道不平顺管理值
Tab.2 Track irregularity management values of the UK

控制条件	波长/m	正矢/mm
行车平稳性(Ⅰ)	50	16
	20	9
	10	5
线路上的动荷载(Ⅱ)	5	2.5
	2	0.6
	1	0.3
波形磨损(Ⅲ)	0.5	0.1
	0.05	0.005

3 数值方法验证

依托 VS2013 开发平台, 编制高铁荷载下弹塑性地基 2.5 维有限元 Fortran 计算程序。计算模型如图 2 所示。通过以下两种方法验证理论及计算模型的正确性: 1) 与移动点荷载作用下弹性半空间振动的解析解的退化验证; 2) 与京沪线上高铁运行引起的地面振动实测结果进行验证。

3.1 弹性半空间解析解验证

Eason^[23] 推导出移动点荷载 $f_d(x, t) = P_0 \delta(x - ct)$ 作用下弹性半无限空间振动问题的解析解。建立基岩层上厚 30 m、宽 40 m 的 2.5 维有限元计算模型, 如图 2(b), 忽略路堤, 假定荷载作用在有限元模型土体表面中心处, 采用轴对称模型, 模型两侧分别设置轴对称边界和黏弹性人工边, 土体及荷载参数同文献[23]。当弹塑性模型中黏聚力趋近于无穷大时, 土体不会屈服进入塑性状态, 弹塑性土体退化为弹性土体。

由图 3 可知, 本文算法得到的在荷载移动方向和竖向的振动幅值与解析解吻合较好, 证明本文理论的正确性。

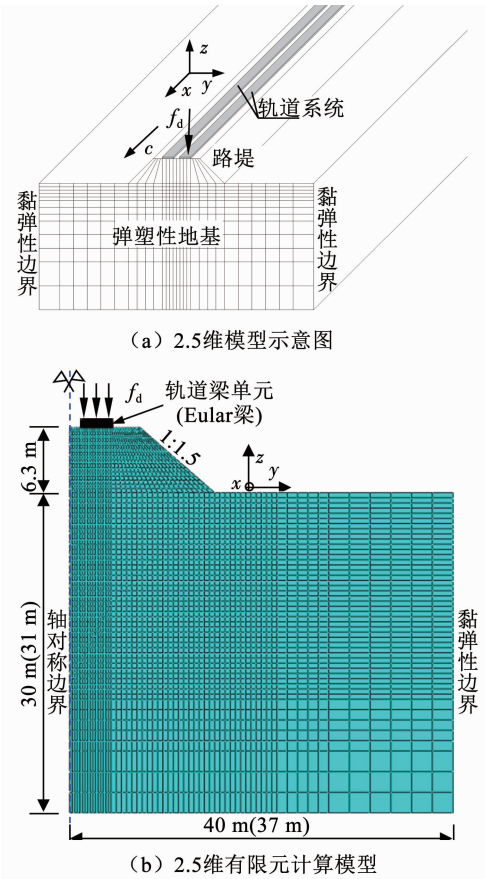


图2 弹塑性地基 2.5 维有限元模型

Fig. 2 2.5D finite element model of elastoplastic subgrade

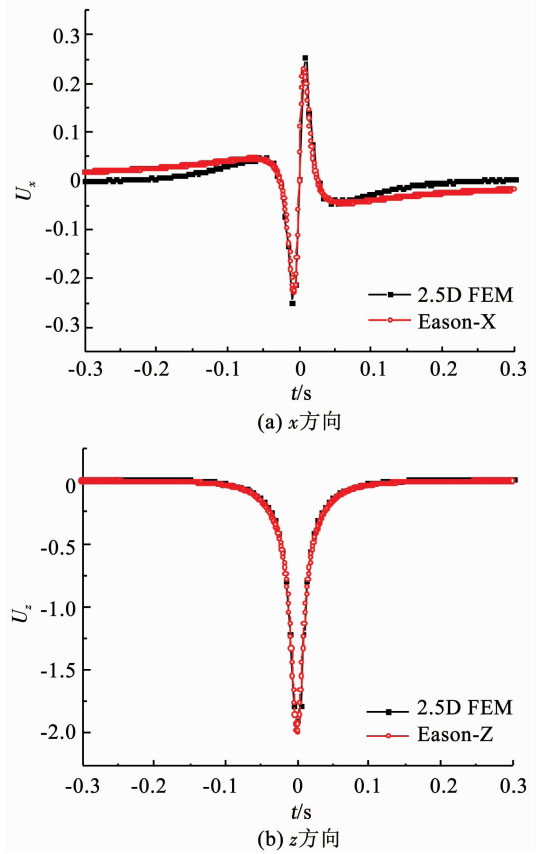


图3 移动点荷载作用下(0,0,-1)处归一化振动位移幅值

Fig. 3 Normalized vibration displacement amplitude at point (0,0,-1) under moving point load

3.2 实测验证

翟婉明等^[24]实测了京沪高铁苏州段的地面振动。如图 4 所示,选取近轨道处(1.7 m)和远轨道处(25 m)测点进行对比验证。

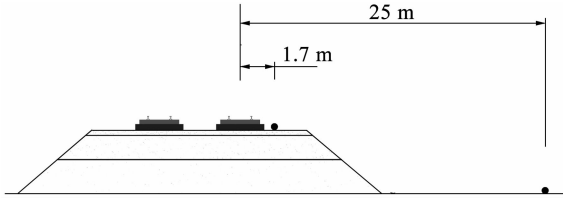


图4 测点布置示意

Fig. 4 Arrangement of measuring points

建立 2.5 维有限元计算模型如图 2(b)所示,对于双线路堤取一半结构建模分析,模型两侧分别设置轴对称边界和黏弹性人工边界,模型底部为固定边界。计算模型路堤高 6.3 m、面宽 4.3 m,地基宽 37 m、深 31 m。桩采用等代桩墙处理,列车荷载模型采用 1 拖 7 动,其表达式如式(45),参数取值同文献[21]。土体及桩体参数同文献[24]。

测点 1.7 m 处的振动加速度实测结果及本文计算结果如图 5 所示。可以看出,本文计算结果频率成分稀疏,但能表征主要的频率成分。近轨道处,正向加速度峰值计算结果约为实测结果 2 倍。这是因为本文采用轴对称模型,默认另一半结构也有同样的荷载施加,对应双线轨道同时有高铁同向运行的最不利情况,而实测时只有一条轨道上有列车运行。另外,近轨道处的负向振动受荷载施加方式的抑制作用而使其负向加速度峰值小于正向峰值。

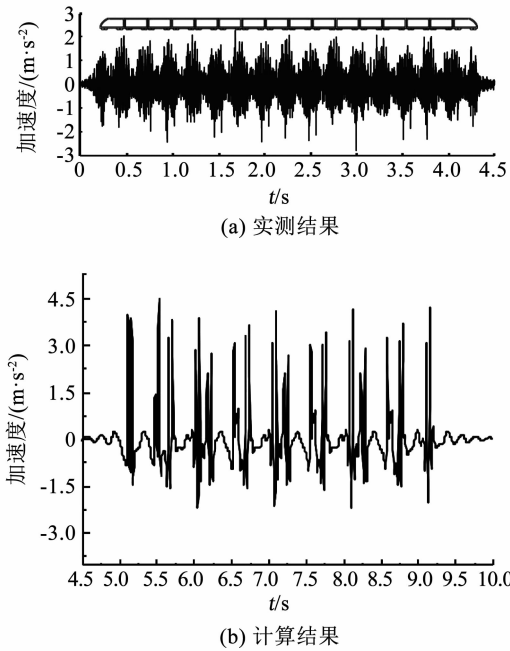


图5 测点 1.7 m 处加速度时程对比

Fig. 5 Comparison of acceleration time history at measured point 1.7 m

距轨道中心 25 m 处的实测加速度值及本文计算结果如图 6 所示。远轨道处振动响应受荷载施加方式及振动叠加效应影响较小,计算结果接近实测结果。由图 6 可知,正负加速度峰值和主频特性与实测结果吻合较好。总体而言,本文建立的计算模型能准确描述地基的振动峰值及主频特性,证明了计算模型应用的可靠性。

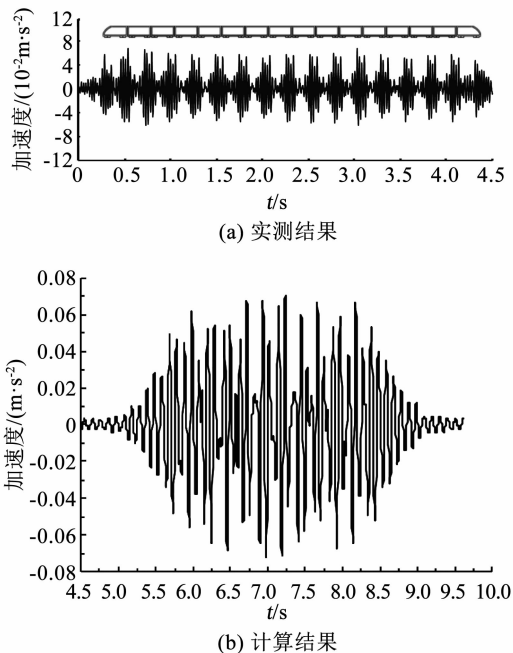


图 6 测点 25 m 处加速度时程对比

Fig. 6 Comparison of acceleration time history at measured point 25 m

4 结 论

1) 以弹性地基 2.5 维有限元法为基础,地基视为弹塑性,以切线刚度法表征地基土体非线性,引入改进的摩尔-库伦屈服准则,以弹性理论得到的位移为试探位移,通过定期更新总体刚度矩阵和体荷载的方法实现高铁荷载下弹塑性地基变形求解。

2) 通过与移动点荷载引起的弹性半空间振动响应解析解对比,验证了本文理论的正确性。将修正的列车荷载模型应用到本文建立的弹塑性地基 2.5 维有限元模型中,构建高铁荷载下地基振动与变形分析模型,通过与实测结果对比,验证了本文模型应用的可靠性。

参考文献

[1] XU Qingyuan, XIAO Zucui, LIU Tao, et al. Comparison of 2D and 3D prediction models for environmental vibration induced by underground railway with two types of tracks [J]. Computers and Geotechnics, 2015, 68: 169. DOI: 10.1016/j.compgeo.2015.04.011

[2] ANDERSEN L, JONES C J C. Coupled boundary and finite element analysis of vibration from railway tunnels: a comparison of two- and three-dimensional models [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293 (3/4/5): 611. DOI: 10.1016/j.jsv.2005.08.044.

[3] YANG Y B, HUNG H H, KAO J C. 2.5D finite/infinite element approach for simulating train-induced ground vibrations [J]. AIP Conference Proceedings, 2010, 1233 (1): 5. DOI: 10.1063/1.3452242

[4] HWANG R N, LYSMER J. Response of buried structures to traveling waves [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1981, 107 (GT2): 183

[5] YANG Y B, HUNG H H. A 2.5D finite/infinite element approach for modelling visco-elastic bodies subjected to moving loads [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, 51 (11): 1317. DOI: 10.1002/nme.208

[6] YANG Y B, HUNG H H, CHANG D W. Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, 23 (4): 263. DOI: 10.1016/S0267-7261(03)00003-4

[7] HUNG H H, YANG Y B. Elastic waves in visco-elastic half-space generated by various vehicle loads [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21 (1): 1. DOI: 10.1016/S0267-7261(00)00078-6

[8] COSTA P A, CALCADA R, CARDOSO A S, et al. Influence of soil non-linearity on the dynamic response of high-speed railway tracks [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, 30 (4): 221. DOI: 10.1016/j.soildyn.2009.11.002

[9] COSTA P A, CALCADA R, CARDOSO A S, et al. Influence of train dynamic modelling strategy on the prediction of track-ground vibrations induced by railway traffic [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2012, 226 (4): 434. DOI: 10.1177/0954409711433686

[10] 边学成, 陈云敏, 胡婷. 基于 2.5 维有限元方法模拟高速列车产生的地基振动 [J]. 中国科学: G 辑 物理学 力学 天文学, 2008, 38(5): 600

BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin, HU Ting. Numerical simulation of high-speed train induced ground vibrations using 2.5D finite element approach [J]. Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy, 2008, 38(5): 600. DOI: 10.1360/2008-38-5-600

[11] BIAN Xuecheng, CHAO Chang, JIN Wanfeng, et al. A 2.5D finite element approach for predicting ground vibrations generated by vertical track irregularities [J]. Journal of Zhejiang University Science A, 2011, 12(12): 885. DOI: 10.1631/jzus.A11GT012

[12] FRANCOIS S, SCHEVENELS M, LOMBAERT G, et al. A two-and-a-half-dimensional displacement-based PML for elastodynamic wave propagation [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2012, 90(7): 819. DOI: 10.1002/nme.3344

[13] LOPES P, COSTA P A, FERRAZ M, et al. Numerical modeling of vibrations induced by railway traffic in tunnels: from the source to the nearby buildings [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 61/62: 269. DOI: 10.1016/j.soildyn.2014.02.013

[14] LOPES P, COSTA P A, CALCADA R, et al. Influence of soil

stiffness on building vibrations due to railway traffic in tunnels; numerical study[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 61: 277. DOI: 10.1016/j.compgeo.2014.06.005

[15] GAO Guangyun, CHEN Qingshen, HE Junfeng, et al. Investigation of ground vibration due to trains moving on saturated multi-layered ground by 2.5D finite element method[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, 40(3): 87. DOI: 10.1016/j.soildyn.2011.12.003

[16] GAO Guangyun, XU Chenxiao, CHEN Juan, et al. Investigation of ground vibrations induced by trains moving on saturated transversely isotropic ground[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 104(2): 40. DOI: 10.1016/j.soildyn.2017.09.030

[17] GAO Guangyun, SONG Jian, CHEN Gongqi, et al. Numerical prediction of ground vibrations induced by high-speed trains including wheel-rail-soil coupled effects[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 77(3): 274. DOI: 10.1016/j.soildyn.2015.06.002

[18] 高广运, 姚哨峰, 杨成斌. 2.5D 有限元分析列车荷载引起非饱和土地面振动[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(6): 95
GAO Guangyun, YAO Shaofeng, YANG Chengbin. Ground vibration induced by moving train loads on unsaturated soil using 2.5DFEM[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(6): 95

[19] SLOAN S W, BOOKER J R. Removal of singularities in Tresca and Mohr-Coulomb yield criteria [J]. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2010, 2(2): 173. DOI: 10.1002/cnm.1630020208

[20] 贾善坡, 陈卫忠, 杨建平, 等. 基于修正 Mohr-Coulomb 准则的弹塑性本构模型及其数值实施[J]. 岩土力学, 2010, 31(7): 2051
JIA Shanpo, CHEN Weizhong, YANG Jianping, et al. An elastoplastic constitutive model based on modified Mohr-Coulomb criterion and its numerical implementation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(7): 2051. DOI: 10.3969/j.issn.1000-7598.2010.07.007

[21] 国家铁路局. 高速铁路设计规范: TB 10621—2014[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2016
National Standards of the People's Republic of China. Code for design of high speed railway: TB 10621—2014 [S]. Beijing: China Railway Publishing House Co., Ltd., 2016

[22] 梁波, 罗红, 孙常新. 高速铁路振动荷载的模拟研究[J]. 铁道学报, 2006, 28(4): 89
LIANG Bo, LUO Hong, SUN Changxin. Simulated study on vibration load of high speed railway [J]. Journal of the China Railway Society, 2006, 28(4): 89. DOI: 10.3321/j.issn:1001-8360.2006.04.018

[23] EASON G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force [J]. International Journal of Engineering Science, 1965, 2(6): 581. DOI: 10.1016/0020-7225(65)90038-8

[24] ZHAI Wanming, WEI Kai, SONG Xiaolin, et al. Experimental investigation into ground vibrations induced by very high speed trains on a non-ballasted track[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 72: 24. DOI: 10.1016/j.soildyn.2015.02.002

(编辑 刘 彤)

封面图片说明

封面图片来自本期论文“垃圾渗滤液膜滤浓缩液处理技术研究与应用进展”。该综述基于垃圾渗滤液膜滤浓缩液(LC)处理的基本原理,系统地评述了用于 LC 处理的回灌法、物理处理法(浸没燃烧蒸发法和机械式蒸汽再压缩处理法)、化学处理法(焚烧、高级氧化和超临界水氧化法)、物化处理法(絮凝沉淀、吸附、膜分离和固化稳定化处理)等单一工艺和无膜/有膜等组合工艺的处理对象、适用条件、去除效能和运行成本及技术发展阶段等;结合各种工艺的技术或经济可行性,并考虑工程运行稳定性和实际应用可操作性等情况,给出了适用于不同条件下所产生 LC 的处理工艺技术路线;有针对性地提出 LC 处理的发展方向。该综述成果可为垃圾渗滤液膜滤浓缩液处理工艺的深入研究与广泛应用提供技术参考。

(图文提供:丁晶,关淑妍,赵庆良,高庆伟,赵冠舒,王琨。哈尔滨工业大学环境学院)