

DOI:10.11918/202010035

黏弹性节理岩体中应力波的传播特性分析

汪书敏,王志亮,贾帅龙,王浩然,王昊辰

(合肥工业大学 土木与水利工程学院,合肥 230009)

摘要:为探究黏弹性节理对应力波在岩体中传播规律的影响,引入饱依丁-汤姆逊模型作为位移不连续条件,基于时域递归方法推导出应力波通过一组平行黏弹性节理的传播方程;通过将饱依丁-汤姆逊模型退化为 Maxwell 模型和 Kelvin 模型所得的时域递归数值解与已有的频域内封闭解对比,验证推导过程的正确性;最后,对相关参数的影响规律进行分析。结果表明:模型无量纲系数、无量纲节理厚度、无量纲节理间距和入射角等都对波的传播产生影响;对于单条节理,应力波的透反射系数以及能量耗散率主要取决于位移不连续模型的无量纲参数、入射角及无量纲节理厚度;而对于一组平行节理,透射系数还和平行节理数与节理间距的大小有关,且节理条数的增加对入射临界角位置处透射波振幅的衰减影响更为明显。

关键词:节理岩体;应力波;传播特性;时域递归法;透反射系数

中图分类号: TU452 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2022)02-0099-09

Analysis of propagation characteristics of stress waves in viscoelastic jointed rock mass

WANG Shumin, WANG Zhiliang, JIA Shuailong, WANG Haoran, WANG Haochen

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: To explore the influence of viscoelastic joint on the propagation law of stress waves in rock mass, the Poyting-Thomson model was introduced as the discontinuous displacement condition, and based on the time-domain recursive method, the propagation equation of the stress waves through a set of parallel viscoelastic joints was derived. Then, the time-domain recursive numerical solutions obtained by degrading the Poyting-Thomson model to the Maxwell model and the Kelvin model were compared with the existing closed-form solutions in the frequency domain to verify the validity of the derivation process. Finally, the influences of relevant parameters were further analyzed. Results show that the non-dimensional coefficients, joint thickness, joint spacing and incident angle of the model all affected the wave propagation. For a single joint, the transmission and reflection coefficient along with the energy dissipation rate of the stress waves mainly depended on the non-dimensional parameters, the incident angle, and the non-dimensional joint thickness of the displacement discontinuity model. For a group of parallel joints, the transmission coefficient was also related to the number of parallel joints and the size of the joint spacing. Besides, the increase in the number of joints had an obvious attenuation effect on the amplitude of the transmitted wave at the critical incident angle.

Keywords: jointed rock mass; stress wave; propagation characteristic; time-domain recursive method; transmission and reflection coefficient

节理裂隙作为一种普遍存在于岩体中的缺陷结构,对应力波(爆炸波、地震波等)在岩体中的传播规律产生较大影响。应力波与节理之间的作用关系复杂,常常导致振幅下降、波形变化和能量损失^[1-2]。岩体中的天然裂隙常常由饱和砂土、黏土以及风化岩石等具有黏弹性变形特性的介质填充,在自然条件下逐渐演化成黏弹性节理,故研究具有

黏弹特性的节理对应力波传播的影响机制在抗震工程、损伤测定和岩石力学等领域都具有重大意义。

国内外学者针对应力波在节理岩体中的传播过程进行了大量研究。王志亮等^[3]提出了一种三参数模型用于描述节理岩体的动态响应,基于位移不连续理论(DDM)推导了一维应力波的传播方程并与实验进行对比,发现当应力波持续时间较短时,理论结果与实验结果吻合较好。Li等^[4-7]根据波前动量守恒原理提出了一种新的时域递归方法,相继导出了应力波通过线弹性节理、非线性弹性节理以及考虑节理切向滑移特性时的传播方程。而对于天然夹层裂隙中常常充填有饱和砂土、黏土等形成的节理,

收稿日期: 2020-10-15

基金项目: 国家自然科学基金雅蓉江联合基金(U1965101);
国家自然科学基金(51579062,41807266)

作者简介: 汪书敏(1997—),男,硕士研究生;
王志亮(1969—),男,教授,博士生导师

通信作者: 王志亮, cvewzL@hfut.edu.cn

Fehler 等^[8-9]认为应考虑其黏弹特性,对此,也有不少学者进行了相关研究。Huang 等^[10]利用矩阵传播法研究了应力波通过一组黏弹性节理的传播规律,发现在 Kelvin 节理中存在一个特定黏度系数值使得能量耗散率最大。Yi 等^[11]采用等效介质法将节理充填介质等效为静态的各向同性介质,发现该方法不能准确反映填充介质较疏时的振幅各向异性和波速随频率变化的规律。Zhu 等^[12]考虑填充介质质量产生的惯性应力,提出了位移与应力不连续理论(DSDM),发现应力波通过填充节理时的能量耗散率由节理黏度系数和填充介质质量决定。Wu 等^[13]使用分离式霍普金森岩杆对充填节理进行的动态试验结果表明,DSDM 比 DDM 更适合描述厚度在 10 mm 以上的填充节理对波传播的影响。此外,Li 等^[14-16]提出了一种薄层界面模型用于研究应力波入射充填节理时的传播规律,结果表明,在剪切波入射该模型引起剪应力大于薄层界面的抗剪强度而产生滑移时该方法仍有效。

综上,目前基于时域递归方法(TDRM)且考虑应力不连续条件的平行黏弹性节理中波传播特性研究开展较少。因此,本研究先采用 TDRM 法,引入饱依丁-汤姆逊本构模型描述节理的黏弹特性,并考虑填充节理质量,将 DDM 扩展至 DSDM,导出了应力波在一组平行黏弹性节理中传播的完整解析方程。通过与频域内的封闭解对比验证该方法的正确性。最后,分析了节理模型参数、无量纲节理厚度和平行节理间距等参数对透反射系数和能量耗散率的影响,力求得出有参考价值的结论。

1 理论分析

1.1 问题描述

在离爆炸、地震等扰动源较远的地层中,应力波相对于节理面可看作平面波。当应力波穿过一组等间距平行节理时,在节理处会发生透射和反射现象,分别形成透射 P 波与 S 波,反射 P 波与 S 波,如图 1 所示, S 为节理间距。图 2 为应力波通过第 X 条节理的左右波形图。其中, d 为节理厚度,符号“-”和“+”分别代表节理的左侧与右侧,LP⁻、LS⁻、RP⁻和 RS⁻分别为节理左侧的左行 P 波、左行 S 波、右行 P 波和右行 S 波,LP⁺、LS⁺、RP⁺和 RS⁺分别为节理右侧的左行 P 波、左行 S 波、右行 P 波和右行 S 波。假设节理两侧的岩石均为线弹性介质,且密度与泊松比相同,P 波入射角为 α ,S 波入射角为 β 。应力波通过含黏弹特性的填充介质时,会产生一定的边际弥散效应而损失部分到达节理右侧的能量。本研究不考虑应力波入射充填节理时产生的散射效

应,认为该透反射过程遵循 Snell 定律。故右侧出射波角度与左侧入射角相同,即透反射 P 波和 S 波与法线夹角均分别为 α 和 β ^[12,15,17]。

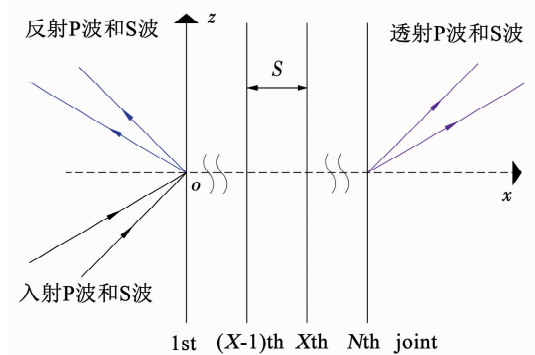


图 1 应力波通过平行节理

Fig. 1 Stress wave traversing through parallel joint

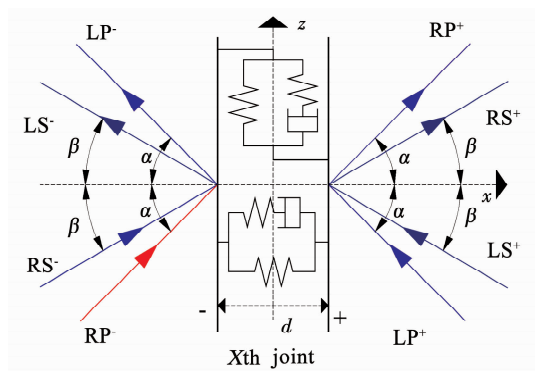


图 2 第 X 条节理两侧的左行波和右行波

Fig. 2 Left- and right-running waves on both sides of the X th joint

1.2 理论公式推导

当应力波通过第 X 条节理时,不考虑体力的影响,选取节理两侧的微单元如图 3(a)~3(h)所示。当右行 P 波到达节理面的左侧时,选取图 3(a)中微单元 A_1B_1C 进行力学分析, A_1B_1 为节理左侧界面, A_1C 为波前, B_1C 为波束面。 σ_1^- 和 τ_1^- 分别表示左侧节理面上的法向应力和切向应力, σ_p^- 表示右行 P 波的波前正应力。由于该问题被简化为平面应变问题,微单元侧面 B_1C 上应力为 $\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_p^-$,式中 ν 表示岩石的泊松比。可建立单元 A_1B_1C 上的应力平衡方程:

$$\sigma_1^- - \sigma_p^- \cos^2 \alpha - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_p^- \sin^2 \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\tau_1^- - \sigma_p^- \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_p^- \cos \alpha \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

根据 Snell 定律

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c_s}{c_p} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad (3)$$

式中: c_p 和 c_s 分别为 P 波和 S 波在岩石中的波速。图 3(b)~3(h)分析过程同图 3(a)。

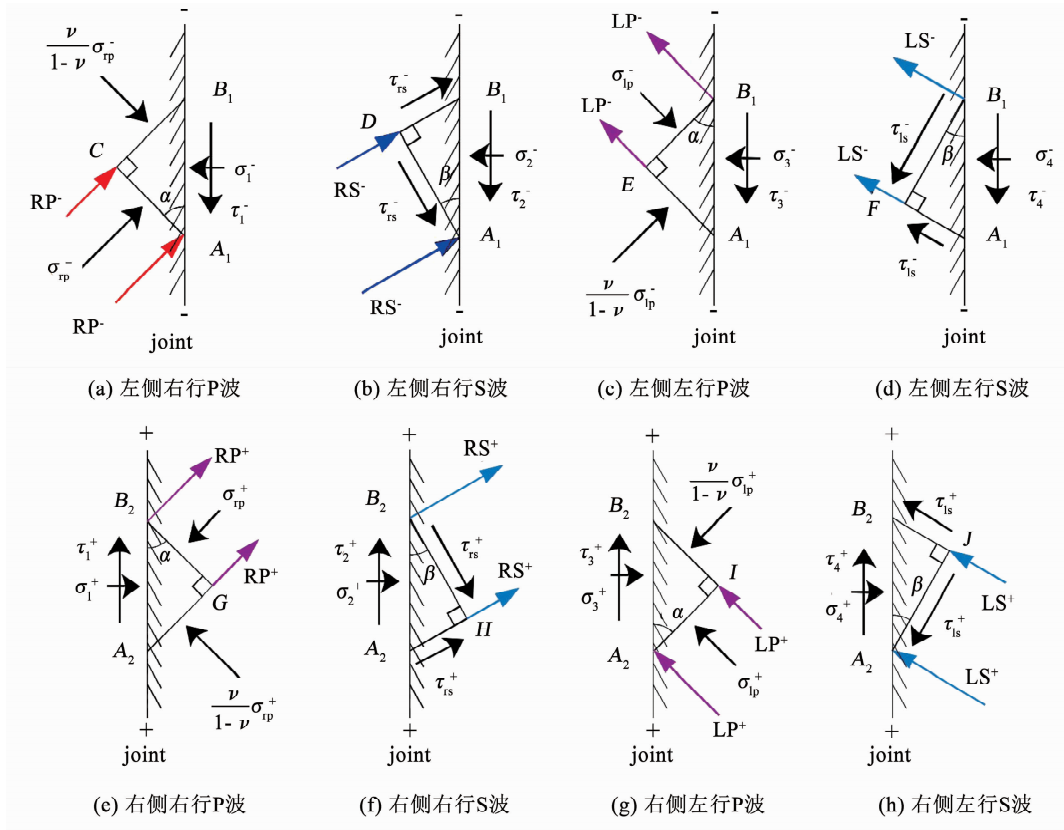


图3 应力波波前与节理两侧应力

Fig. 3 Stress on wavefront and rock joint surfaces

结合上述结果及波前动量守恒原理,根据 Li 等^[4]推导过程可得节理两侧的法向应力、切向应力、法向速度与切向速度:

$$\sigma^e = z_p \cos 2\beta v_{rp}^e + z_s \sin 2\beta v_{rs}^e + z_p \cos 2\beta v_{lp}^e - z_s \sin 2\beta v_{ls}^e \quad (4)$$

$$\tau^e = (z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha) v_{rp}^e - (z_s \cos 2\beta) v_{rs}^e - (z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha) v_{lp}^e - (z_s \cos 2\beta) v_{ls}^e \quad (5)$$

$$v_n^e = \cos \alpha v_{rp}^e + \sin \beta v_{rs}^e - \cos \alpha v_{lp}^e + \sin \beta v_{ls}^e \quad (6)$$

$$v_\tau^e = \sin \alpha v_{rp}^e - \cos \beta v_{rs}^e + \sin \alpha v_{lp}^e + \cos \beta v_{ls}^e \quad (7)$$

式中:上标 e 分别代表“-”或“+”。下标 r 和 l 分别代表右行波和左行波。

本研究引入饱依丁-汤姆逊本构模型对岩体节理的黏弹特性进行描述,如图 4 所示。由一个 Maxwell 体与弹簧元件并联而成,本构方程为

$$\eta(k_1 + k_2) \dot{\varepsilon} + k_1 k_2 \varepsilon = \dot{\sigma} + k_1 \sigma \quad (8)$$

式中: σ 为应力, ε 为应变, $\dot{\sigma}$ 和 $\dot{\varepsilon}$ 分别为 σ 和 ε 的一阶导数, k_1 和 η 为 Maxwell 体的刚度系数和黏度系数, k_2 为弹簧元件的刚度系数。

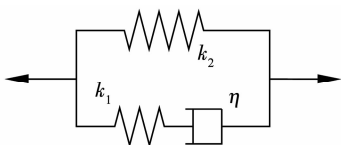


图4 饱依丁-汤姆逊本构模型^[18]

Fig. 4 Poyting-Thomson constitutive model^[18]

节理左右界面的连接如图 2 所示,考虑节理填充介质质量的应力不连续条件^[12,19]:

$$\begin{cases} \sigma^- - \sigma^+ = m_n a_n \\ \tau^- - \tau^+ = m_\tau a_\tau \end{cases} \quad (9)$$

式中: m_n 和 m_τ 分别为法向质量和切向质量。法向质量代表节理厚度、单位面积和密度的乘积, $m_n = \rho_0 d$ 。而切向质量与法线质量之间的数量关系主要取决于入射角度和填充介质的波速, $m_\tau = qm_n = [1 - (c_{plate}/c)^2 \sin^2 \theta] m_n$ 。 ρ_0 为填充介质密度, c 和 θ 分别为相应入射波波速和入射角, c_{plate} 为介质平面纵波速度,由 $c_{plate} = \sqrt{E_0 / [\rho_0 (1 - \nu_0^2)]}$ 求得, E_0 和 ν_0 分别为充填介质的杨氏模量和泊松比^[12,20]。 a_n 和 a_τ 分别为粒子的法向加速度和切向加速度,也是粒子法向速度 v_n 和切向速度 v_τ 的一阶导数。将式(8)对时间 t 微分得

$$\begin{aligned} \eta(k_1 + k_2) \frac{\partial v^- - \partial v^+}{\partial t} + k_1 k_2 \frac{\partial u^- - \partial u^+}{\partial t} = \\ \eta \frac{\partial^2 \sigma^+}{\partial t^2} + k_1 \frac{\partial \sigma^+}{\partial t} \end{aligned} \quad (10)$$

将式(10)作为连接节理左右两侧法向和切向的位移不连续条件可得

$$\begin{cases} \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \frac{\partial(v_{n(i)}^- - v_{n(i)}^+)}{\partial t} + k_{n1}k_{n2}(v_{n(i)}^- - v_{n(i)}^+) = \eta_n \frac{\partial^2 \sigma_{(i)}^+}{\partial t^2} + k_{n1} \frac{\partial \sigma_{(i)}^+}{\partial t} \\ \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \frac{\partial(v_{\tau(i)}^- - v_{\tau(i)}^+)}{\partial t} + k_{\tau1}k_{\tau2}(v_{\tau(i)}^- - v_{\tau(i)}^+) = \eta_\tau \frac{\partial^2 \tau_{(i)}^+}{\partial t^2} + k_{\tau1} \frac{\partial \tau_{(i)}^+}{\partial t} \end{cases} \quad (11)$$

将式(4)~(7)代入式(9)和(11),并整理为矩阵形式:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} v_{rp}^- \\ v_{rs}^- \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} v_{lp}^- \\ v_{ls}^- \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} v_{rp}^+ \\ v_{rs}^+ \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} v_{lp}^+ \\ v_{ls}^+ \end{bmatrix}_{i+1,X} = \mathbf{E} \begin{bmatrix} v_{rp}^+ \\ v_{rs}^+ \end{bmatrix}_{i,X} + \mathbf{F} \begin{bmatrix} v_{lp}^+ \\ v_{ls}^+ \end{bmatrix}_{i,X} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} v_{rp}^+ \\ v_{rs}^+ \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{B}_1 \begin{bmatrix} v_{lp}^+ \\ v_{ls}^+ \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} v_{rp}^+ \\ v_{rs}^+ \end{bmatrix}_{i,X} + \mathbf{D}_1 \begin{bmatrix} v_{lp}^+ \\ v_{ls}^+ \end{bmatrix}_{i,X} + \mathbf{E}_1 \begin{bmatrix} v_{rp}^+ \\ v_{rs}^+ \end{bmatrix}_{i-1,X} + \mathbf{F}_1 \begin{bmatrix} v_{lp}^+ \\ v_{ls}^+ \end{bmatrix}_{i-1,X} = \\ \mathbf{G}_1 \begin{bmatrix} v_{rp}^- \\ v_{rs}^- \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} v_{lp}^- \\ v_{ls}^- \end{bmatrix}_{i+1,X} + \mathbf{I}_1 \begin{bmatrix} v_{rp}^- \\ v_{rs}^- \end{bmatrix}_{i,X} + \mathbf{J}_1 \begin{bmatrix} v_{lp}^- \\ v_{ls}^- \end{bmatrix}_{i,X} \end{aligned} \quad (13)$$

式中的相关系数矩阵如下:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta & z_s \sin 2\beta \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha & -z_s \cos 2\beta \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta & -z_s \sin 2\beta \\ -z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha & -z_s \cos 2\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -z_p \cos 2\beta - \frac{m_n}{\Delta t} \cos \alpha & -z_s \sin 2\beta - \frac{m_n}{\Delta t} \sin \beta \\ -z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha - \frac{m_s}{\Delta t} \sin \alpha & z_s \cos 2\beta + \frac{m_s}{\Delta t} \cos \beta \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -z_p \cos 2\beta + \frac{m_n}{\Delta t} \cos \alpha & z_s \sin 2\beta - \frac{m_n}{\Delta t} \sin \beta \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha - \frac{m_s}{\Delta t} \sin \alpha & z_s \cos 2\beta - \frac{m_s}{\Delta t} \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\frac{m_n}{\Delta t} \cos \alpha & -\frac{m_n}{\Delta t} \sin \beta \\ -\frac{m_s}{\Delta t} \sin \alpha & \frac{m_s}{\Delta t} \cos \beta \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{m_n}{\Delta t} \cos \alpha & -\frac{m_n}{\Delta t} \sin \beta \\ -\frac{m_s}{\Delta t} \sin \alpha & -\frac{m_s}{\Delta t} \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \left(k_{n1} + \frac{\eta_n}{\Delta t}\right) z_p \cos 2\beta + \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \cos \alpha & \left(k_{n1} + \frac{\eta_n}{\Delta t}\right) z_s \sin 2\beta + \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \sin \beta \\ \left(k_{\tau1} + \frac{\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \sin \alpha & -\left(k_{\tau1} + \frac{\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_s \cos 2\beta - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \left(k_{n1} + \frac{\eta_n}{\Delta t}\right) z_p \cos 2\beta - \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \cos \alpha & -\left(k_{n1} + \frac{\eta_n}{\Delta t}\right) z_s \sin 2\beta + \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \sin \beta \\ -\left(k_{\tau1} + \frac{\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \sin \alpha & -\left(k_{\tau1} + \frac{\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_s \cos 2\beta + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -\left(k_{n1} + \frac{2\eta_n}{\Delta t}\right) z_p \cos 2\beta + [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \cos \alpha & -\left(k_{n1} + \frac{2\eta_n}{\Delta t}\right) z_s \sin 2\beta + [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \sin \beta \\ -\left(k_{\tau1} + \frac{2\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha + [k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \sin \alpha & \left(k_{\tau1} + \frac{2\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_s \cos 2\beta + [-k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} -\left(k_{n1} + \frac{2\eta_n}{\Delta t}\right) z_p \cos 2\beta + [-k_{n1}k_{n2}\Delta t + \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \cos \alpha & \left(k_{n1} + \frac{2\eta_n}{\Delta t}\right) z_s \sin 2\beta + [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \sin \beta \\ \left(k_{\tau1} + \frac{2\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha + [-k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \sin \alpha & \left(k_{\tau1} + \frac{2\eta_\tau}{\Delta t}\right) z_s \cos 2\beta + [k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\eta_n}{\Delta t} z_p \cos 2\beta & \frac{\eta_n}{\Delta t} z_s \sin 2\beta \\ \frac{\eta_\tau}{\Delta t} z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha & -\frac{\eta_\tau}{\Delta t} z_s \cos 2\beta \end{bmatrix}, \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\eta_n}{\Delta t} z_p \cos 2\beta & -\frac{\eta_n}{\Delta t} z_s \sin 2\beta \\ -\frac{\eta_\tau}{\Delta t} z_p \sin 2\beta \tan \beta / \tan \alpha & -\frac{\eta_\tau}{\Delta t} z_s \cos 2\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \cos \alpha & \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \sin \beta \\ \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \sin \alpha & -\eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \cos \beta \end{bmatrix}, \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} -\eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \cos \alpha & \eta_n(k_{n1} + k_{n2}) \sin \beta \\ \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \sin \alpha & \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2}) \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \cos \alpha & [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \sin \beta \\ [k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \sin \alpha & [-k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t + \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} [-k_{n1}k_{n2}\Delta t + \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \cos \alpha & [k_{n1}k_{n2}\Delta t - \eta_n(k_{n1} + k_{n2})] \sin \beta \\ [k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \sin \alpha & [k_{\tau1}k_{\tau2}\Delta t - \eta_\tau(k_{\tau1} + k_{\tau2})] \cos \beta \end{bmatrix}$$

假定节理间的岩石为完全弹性,则应力波由第 $X-1$ 条节理右侧出射到达第 X 条节理左侧或由第 $X+1$ 条节理左侧反射至第 X 条节理右侧的过程中,只相差一个时间差,故时移函数方程表达式为

$$\begin{cases} v_{\text{rp},X}^-(t) = v_{\text{rp},X-1}^+ \left(t - \frac{S}{\cos \alpha \cdot c_p} \right) \\ v_{\text{rs},X}^-(t) = v_{\text{rs},X-1}^+ \left(t - \frac{S}{\cos \beta \cdot c_s} \right) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} v_{\text{lp},X}^+(t) = v_{\text{lp},X+1}^- \left(t - \frac{S}{\cos \alpha \cdot c_p} \right) \\ v_{\text{ls},X}^+(t) = v_{\text{ls},X+1}^- \left(t - \frac{S}{\cos \beta \cdot c_s} \right) \end{cases} \quad (15)$$

式中:下标 X 表示第 X 条节理, S 表示相邻节理间的间距。在计算过程中,时间步长为 Δt ,则两侧速度时移步数差为 $n_p = S/(\cos \alpha \cdot c_p \cdot \Delta t)$ 或 $n_s = S/(\cos \beta \cdot c_s \cdot \Delta t)$ 。

式(12)~(15)即为应力波在一组平行节理中传播的完整方程。通过编制 MATLAB 程序,输入相应已知条件和初始条件并采用满足精度要求的时间步长,对上述方程进行时域递归计算即可得解。

2 理论验证

为方便研究节理对应力波在岩体中传播特征的影响,定义反射和透射系数分别为

$$R_{ab,N} = \frac{\max |v_{\text{la},1}^-|}{\max |v_{\text{rb},1}^-|} \quad (16)$$

$$T_{ab,N} = \frac{\max |v_{\text{ra},N}^+|}{\max |v_{\text{rb},1}^-|} \quad (17)$$

式中:下标 a 和 b 分别表示 P 波或 S 波,下标 N 表示

平行节理条数。

引入兼具 Maxwell 体与 Kelvin 体黏弹特性的饱和依丁-汤姆逊黏弹本构模型作为位移不连续的变形条件。当不考虑节理的黏性特征和应力不连续条件时,可将黏性系数 η 及惯性质量 m 均设为 0,便退化为线弹性节理,容易发现退化后的方程与 Li 等^[4]一致。当弹簧元件 k_1 趋于正无穷时,原模型演变为 Kelvin 模型,适合描述饱和土填充节理的动态响应规律^[21-22]。而将弹簧元件 k_2 设为 0 时,原模型便退化为适合描述横波穿过黏土填充的薄层节理情形的 Maxwell 模型^[23]。为验证上述所推导方程的正确性,将计算结果与 Zhu 等^[12]所得的结果进行对比。假定在完整岩石中 P 波和 S 波的传播速度分别为 6 131 和 3 830 m/s,节理填充介质中 $c_{\text{plate}} = 1\,000$ m/s,这些参数均可通过岩石和节理填充介质的杨氏模量、密度和泊松比求得^[12,19]。根据 Snell 定律可得入射 P 波和入射 S 波的入射临界角分别为 90° 与 38.65° ,分析中仅讨论入射角小于临界角的情况。定义两个法向特定刚度系数分别为 $K_{n1} = k_{n1}/(z_p\omega)$ 与 $K_{n2} = k_{n2}/(z_p\omega)$,特定黏度系数 $H_n = \eta_n/z_p$,两个切向特定刚度系数分别为 $K_{\tau1} = k_{\tau1}/(z_s\omega)$ 与 $K_{\tau2} = k_{\tau2}/(z_s\omega)$,特定黏度系数为 $H_\tau = \eta_\tau/z_s$ 。 ω 为入射波的圆频率,即 $\omega = 2\pi f$, z_p 和 z_s 分别为 P 波和 S 波的波阻抗。不同入射角下的透反射系数计算结果如图 5、6 所示,可以看出, Kelvin 节理和 Maxwell 节理随入射角的变化趋势大致相同,临界角之前透射系数变化较为平稳,临界角附近急剧变化,这与 Zhu 等^[12]所得频域内封闭解具有良好的一致性。

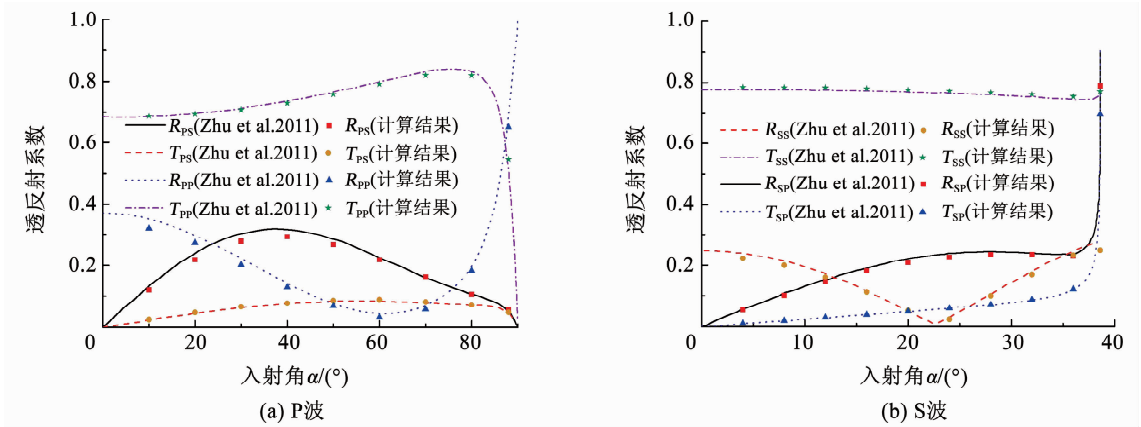


图5 不同入射角下的透反射系数 (Kelvin 节理)

Fig. 5 Transmission and reflection coefficients under different incident angles (Kelvin joint)

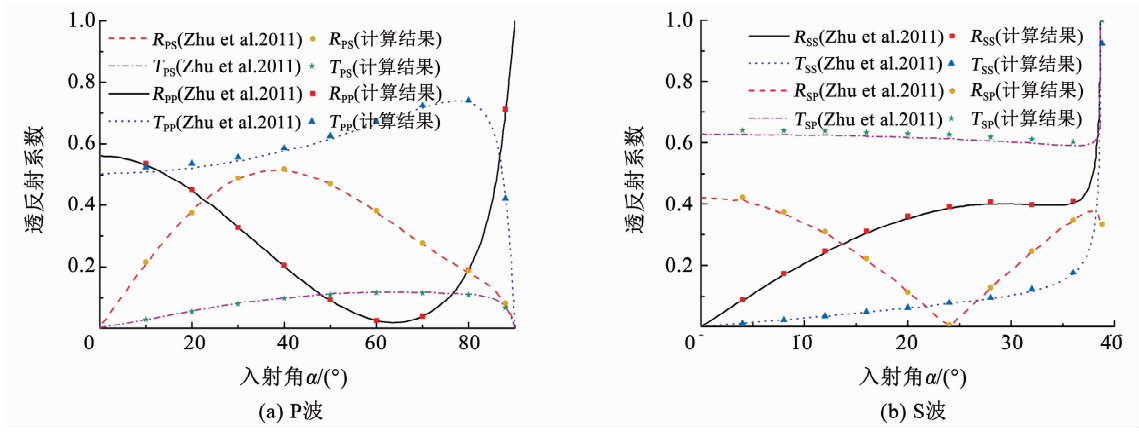


图 6 不同入射角下的透反射系数 (Maxwell 节理)

Fig. 6 Transmission and reflection coefficients under different incident angles (Maxwell joint)

3 参数讨论与分析

节理模型参数往往通过霍普金森压杆 (SHPB) 对充填介质进行动态冲击实验的方式获取^[12]。但由于 SHPB 实验中 S 波难以获得,切向参数的确定存在困难。现假设节理法向与切向同性,即取 $K_{\tau 1} = K_{n1}, K_{\tau 2} = K_{n2}, H_{\tau} = H_n$,除待研究参数外,其余参数同上。设入射波为半个周期的正弦 P 波或 S 波,如式(18)所示, $I_s = I_p$ 。

$$I_p = \begin{cases} \sin(2\pi ft), & t \in [0, 1/2f] \\ 0, & t \in (1/2f, +\infty) \end{cases} \quad (18)$$

式中 f 为正弦波的频率,取 1 kHz。
定义法向入射波的能量耗散率为^[12]

$$e_{\text{loss}} = 1 - (R^2 + T^2) \quad (19)$$

3.1 节理模型参数的影响分析

为探究模型参数对透反射系数与能量耗散率的影响,以 P 波通过单条节理为例,特定刚度系数 K_{n2} 分别取为 0.2、0.4、0.8 和 1.6。透反射系数及能量耗散率随 $1/K_{n1}$ 和 $1/H_n$ 的变化曲线分别如图 7、8 所示。可以看出,当其他参数为定值时, K_{n2} 对节理模型的影响较为明显,透射系数随着 K_{n2} 的增加而增大,而反射系数与能量耗散率均减小。

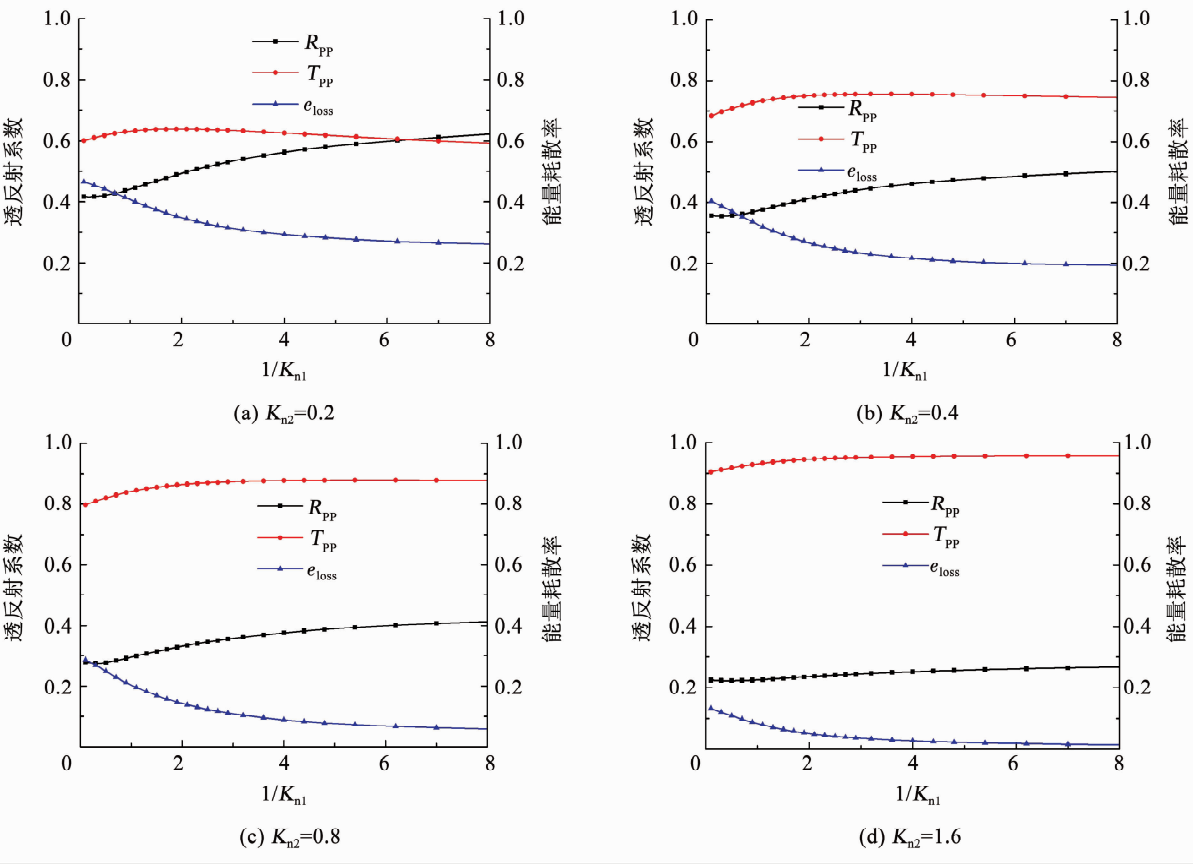


图 7 不同 K_{n2} 下透反射系数与能量耗散率的变化 ($H_n = 0.5$)

Fig. 7 Variation of transmission and reflection coefficient and energy dissipation rate with different K_{n2} ($H_n = 0.5$)

由图 7 可知, 当 K_{n2} 较小时, 随着 $1/K_{n1}$ 的增加, 反射系数逐渐增加, 而透射系数初期有一小段上升, 随后缓慢下降; 当 K_{n2} 较大时, 反射和透射系数的初期上升趋势趋弱, 且后续随 $1/K_{n1}$ 的增大基本持平。能量耗散率随着 $1/K_{n1}$ 的增大而逐渐下降, 并趋于一定值 e_0 。由于 K_{n2} 的增加, 模型中 Maxwell 体的影响逐渐弱化, 节理的变形特征由黏弹性逐渐向线弹性演变, 因而能量耗散率相应下降。故 e_0 主要由 K_{n2} 决

定, 且随 K_{n2} 的增大而减小。

由图 8 可知, 当 K_{n2} 较小时, 反射系数初期小幅下降, 且下降的趋势随 K_{n2} 的增加而逐渐趋缓, 但总体随 $1/H_n$ 增加而上升。同时, 透射系数随 $1/H_n$ 的增加而逐渐下降, 且下降幅度随 K_{n2} 增加而逐渐减小。能量耗散率 e_{loss} 随 $1/H_n$ 的增加逐渐上升, 而当 $1/H_n$ 达 2~3 之后则基本持平。

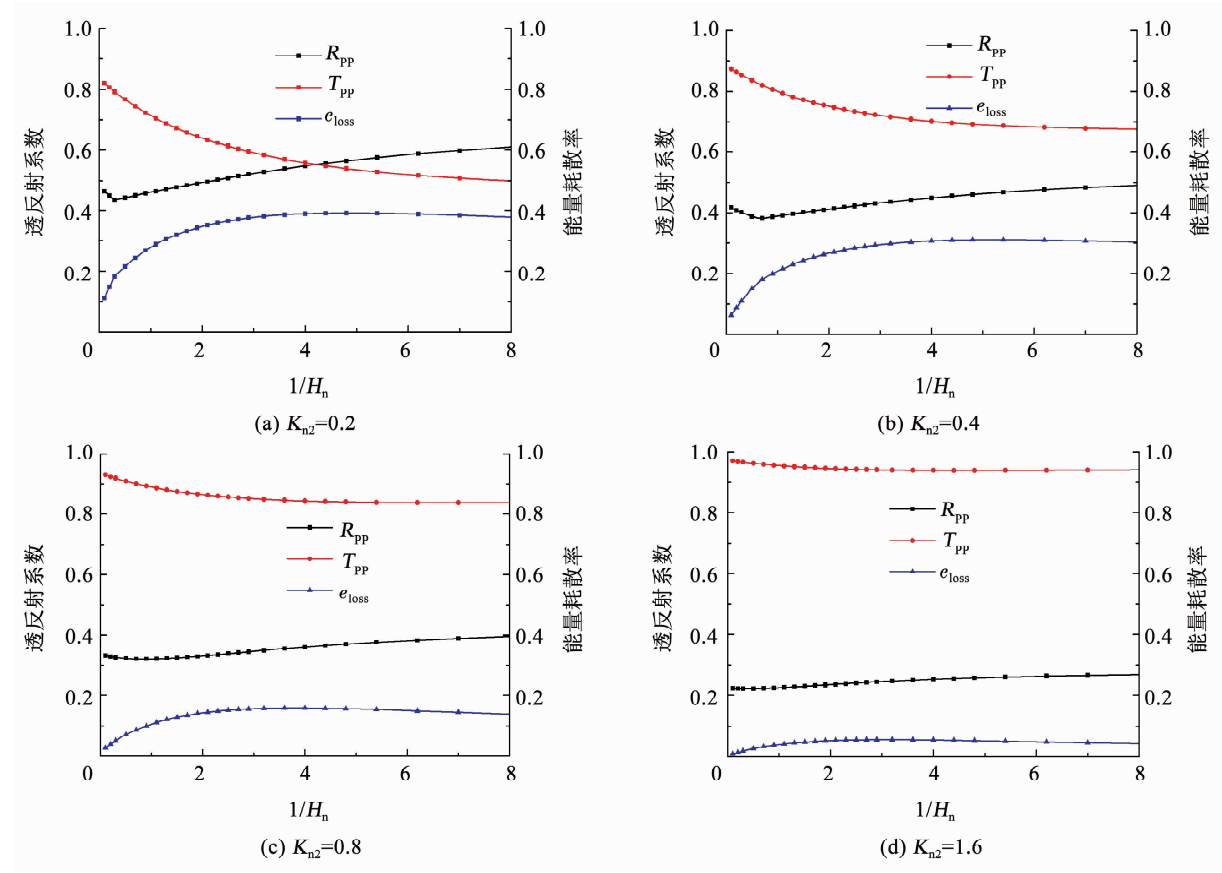


图 8 不同 K_{n2} 下透反射系数及能量耗散率的变化 ($K_{n1} = 0.5$)

Fig. 8 Variation of transmission and reflection coefficient and energy dissipation rate with different K_{n2} ($K_{n1} = 0.5$)

3.2 无量纲节理厚度的影响分析

应力波在节理岩体传播的过程中, 节理厚度同样会对应力波的传播特性产生影响。考虑到透反射系数的波频依赖性, 定义无量纲节理厚度 h 为 $\omega d / (2\pi c_{plate})$ 。图 9 为 I_S 和 I_P 法向入射单条节理时透反射系数及能量耗散率随 h 的变化曲线。可以看出, 当 S 波法向入射时, 透反射系数及能量耗散率的大小随 $\lg h$ 的变化趋势与 P 波法向入射时基本相同。当 $h < 10^{-2}$ 时, 无量纲节理厚度对透反射系数的影响不明显。随着 h 的增大, 透射系数出现明显的下降, 并逐渐接近于 0。而反射系数随着无量纲节理厚度的增加呈现先降低后增加的现象。此外, 随着厚度增加, S 波入射时透反射系数的变化趋势要先

于 P 波, 而能量耗散率随无量纲节理厚度的增加表现出先上升后下降的趋势。

3.3 应力波入射角的影响分析

取入射 S 波表达式同 P 波, 图 10、11 分别为不同入射角下 P 波和 S 波在节理间距为 1 m 的一组平行等间距节理中传播的透射系数 T_{pp} 、 T_{ps} 、 T_{ss} 和 T_{sp} 。可以看出, 当 P 波和 S 波以任意角度入射时, 随着节理条数的增加, T_{pp} 和 T_{ss} 均出现了不同程度的下降。在入射 P 波与 S 波分别接近临界角 $\alpha_c = 90^\circ$ 与 $\beta_c = \arcsin(c_s/c_p) = 38.6^\circ$ 时, T_{pp} 和 T_{ss} 分别出现急剧下降或上升的现象。随着节理条数 N 的增加, 透反射系数在临界角处的“尖点”显著下降, 而 T_{ps} 和 T_{sp} 随着节理条数的增加而逐渐增大。

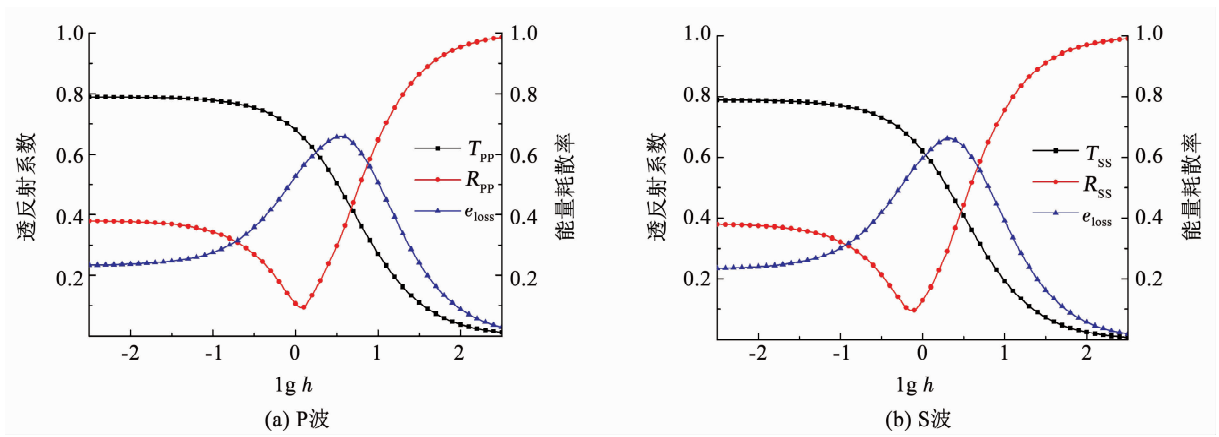


图 9 透反射系数与能量耗散率随无量纲节理厚度的变化

Fig. 9 Variation of transmission and reflection and energy dissipation rate with non-dimensional joint thickness

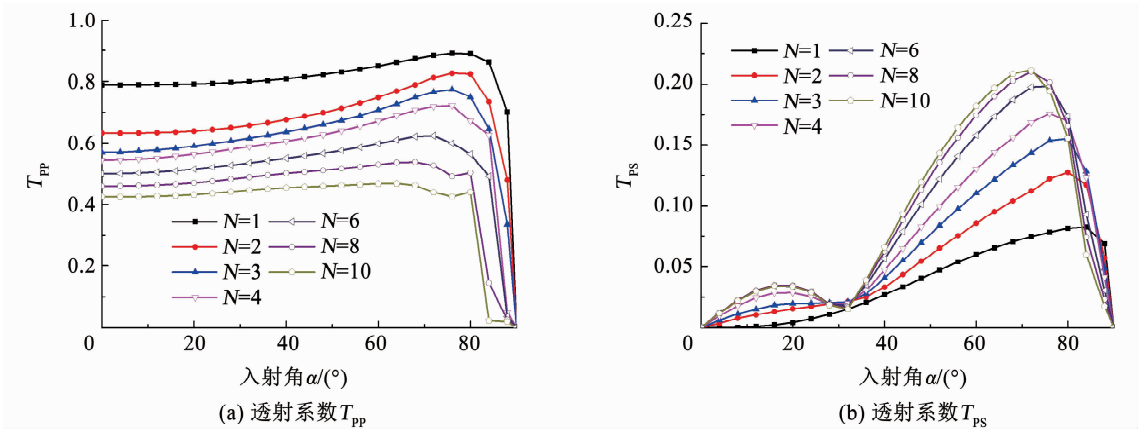


图 10 一组平行节理对不同入射角度 P 波透射系数的影响

Fig. 10 Influence of a set of parallel joints on the transmission coefficients of incident P-wave at different angles

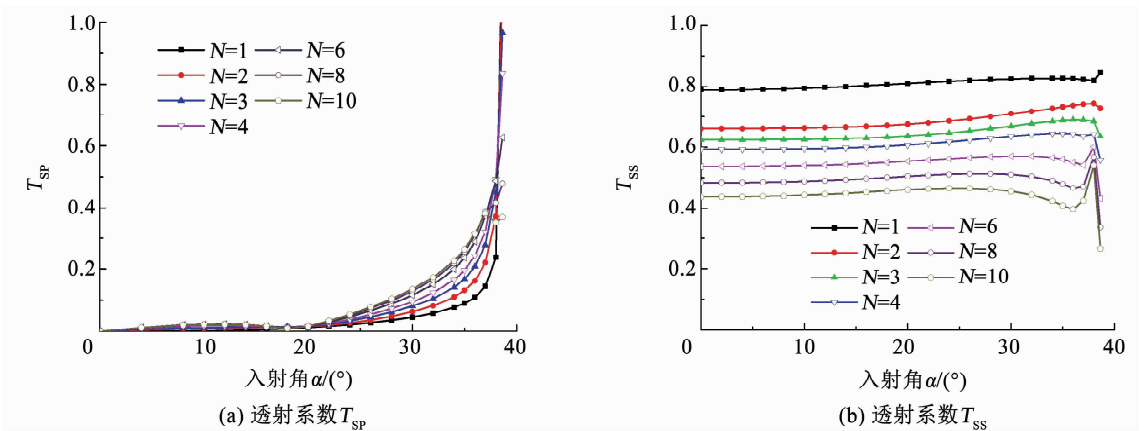


图 11 一组平行节理对不同入射角度 S 波透射系数的影响

Fig. 11 Influence of a set of parallel joints on the transmission coefficients of incident S-wave at different angles

3.4 无量纲节理间距的影响分析

定义无量纲节理间距 ξ 为节理间距 S 与入射应力波波长的比值。本节采用半个周期的正弦入射 P 波,如式(18)所示。图 12 为透射系数与无量纲节理间距 ξ 的关系,易见透射系数随 ξ 的变化可以分为上升区间($\xi \leq \xi_{\text{cri}}$)、下降区间($\xi_{\text{cri}} < \xi < \xi_{\text{thr}}$)以及不变区间($\xi_{\text{thr}} \leq \xi$)。在节理条数较多时, T_{PP} 随无量

纲节理间距的增加呈线性下降,而黏弹节理则是分为两段——陡峭段和平缓段下降。图 13 为临界值 ξ_{cri} 和 ξ_{thr} 随节理数 N 的变化曲线,可以看出,随着节理数的增加,临界值 ξ_{cri} 缓慢下降,且基本保持线性关系;对于临界值 ξ_{thr} ,当 $N < 5$ 时,增长较缓;当 $N > 6$ 时,增长较快。

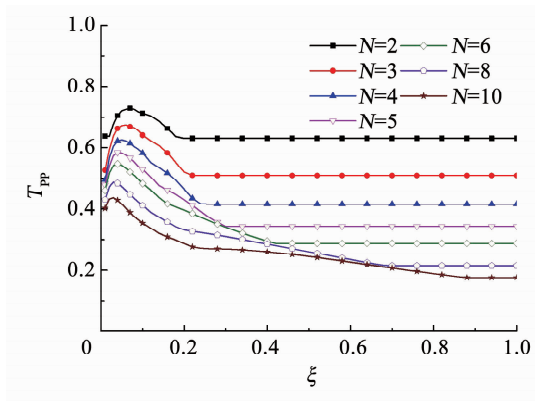


图 12 透射系数与无量纲节理间距 ξ 的关系

Fig. 12 Transmission coefficients versus non-dimensional joint spacing (ξ)

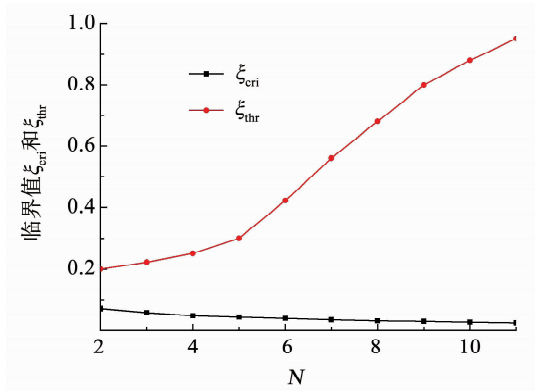


图 13 ξ_{cri} 和 ξ_{thr} 随节理数 N 的变化

Fig. 13 Variation of ξ_{cri} and ξ_{thr} with joint number N

4 结 论

1)时域递归方法可用于推导任意角度的入射应力波通过黏弹性节理的传播方程。引入的饱依丁-汤姆逊模型退化为 Kelvin 模型和 Maxwell 模型的计算结果不仅验证了所用模型及推导过程的正确性,同时印证了其兼具两种模型的特点,为描述节理复杂的黏弹特性提供了新的模型选择。

2)参数化研究表明,刚度系数、黏度系数、无量纲节理厚度等都影响透反射系数及能量耗散率。其中,特定刚度系数 K_{n2} 与透射系数呈正相关,与反射系数及能量耗散率呈负相关。当无量纲节理厚度小于 10^{-2} 时,其变化对透反射系数及能量耗散率的影响不明显。

3)透反射系数随黏弹性节理数及节理间距的变化而变化。对于入射 P 波(S 波),透射 P 波(S 波)随节理数增加而逐渐下降,透射 S 波(P 波)随节理数的增加逐渐上升。当节理条数较少时,节理条数的变化对透射系数影响较大;节理条数较多时,其变化对透射系数的影响则较小。此外, ξ_{cri} 随节理数的增长基本保持线性关系,但 ξ_{thr} 随节理数的增加呈现先缓后陡的增长趋势。

参考文献

[1] GOODMAN R E. Methods of geological engineering in discontinuous rocks[M]. Saint Paul: West Publishing Company, 1976

[2] KING M S, MYER L R, REZOWALLI J J. Experimental studies of elastic-wave propagation in a columnar-jointed rock mass[J]. Geophysical Prospecting, 2006, 34(8): 1185. DOI: 10.1111/j.1365-2478.1986.tb00522.x

[3] 王志亮,陈强,张宇. 黏弹性节理岩体的位移不连续模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(8): 2177

WANG Zhiliang, CHEN Qiang, ZHANG Yu. A displacement discontinuity model for viscoelastic jointed rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(8): 2177. DOI: 10.16285/j.rsm.2015.08.007

[4] LI J C, MA G W. Analysis of blast wave interaction with a rock joint[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2010, 43: 777. DOI: 10.1007/s00603-009-0062-0

[5] LI J C, MA G W, ZHAO J. Stress wave interaction with a nonlinear and slippery rock joint[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, 48: 493. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2010.11.013

[6] LI J C, LI H B, MA G W, et al. A time-domain recursive method to analyze transient wave propagation across rock joints[J]. Geophysical Journal International, 2012, 188: 631. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2011.05286.x

[7] LI J C. Wave propagation across non-linear rock joints based on time-domain recursive method[J]. Geophysical Journal International, 2013, 193(2): 970. DOI: 10.1093/gji/ggt020

[8] FEHLER M. Interaction of seismic-waves with a viscous-liquid layer[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1982, 72(1): 55

[9] JAEGER J C, COOK N G W, ZIMMERMAN R W. Fundamentals of rock mechanics[M]. Malden: Blackwell Publishing, 2007

[10] HUANG X, QI S, LIU Y, et al. Stress wave propagation through viscous-elastic jointed rock masses using propagator matrix method (PMM)[J]. Geophysical Journal International, 2015, 200(1): 452. DOI: 10.1093/gji/ggu407

[11] YI W, NIHEI K T, RECTOR J W, et al. Frequency-dependent seismic anisotropy in fractured rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(3/4): 349. DOI: 10.1016/s0148-9062(97)00147-2

[12] ZHU J B. Seismic response of a single and a set of filled joints of viscoelastic deformational behavior[J]. Geophysical Journal International, 2011, 186: 1315. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2011.05110.x

[13] WU W, ZHU J B, ZHAO J. Dynamic response of a rock fracture filled with viscoelastic materials[J]. Engineering Geology Amsterdam, 2013, 160: 1. DOI: 10.1016/j.enggeo.2013.03.022

[14] LI J C, WU W, LI H B, et al. A thin-layer interface model for wave propagation through filled rock joints[J]. Journal of Applied Geophysics, 2013, 91: 31. DOI: 10.1016/j.jappgeo.2013.02.003

[15] LI J C, LI H B, JIAO Y Y, et al. Analysis for oblique wave propagation across filled joints based on thin-layer interface model[J]. Journal of Applied Geophysics, 2014, 102: 39. DOI: 10.1016/j.jappgeo.2013.11.014

[16] LI J C, LIU T T, LI H B, et al. Shear wave propagation across filled joints with the effect of interfacial shear strength[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2015, 48(4): 1547. DOI: 10.1007/s00603-014-0662-1

[17] ZOU Y, LI J C, LALOU L, et al. Analytical time-domain solution of plane wave propagation across a viscoelastic rock joint[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2017, 50: 2731. DOI: 10.1007/s00603-017-1246-7

[18] 蔡美峰. 岩石力学与工程[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2013: 202

CAI Meifeng. Rock mechanics and engineering[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2013: 202

[19] WANG R, HU Z P, WANG Q Y. A time-domain recursive method of SH-wave propagation through the filled fracture with linear viscoelastic deformation behavior[J]. Waves in Random and Complex Media, 2019(7): 1014. DOI:10.1080/17455030.2019.1643052

[20] ROKHLIN S I, WANG Y J. Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1991, 89(2): 503. DOI: 10.1121/1.400374

[21] DAS B M, RAMANA G V. Principles of soil dynamics[M]. Stamford: Cengage Learning, 2011

[22] VERRUIJT A. An introduction to soil dynamics[M]. Dordrecht: Springer, 2010

[23] SU'AREZ-RIVERA R. The influence of thin clay layers containing liquids on the propagation of shear waves[D]. Berkeley: University of California, 1992