

DOI:10.11918/202009107

# 考虑倾角影响的扩大头锚杆极限抗拔力

江建洪<sup>1</sup>,曾庆义<sup>2</sup>,马 健<sup>3</sup>

(1. 苏州大学 轨道交通学院,江苏 苏州 215131; 2. 深圳钜联锚杆技术有限公司,广东 深圳 518034;  
3. 上海勘察设计研究院(集团)有限公司,上海 200093)

**摘要:** 扩大头锚杆因其对土层的选择要求而常常具有一定的锚杆倾角,而目前工程实践中未充分考虑该倾角对锚杆抗拔力的影响。为此,在原有研究基础上,采用莫尔-库伦强度理论推导考虑倾角影响的扩大头锚杆极限端压力和抗拔力的表达式,从力学机制层面解释土体黏聚力、内摩擦角和扩大头埋深对极限端压力随锚杆倾角变化的影响。结果表明:极限端压力在静止土压力系数不大于1时随锚杆倾角的增大而减小,而在静止土压力系数大于1时随锚杆倾角的增大而增大;黏聚力因其各向同性性质使得极限端压力随锚杆倾角的变化不敏感,而内摩擦角和扩大头埋深因各向异性因素使得极限端压力呈现复杂变化;对于静止土压力系数不大于1的常规土体,目前工程规范中将倾斜锚杆的抗拔力取值为完全水平锚杆的抗拔力,或偏于不安全。相关公式和规律可为采用扩大头锚杆的锚固工程设计提供参考。

**关键词:** 扩大头锚杆;锚杆倾角;端压力;抗拔力;黏聚力;内摩擦角

中图分类号: TU473 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2022)02-0154-08

## Ultimate pullout capacity of end-expanded ground anchors considering inclined angle effect

JIANG Jianhong<sup>1</sup>, ZENG Qingyi<sup>2</sup>, MA Jian<sup>3</sup>

(1. School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, Jiangsu, China; 2. Shenzhen Julian Anchor Technology Co., Ltd., Shenzhen 518034, Guangdong, China; 3. SGIDI Engineering Consulting (Group) Co., Ltd., Shanghai 200093, China)

**Abstract:** Usually there is an inclined installation angle for an end-expanded ground anchor due to the requirement for soil layer selection, yet its influence on the pullout capacity of the ground anchor is not fully considered in the current practice. Based on the previous study and adopting the Mohr-Coulomb strength theory, expressions for the ultimate earth pressure on the expanded end and its pullout capacity were derived for an end-expanded ground anchor considering the inclined angle effect, and the relationship between the ultimate earth pressure on the expanded end and the inclined angle was explained under the conditions of different soil cohesions, angles of internal friction, and burial depths of the expanded end according to the basic mechanical mechanism. Research results show that the ultimate earth pressure on the expanded end decreased with increasing inclined angle in soil when the coefficient of earth pressure at rest was less than or equal to 1, and it increased with increasing inclined angle in soil when the coefficient of earth pressure at rest was larger than 1. The cohesion made the ultimate earth pressure on the expanded end less sensitive to the inclined angle due to its isotropic nature, while the angle of the internal friction and the burial depth of the expanded end made the ultimate earth pressure on the expanded end change in a complex way due to their anisotropic nature. For regular soils with coefficient of earth pressure at rest less than or equal to 1, the current practice in the specification that the pullout capacity of an inclined anchor practically adopts the one of the corresponding horizontal anchor may lead to unsafe design. The related expressions and rules can provide references for the design of anchoring engineering with end-expanded ground anchors.

**Keywords:** end-expanded ground anchor; inclined angle for anchors; earth pressure on the expanded end; pullout capacity; cohesion; angle of internal friction

扩大头锚杆因其抗拔承载力高、适应性广和安全经济等优点日益得到广泛应用<sup>[1]</sup>。但目前关于扩大头锚杆的力学机制和抗拔力计算理论仍在不断

发展中<sup>[2-15]</sup>。现行的《建筑基坑支护技术规程》<sup>[16]</sup>对锚杆极限抗拔力仅考虑了锚固体与所在土层之间的摩阻强度。在关于摩阻强度的经验表格中,对扩孔工艺施工的锚杆建议在表中数值基础上适当提高,这种做法经验性较强,没有考虑扩大头锚杆端部正压力所提供的抗拔力。郭文龙等<sup>[2]</sup>采用有限差分法研究了竖向扩大头锚杆的抗拔力及相关影响因

素。郭钢等<sup>[3]</sup>通过室内试验研究了竖向扩大头锚杆的各阶段破坏及其规律。陈帅等<sup>[4]</sup>结合极限分析法和有限差分法研究了抗浮锚杆的抗拔力及相关影响因素。李粮纲等<sup>[5]</sup>结合弹性理论和现场试验对竖向扩大头锚杆的最大抗拔力计算公式及相关影响因素进行了探讨。以上研究均集中于竖向扩大头锚杆的抗拔力。刘波等<sup>[6]</sup>通过现场试验对扩大头锚索在饱和粉细砂层中的受力特性进行了研究,考虑了锚杆倾角的影响。国外研究大都集中在无黏性土中完全竖直或水平的板式锚杆的极限抗拔力<sup>[7-8]</sup>,对倾斜的情况也有一定的研究<sup>[9-13]</sup>。Frydman 等<sup>[9]</sup>针对埋置于砂土中的板式锚杆,根据试验结果提出了锚杆倾角对板前土压力影响的经验表达式,但该公式仅仅是曲线拟合表达式,不包含砂土性质的相关物理量。Murry 等<sup>[10]</sup>采用极限分析方法得到了无黏性土中板式锚杆倾斜情况下的极限抗拔力,并与已有相关试验结果进行了对比。Hanna 等<sup>[11]</sup>根据试验现象提出破坏面假设,推导了砂土中板式锚杆倾斜情况下的极限抗拔力。Bhattacharya 等<sup>[12]</sup>结合极限分析下限法和有限元方法考察了砂土中不同倾角下板式锚杆的极限抗拔力。Yu 等<sup>[13]</sup>采用块体理论分析了砂土中不同倾角下板式锚杆的极限抗拔力。以上板式锚杆抗拔力的研究可供扩大头锚杆的端压力研究借鉴,但仅限于无黏性土的情况,对其他土体的适用性有待考察。Xanthakos<sup>[14]</sup>针对无黏性土和黏性土地层分别给出了考虑扩大头端压力的极限抗拔力表达式,但相关的承载系数经验性较强,没有考虑锚杆倾角的影响,且应用范围较小。曾庆义等<sup>[15]</sup>根据扩大头锚杆的受力过程,提出了其极限端压力和极限抗拔力的计算方法,并为现行的《高压喷射扩大头锚杆技术规程》<sup>[17]</sup>和公司规程<sup>[18]</sup>所采用。曾庆义等<sup>[15]</sup>对扩大头锚杆端压力的表达式局限于锚杆完全水平或完全竖直的情况,而规程<sup>[17-18]</sup>对于扩大头锚杆倾斜的情况,近似采用锚杆完全水平时的端压力。

应该认识到,扩大头锚杆为了提高其抗拔承载力往往需要避开软弱土层,而将扩大头选择设置在工程性质较好的土层中,这就使得扩大头锚杆往往具有一定的倾角。因此,锚杆倾角对扩大头锚杆的极限端压力及极限抗拔力的影响值得深入研究。本研究在原有工作基础<sup>[15]</sup>上,提出考虑倾角影响的扩大头锚杆极限抗拔力计算方法。

## 1 扩大头锚杆抗拔力计算公式

### 1.1 力学模型

扩大头锚杆的破坏形式可以是杆体破坏、扩大

头段注浆体与杆体握裹力破坏或扩大头端周土体破坏。扩大头锚杆的极限抗拔力应是抵抗这3种破坏的抗拔力最小值。前两种破坏形式可以通过选择合理的结构参数来避免。在第3种破坏形式中,土体随锚杆位移表现出不同阶段的力学反应,包括静止土压力阶段、过渡阶段和塑性区压密-扩张阶段<sup>[15]</sup>。本研究主要讨论基于第3种破坏形式的扩大头锚杆抗拔力,相应的力学模型见图1。

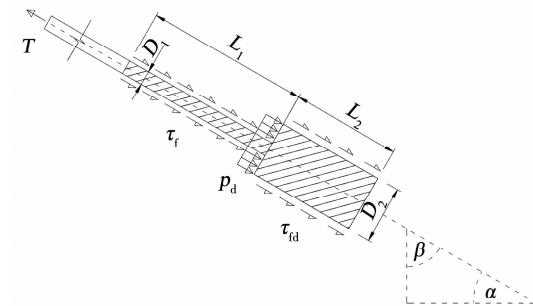


图1 扩大头锚杆力学模型

Fig. 1 Mechanical model for end-expanded ground anchor

如图1所示,扩大头锚杆的抗拔力T由3部分组成,包括普通锚固段锚固体侧壁与土体摩阻力所提供的抗拔力 $T_1$ 、扩大头侧壁与土体摩阻力所提供的抗拔力 $T_2$ 和土体对扩大头端部正压力所提供的抗拔力 $T_3$ ,具体如下<sup>[15,17]</sup>:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (1)$$

$$T_1 = \pi D_1 L_1 \tau_f \quad (2)$$

$$T_2 = \pi D_2 L_2 \tau_{fd} \quad (3)$$

$$T_3 = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) p_D \quad (4)$$

式中: $D_1$  和  $D_2$  分别为锚杆钻孔直径和扩大头直径, $L_1$  和  $L_2$  分别为非扩大头锚固段计算长度和扩大头长度,  $\tau_f$  为非扩大头锚固段地层与锚固体侧壁之间的摩阻强度,  $\tau_{fd}$  为扩大头侧壁与地层之间的摩阻强度。 $L_1$ 、 $\tau_f$  和  $\tau_{fd}$  的确定可参考现行的《高压喷射扩大头锚杆技术规程》<sup>[17]</sup>。在某些情况下,取  $L_1 = 0$  而使得  $T_1 = 0$ ,这将在第2节详细说明<sup>[17]</sup>。 $p_D$  为土体作用于扩大头端面上的正压力强度(简称端压力), $p_D$  与扩大头埋深、扩大头前端土体性质及锚杆的工作状态有关。不同工况下  $p_D$  确定后,锚杆抗拔力  $T$  可由式(1)~(4)确定。

### 1.2 基本假定

为确定不同工况下  $p_D$ ,采用曾庆义等<sup>[15]</sup>工作的4条假定<sup>[15]</sup>:1)扩大头埋深足够深;2)忽略扩大头前端锚杆杆体对土体应力状态的影响;3)土体单元在某一方向上的压力增量  $\sigma_T$ ,将在与该方向垂直的其他方向产生侧压力增量  $\xi\sigma_T$ ,其中,  $\xi$  为侧压力系

数,并假定  $\xi$  大于 0 且小于 1;4) 土体处于极限平衡状态时,符合莫尔-库伦强度理论。

曾庆义等<sup>[15]</sup>对侧压力系数  $\xi$  进行了深入讨论,并推荐  $\xi$  的经验范围为

$$\xi = (0.5 \sim 0.95) K_a \quad (5)$$

式中: $K_a$  为扩大头前端土体的朗肯主动土压力系数, $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$ ;  $\varphi$  为扩大头前端土体的内摩擦角。

曾庆义等<sup>[15]</sup>同时假设锚杆为完全水平或完全竖直<sup>[15]</sup>。此处取消该假设,考察与水平向呈任意倾角下锚杆的极限抗拔力。如图 1,锚杆与水平向夹角为  $\alpha$ ,与竖直向夹角为  $\beta$ ,二者满足  $\alpha + \beta = 90^\circ$ 。为叙述方便,以下将夹角  $\alpha$  简称为锚杆倾角,取值为  $[0^\circ, 90^\circ]$ 。

### 1.3 扩大头锚杆极限抗拔力的计算公式

一般情况下,土体的静止土压力系数  $K_0 < 1$ 。如对于正常固结黏土或松砂,常用 Jaky 公式<sup>[19]</sup>:  $K_0 = 1 - \sin \varphi$ ,其中,  $\varphi$  为土体的内摩擦角。而曾庆义等<sup>[15]</sup>在其锚杆抗拔力公式中  $K_0$  的建议表达式为

$$K_0 = 1 - \sin(1.3\varphi) \quad (6a)$$

但对于某些超固结土,其  $K_0$  可能大于 1。比如 Mesri 等<sup>[20]</sup>在文中图 19 给出了各种砂土随超固结比增大的情况,其  $K_0$  可达 2.0 左右;在文中图 27 给出了一种超固结黏土的竖向应力与水平应力关系,其  $K_0$  为 1.63。Das<sup>[21]</sup>给出了超固结土的静止土压力系数  $K_{0,OC}$  与其对应的正常固结土静止土压力系数  $K_{0,NC}$  之间的经验关系,即

$$K_{0,OC} = K_{0,NC} \sqrt{R_{OC}} \quad (6b)$$

式中  $R_{OC}$  为土体的超固结比 (OverConsolidation Ratio)。

$K_0$  的大小影响土体单元初始大小主应力的确定,因此,此处将区别  $K_0$  不大于 1 与大于 1 这两种情况对扩大头锚杆的抗拔力分别进行讨论。认识到当超固结比较大、 $K_0 > 1$  时,土质往往较好,有时采用非扩大头的常规锚杆也能满足工程要求。为保持理论的完整性,下文还是将这两种情况分别进行分析。

#### 1.3.1 静止土压力系数不大于 1 的情况

在图 1 中锚杆扩大头前端取一土体单元进行分析,其受力变化情况如图 2,相应的应力莫尔圆如图 3。为叙述方便,与水平方向呈  $\alpha$  角的面称为  $\alpha$  面,而另一个与水平方向呈  $\beta$  角的面称为  $\beta$  面。初始应力状态如图 2 最左侧的单元受力情况。由于锚杆拉力在  $\alpha$  方向产生应力增量  $\sigma_T$ , $\beta$  面将产生正应力增量  $\sigma_T$ ,而与  $\beta$  面相垂直的其他面产生正应力增量  $\xi\sigma_T$ ,最终的应力状态如图 2 最右侧的单元受力

情况。与  $\alpha$  面和  $\beta$  面均垂直的另一个面是一个主应力面,其应力变化为在初始地应力的基础上增加正应力增量  $\xi\sigma_T$ 。

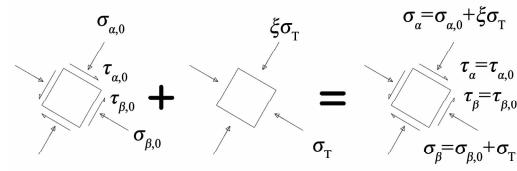


图 2 土体单元受力变化

Fig. 2 Evolution of stress state for a soil element

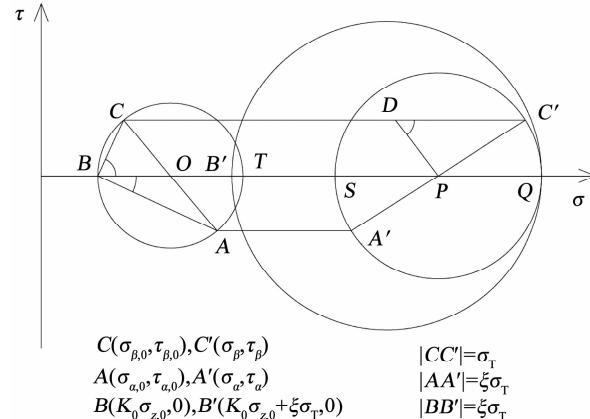


图 3 土体单元受力变化的莫尔圆 ( $K_0 \leq 1$ )

Fig. 3 Mohr's circles for evolution of stress state for a soil element ( $K_0 \leq 1$ )

在图 3 莫尔圆中,  $A$  点和  $A'$  点分别代表  $\alpha$  面的初始应力状态和最终应力状态,  $C$  点和  $C'$  点分别代表  $\beta$  面的初始应力状态和最终应力状态,  $B$  点代表与  $\alpha$  面和  $\beta$  面均垂直的第 3 个面的初始应力状态。假设土体单元的初始竖向主应力为  $\sigma_{z,0} = \gamma h$ ,其中,  $h$  为扩大头前端中点到地面的埋深,  $\gamma$  为扩大头上覆土层的加权平均重度。 $B$  点的应力状态为  $(K_0 \sigma_{z,0}, 0)$ 。由于  $K_0 \leq 1$ ,  $K_0 \sigma_{z,0}$  为小主应力,  $B$  为图 3 左侧初始莫尔圆的小主应力点。第 3 个面产生应力增量  $\xi\sigma_T$  后, 应力状态用  $B'$  点表示, 其坐标为  $(K_0 \sigma_{z,0} + \xi\sigma_T, 0)$ 。假设  $A'$  点和  $C'$  点组成的莫尔圆交正应力坐标轴于  $S$  点和  $Q$  点。由于应力增量  $\sigma_T$  较大, 右侧  $Q$  点的正应力为最终状态的大主应力  $\sigma_1$ , 而  $B'$  点的正应力为最终状态的小主应力  $\sigma_3$ , 即  $\sigma_3 = K_0 \sigma_{z,0} + \xi\sigma_T$ 。以  $B'Q$  为直径的莫尔圆是包含最大和最小主应力的应力圆。根据莫尔-库伦强度理论,  $\sigma_1$  的表达式为

$$\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad (7)$$

式中:  $c$  为锚杆扩大头前端土体的黏聚力;  $K_p$  为扩大头前端土体的朗肯被动土压力系数,  $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。以下将通过图 3 中莫尔圆的几何关系得到关于应力增量  $\sigma_T$  的表达式。

图3中左侧和右侧莫尔圆的圆心分别为O点和P点。假设右侧莫尔圆的半径为R, 则有 $R=|PQ|=|\sigma_1-\sigma_p|$ , 而 $\sigma_p=(\sigma_{A'}+\sigma_C)/2=\gamma h(1+K_0)/2+\sigma_T(1+\xi)/2$ , 结合式(7)得

$$R=[(K_0\gamma h+\xi\sigma_T)K_p+2c\sqrt{K_p}]-\left[\frac{1}{2}\gamma h(1+K_0)+\frac{1}{2}\sigma_T(1+\xi)\right] \quad (8)$$

过圆心P做AC的平行线交CC'于D, 则在三角形PDC'中

$$\begin{aligned} |DP| &= |OC| = |OB| = \frac{1}{2}\gamma h(1-K_0) \\ |DC'| &= |CC'| - |CD| = |CC'| - |OP| = \\ &|CC'| - \frac{1}{2}(|AA'| + |CC'|) = \frac{1-\xi}{2}\sigma_T \\ |PC'| &= R \\ \angle PDC' &= 2\alpha \end{aligned}$$

运用余弦定理得

$$\begin{aligned} R^2 &= \left(\frac{1-\xi}{2}\sigma_T\right)^2 + \left(\frac{1-K_0}{2}\gamma h\right)^2 - \\ &2 \times \left(\frac{1-\xi}{2}\sigma_T\right) \times \left(\frac{1-K_0}{2}\gamma h\right) \times \cos(2\alpha) \quad (9) \end{aligned}$$

联立式(8)和(9)得到关于应力增量 $\sigma_T$ 的一元二次表达式:

$$A\sigma_T^2+B\sigma_T+C=0 \quad (10a)$$

其中系数

$$A=(\xi K_p)^2-\xi(1+\xi)K_p+\xi \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} B &= (2\xi K_p-1-\xi)\left(K_0 K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p} - \frac{1+K_0}{2}\gamma h\right) + \\ &\frac{1}{2}(1-\xi)(1-K_0)\gamma h \cos(2\alpha) \quad (10c) \end{aligned}$$

$$C=(K_0 K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p})^2-(1+K_0)(K_0 K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p})\gamma h + K_0(\gamma h)^2 \quad (10d)$$

应力增量 $\sigma_T$ 应取其中有意义的实根。

端压力 $p_D=\sigma_\beta=\sigma_{\beta,0}+\sigma_T$ , 结合图3中C点正应力 $\sigma_{\beta,0}$ 的表达式得

$$p_D=\frac{1+K_0}{2}\gamma h-\frac{1-K_0}{2}\gamma h \cos(2\alpha)+\sigma_T \quad (11)$$

特别地, 当锚杆完全水平时,  $\alpha=0^\circ$ , 即 $\cos(2\alpha)=1$ , 由式(9)得 $R=\frac{1-\xi}{2}\sigma_T-\frac{1-K_0}{2}\gamma h$ , 结合式(8)得

$$\sigma_T=\frac{(K_p-1)K_0\gamma h+2c\sqrt{K_p}}{1-\xi K_p} \quad (12)$$

此时图3中B点与C点重合, C'点与Q点重合, 端压力 $p_D$ 取C'点的正应力值, 即

$$p_D=\frac{(1-\xi)K_0 K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1-\xi K_p} \quad (13)$$

这与之前研究中锚杆完全水平时的端压力表达式相同<sup>[15]</sup>。

当锚杆完全竖直时,  $\alpha=90^\circ$ , 即 $\cos(2\alpha)=-1$ , 由式(9)得到 $R=\frac{1-\xi}{2}\sigma_T+\frac{1-K_0}{2}\gamma h$ , 结合式(8)得

$$\sigma_T=\frac{(K_0 K_p - 1)\gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1-\xi K_p} \quad (14)$$

此时图3中A点与B点重合, C'点与Q点重合, 端压力 $p_D$ 取C'点的正应力值, 即

$$p_D=\frac{(K_0-\xi)K_p\gamma h+2c\sqrt{K_p}}{1-\xi K_p} \quad (15)$$

这与之前研究中锚杆完全竖直时的端压力表达式相同<sup>[15]</sup>。

以上特殊情况(锚杆完全水平或完全竖直的情况)的端压力 $p_D$ , 也可以由式(10)和(11)直接得到。

### 1.3.2 静止土压力系数大于1的情况

当 $K_0>1$ 时, 土体单元受力变化仍如图2所示。由于此时初始竖向应力 $\sigma_{z,0}=\gamma h$ 为小主应力, 而 $\sigma_{x,0}=K_0\gamma h$ 为大主应力, 其莫尔应力圆与 $K_0\leq 1$ 的情况有较大不同, 具体如图4所示。

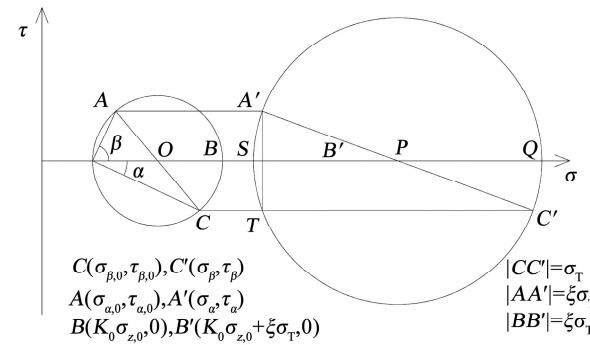


图4 土体单元受力变化的莫尔圆( $K_0>1$ )

Fig. 4 Mohr's circles for evolution of stress state for a soil element ( $K_0>1$ )

A点和A'点分别代表 $\alpha$ 面的初始应力状态和最终应力状态, C点和C'点分别代表 $\beta$ 面的初始应力状态和最终应力状态, B点代表与 $\alpha$ 面和 $\beta$ 面均垂直的第3个面的初始应力状态。在图4左侧的初始莫尔应力圆中, B点的正应力 $K_0\gamma h$ 为大主应力。在应力增量 $\sigma_T$ 发生后, A'点、B'点和C'点分别代表3个相互垂直面的应力状态。由此可见, 最终状态的大小主应力发生在A'点和C'点所构成的应力圆上, 小主应力为S点的正应力, 而大主应力为Q点的正应力。根据莫尔-库伦强度理论表达式, 并在直角三角形A'TC'中运用勾股定理可得关于应力增量 $\sigma_T$ 的一元二次表达式(16a)、(16b)、(16c)和(16d)。应力增量 $\sigma_T$ 应取其中有意义的实根。

$$A\sigma_T^2 + B\sigma_T + C = 0 \quad (16a)$$

其中

$$A = \left( \frac{1 - \xi}{2} \right)^2 - \left( \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \frac{1 + \xi}{2} \right)^2 \quad (16b)$$

$$B = \frac{1}{2} (1 - \xi) (K_0 - 1) \gamma h \cos(2\alpha) -$$

$$(1 + \xi) \left( \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \right) \left( \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \frac{K_0 + 1}{2} \gamma h + \frac{2c\sqrt{K_p}}{K_p + 1} \right) \quad (16c)$$

$$C = \left( \frac{K_0 - 1}{2} \gamma h \right)^2 - \left( \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \frac{K_0 + 1}{2} \gamma h + \frac{2c\sqrt{K_p}}{K_p + 1} \right)^2 \quad (16d)$$

端压力  $p_D$  为  $C'$  点的正应力值, 即

$$p_D = \frac{1 + K_0}{2} \gamma h + \frac{K_0 - 1}{2} \gamma h \cos(2\alpha) + \sigma_T \quad (17)$$

特别地, 当锚杆完全水平时,  $\alpha = 0^\circ$ , 由式(16)和(17)得

$$\sigma_T = \frac{(K_p - K_0) \gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1 - \xi K_p} \quad (18)$$

$$p_D = \frac{(1 - K_0 \xi) K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1 - \xi K_p} \quad (19)$$

当锚杆完全竖直时,  $\alpha = 90^\circ$ , 由式(16)和(17)得

$$\sigma_T = \frac{(K_0 K_p - 1) \gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1 - \xi K_p} \quad (20)$$

$$p_D = \frac{(K_0 - \xi) K_p \gamma h + 2c\sqrt{K_p}}{1 - \xi K_p} \quad (21)$$

注意到式(20)和(21)分别与式(14)和(15)相同, 这是因为在这两种情况下,  $\sigma_z$  都从  $\gamma h$  增大为大主应力  $\gamma h + \sigma_T$ , 而  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  是等同的, 都从  $K_0 \gamma h$  变为小主应力  $K_0 \gamma h + \xi \sigma_T$ 。锚杆完全水平时的情况有所不同: 当应力增量沿着水平方向  $X$  施加时,  $\sigma_y$  和  $\sigma_z$  是不等同的, 因而式(18)、(19)与式(12)、(13)不同。

表 1 各比较工况及相应锚杆水平和竖向时的端压力

Tab. 1 Different working conditions and related earth pressures on the expanded end for horizontal and vertical ground anchors

| 工况 | 土体参数及埋深  | $K_0 \leq 1$                     |                                   | $K_0 > 1$                        |                                   |
|----|--|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
|    |  | $p_D(\alpha=0^\circ)/\text{kPa}$ | $p_D(\alpha=90^\circ)/\text{kPa}$ | $p_D(\alpha=0^\circ)/\text{kPa}$ | $p_D(\alpha=90^\circ)/\text{kPa}$ |
| 1  | $c = 0 \text{ kPa}, \varphi = 28^\circ, h = 9 \text{ m}$   | 2 503.8                          | 596.1                             | 4 845.2                          | 9 986.6                           |
| 2  | $c = 30 \text{ kPa}, \varphi = 28^\circ, h = 9 \text{ m}$  | 4 501.0                          | 2 593.3                           | 6 842.4                          | 11 983.8                          |
| 3  | $c = 60 \text{ kPa}, \varphi = 28^\circ, h = 9 \text{ m}$  | 6 498.1                          | 4 590.4                           | 8 839.5                          | 13 980.9                          |
| 4  | $c = 30 \text{ kPa}, \varphi = 24^\circ, h = 9 \text{ m}$  | 4 165.8                          | 2 500.4                           | 4 504.5                          | 12 030.1                          |
| 5  | $c = 30 \text{ kPa}, \varphi = 28^\circ, h = 20 \text{ m}$ | 7 561.2                          | 3 321.9                           | 12 764.3                         | 24 189.6                          |

由表 1 中工况 1、2 和 3 可知, 锚杆水平时的端压力  $p_D(\alpha=0)$  随着扩大头前端土体黏聚力  $c$  的增大而增大; 由工况 4 和 2 对比可知, 端压力  $p_D(\alpha=0)$  随着扩大头前端土体内摩擦角  $\varphi$  的增大而增大;

## 2 锚杆倾角的影响及算例

为了考察锚杆倾角的影响, 定义一个比例函数  $f(\alpha)$ , 简称为锚杆端压力倾角比例函数, 满足如下表达式

$$p_D(\alpha) = f(\alpha)p_D(\alpha=0) \quad (22)$$

此处  $p_D(\alpha)$  为任意倾角  $\alpha$  下的端压力,  $p_D(\alpha=0)$  为锚杆完全水平情况下的端压力。对于  $K_0 \leq 1$  的情况,  $p_D(\alpha=0)$  见式(13),  $p_D(\alpha)$  见式(11); 而对于  $K_0 > 1$  的情况,  $p_D(\alpha=0)$  见式(19),  $p_D(\alpha)$  见式(17)。

借鉴曾庆义等<sup>[15]</sup>的工程实例参数考察锚杆倾角对锚杆抗拔力的影响。某基坑的 3 根锚杆, 其锚杆参数和工况完全相同: 埋深  $h = 9 \text{ m}$ , 土层参数  $\gamma = 18.8 \text{ kN/m}^3$ ,  $c = 60 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = 28^\circ$ ,  $\tau_f = \tau_{df} = 90 \text{ kPa}$ , 锚杆参数  $L_1 = 4 \text{ m}$ ,  $D_1 = 0.14 \text{ m}$ ,  $L_2 = 4 \text{ m}$ ,  $D_2 = 0.4 \text{ m}$ 。此处  $K_0 = 1 - \sin(1.3\varphi) = 0.41$ , 而  $\xi = 0.95K_a$ 。据曾庆义等<sup>[15]</sup>报道, 按锚杆完全水平计算所得的锚杆抗拔力为 1 327.5 kN, 远大于设计抗拔力 670 kN 和规程<sup>[16]</sup>的计算值 663.3 kN。试验情况是其中两根锚杆加载到 1 042 kN 而没有破坏, 另外一根锚杆加载到 1 302 kN 时钢绞线断裂一股, 而扩大头前端土体还没有达到破坏状态。原设计方案采用普通锚杆时, 其设计倾角为 35°。

按上述例子, 此处设计 5 个工况, 其变化参数为  $c$ 、 $\varphi$  和  $h$ , 而其余参数与上述例子相同。注意到  $K_0$ 、 $K_a$ 、 $K_p$  和  $\xi$  为  $\varphi$  的函数, 随  $\varphi$  而变。对于  $K_0 \leq 1$  的情况, 按式(6a), 当  $\varphi = 28^\circ$  时,  $K_0 = 0.41$ ; 当  $\varphi = 24^\circ$  时,  $K_0 = 0.48$ 。对于  $K_0 > 1$  的情况, 假设超固结比  $R_{OC} = 12$ , 根据式(6b), 当  $\varphi = 28^\circ$  时,  $K_0 = 1.41$ ; 当  $\varphi = 24^\circ$  时,  $K_0 = 1.67$ 。各比较工况及相应锚杆水平或竖向时的端压力见表 1。

由工况 2 和 5 对比可知, 端压力  $p_D(\alpha=0)$  随扩大头埋深  $h$  (或扩大头前端土体受到的地应力) 的增大而增大。这可以从其物理意义得到解释。因为假设扩大头前端土体应力处于极限状态时符合莫尔-库伦

强度准则,  $c$ 、 $\varphi$  或  $h$  的增大都将使土体强度增大。如表 1 所示, 锚杆竖向时的端压力  $p_D(\alpha=90^\circ)$  也随扩大头前端土体黏聚力  $c$  的增大而增大, 随扩大头埋深  $h$  的增大而增大; 但是  $p_D(\alpha=90^\circ)$  随  $\varphi$  的变化是增大还是变小, 其情况不一定, 因为此时随内摩擦角  $\varphi$  引起的各向异性因素(包括  $K_0$  的变化)起较大作用。端压力  $p_D(\alpha)$  受锚杆倾角  $\alpha$  的影响较大, 其变化规律将在后面进行详细讨论。

由表 1 可知, 当  $K_0 \leq 1$  时, 各工况下锚杆水平时的端压力大于相应竖向时的端压力, 这可从图 3 的莫尔应力圆得到解释。当锚杆水平时,  $\alpha = 0^\circ$ , 图中点  $C$  和  $C'$  分别与点  $B$  和  $Q$  相重合, 应力增量  $\sigma_T = |CC'|$  较大; 而当锚杆竖向时,  $\alpha = 90^\circ$ , 图中点  $C$  和  $C'$  分别与点  $T$  和  $Q$  相重合, 应力增量  $\sigma_T = |CC'|$  相对小些。因为达到极限状态时, 应力增量  $\sigma_T$  在端压力  $p_D$  中占主导作用, 锚杆水平时的端压力大于相应竖向时的端压力。相应地, 由表 1 可知, 当  $K_0 > 1$  时, 各工况下锚杆水平时的端压力小于相应竖向时的端压力, 这可从图 4 的莫尔应力圆得到解释。其论述过程与当  $K_0 \leq 1$  时的情况类似, 不再赘述。

当  $K_0 \leq 1$  时, 根据式(11)、(13)和(22)可得锚杆端压力倾角比例函数  $f(\alpha)$ , 具体见图 5。可以看出, 各工况下, 其锚杆端压力随着锚杆倾角的增大而减小, 上述表 1 显示的锚杆水平时的端压力大于相应竖向时的端压力是  $f(\alpha)$  曲线两端点大小的情况。并且, 锚杆倾角对  $f(\alpha)$  的影响较大, 在工况 1 黏聚力  $c$  为 0 时,  $f(\alpha)$  在  $\alpha = 90^\circ$  时为 0.24, 即此时的竖向端压力仅为其相应水平端压力的 0.24 倍。对比工况 1、2 和 3 可知, 随着黏聚力  $c$  的增大, 其  $f(\alpha)$  的减缓速率变小。这是由于黏聚力  $c$  是各向同性的, 当黏聚力占主导作用时, 如黏聚力取较大值 60 kPa 时, 由内摩擦角引起的各向异性因素  $K_0$ 、 $K_a$  和  $K_p$  及由倾角引起的各向异性便不占主要作用。对比工况 2 和 4 可知, 随着内摩擦角  $\varphi$  的减小, 其  $f(\alpha)$  的减缓速率稍有变小。这是因为随内摩擦角  $\varphi$  的减小, 由内摩擦角引起的各向异性因素( $K_a$ 、 $K_p$  和  $K_0$ )的影响均有所减小。对比工况 2 和 5 可知, 随着埋深  $h$  的增大, 其  $f(\alpha)$  的减缓速率变大。这可能是由于随着埋深的增大, 由地应力和内摩擦角引起的各向异性因素起较大作用。

图 5 中扩大头锚杆端压力随着锚杆倾角增大而减小的规律, 与板式锚杆板前土压力在常规砂土中的表现规律一致<sup>[9-10,13]</sup>。此处的  $f(\alpha)$  包含黏聚力和内摩擦角等土体性质参数, 因而能从力学机制层面对端压力的变化规律进行解释, 同时能给工程实践提供理论指导。

当  $K_0 > 1$  时, 根据式(17)、(19)和(22)可得锚杆抗拔力倾角比例函数  $f(\alpha)$ , 具体见图 6。

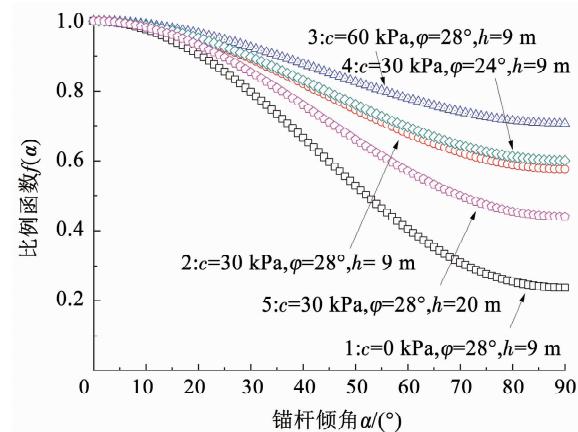


图 5 各工况下锚杆抗拔力倾角比例函数( $K_0 \leq 1$ )

Fig. 5 Ratio function of pullout capacity with inclined angle for end-expanded anchors under different working conditions ( $K_0 \leq 1$ )

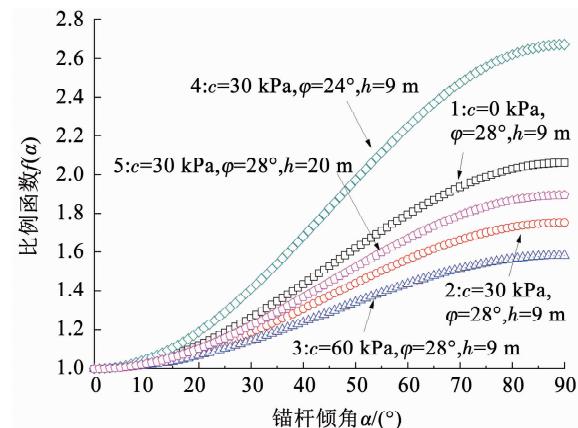


图 6 各工况下锚杆抗拔力倾角比例函数( $K_0 > 1$ )

Fig. 6 Ratio function of pullout capacity with inclined angle for end-expanded anchors under different working conditions ( $K_0 > 1$ )

由图 6 可以看出, 各工况下, 其锚杆端压力随着锚杆倾角的增大而增大, 且锚杆倾角的影响较大。在工况 4 内摩擦角  $\varphi$  为  $24^\circ$  时,  $f(\alpha)$  在  $\alpha = 90^\circ$  时为 2.67, 即此时的竖向端压力为其相应的水平端压力的 2.67 倍。对比工况 1、2 和 3 可知, 随着黏聚力  $c$  的增大, 其  $f(\alpha)$  的增大速率变小。这是由于黏聚力  $c$  是各向同性的且其占主导作用时, 锚杆倾角的影响将减弱。对比工况 2 和 4 可知, 随着内摩擦角  $\varphi$  的减小, 其  $f(\alpha)$  的增加速率变大较多。此处与  $K_0 \leq 1$  时  $f(\alpha)$  变化不敏感的情况较为不同。随内摩擦角  $\varphi$  的减小, 由内摩擦角引起的各向异性因素各自变化。其中  $K_a$  和  $K_p$  的影响减小, 但是  $K_0$  由  $\varphi = 28^\circ$  时的 1.41 变为  $\varphi = 24^\circ$  时的 1.67, 变化较大且在各向异性因素中占主要作用。因此, 各种各向异性因素综合作用的结果使得  $f(\alpha)$  的增加速率变大。对

比工况 2 和 5 可知, 随着埋深  $h$  的增大, 其  $f(\alpha)$  的增加速率变大。这可能是因为由地应力和内摩擦角引起的各向异性因素起较大作用。

由锚杆抗拔力公式(1)~(4)可知, 端压力  $p_D$  仅影响  $T_3$  部分的抗拔力, 对  $T_1$  和  $T_2$  部分没有影

响。对于  $T_3$  随锚杆倾角的变化同样满足  $T_3(\alpha) = f(\alpha)T_3(\alpha=0)$ , 即如图 5、6 所示的情况。仍然取曾庆义等<sup>[15]</sup> 工作中的参数, 得到表 1 各个工况下锚杆的极限抗拔力各分量与总量, 如表 2 所示。

表 2 各工况下锚杆的极限抗拔力各分量与总量

Tab. 2 Total ultimate pullout force and its components for ground anchors under different working conditions

kN

| 工况 | $T_1$ | $T_2$ | $K_0 \leq 1$       |         |                     |         |                     |         | $K_0 > 1$          |         |                     |         |                     |         |
|----|-------|-------|--------------------|---------|---------------------|---------|---------------------|---------|--------------------|---------|---------------------|---------|---------------------|---------|
|    |       |       | $\alpha = 0^\circ$ |         | $\alpha = 35^\circ$ |         | $\alpha = 90^\circ$ |         | $\alpha = 0^\circ$ |         | $\alpha = 35^\circ$ |         | $\alpha = 90^\circ$ |         |
|    |       |       | $T_3$              | $T$     | $T_3$               | $T$     | $T_3$               | $T$     | $T_3$              | $T$     | $T_3$               | $T$     | $T_3$               | $T$     |
| 1  |       |       | 276.1              | 886.8   | 202.5               | 813.2   | 65.7                | 676.5   | 543.3              | 1 145.0 | 718.7               | 1 329.4 | 1 101.2             | 1 711.9 |
| 2  |       |       | 496.3              | 1 107.0 | 425.1               | 1 035.8 | 286.0               | 896.6   | 754.5              | 1 365.2 | 939.4               | 1 550.2 | 1 321.4             | 1 932.2 |
| 3  | 158.3 | 452.4 | 716.5              | 1 327.3 | 646.0               | 1 256.8 | 506.2               | 1 116.9 | 974.7              | 1 585.5 | 1 160.0             | 1 770.7 | 1 541.7             | 2 152.4 |
| 4  |       |       | 459.3              | 1 070.1 | 397.1               | 1 007.9 | 275.7               | 886.4   | 496.7              | 1 107.4 | 764.5               | 1 375.2 | 1 326.6             | 1 937.3 |
| 5  |       |       | 833.8              | 1 444.5 | 673.6               | 1 284.3 | 366.3               | 977.0   | 1 407.5            | 2 018.2 | 1 817.9             | 2 428.6 | 2 667.4             | 3 278.1 |

由表 2 可知, 各个工况下, 锚杆倾角对  $T_3$  的影响较大, 对  $T$  有一定的影响。当  $K_0 \leq 1$  时,  $T$  随锚杆倾角的增大而减小; 当  $K_0 > 1$  时,  $T$  随锚杆倾角的增大而增大。值得注意的是,  $L_1$  是锚杆普通锚固段的计算长度, 对于非预应力锚杆, 常取实际长度减去两倍扩大头直径; 对预应力锚杆, 取值为 0<sup>[17]</sup>。郭钢等<sup>[3]</sup> 关于砂土中扩体锚杆承载力特性模型试验的研究表明: 普通锚固段相比扩体锚固段, 与其周围土体之间通常先产生界面剪切破坏, 而扩大头端压力因土体硬化可以持续加强。因此, 在实际应用时,  $T_1$  可能会更小,  $T_3$  对  $T$  的贡献可能会更大, 因而锚杆倾角对  $T$  的影响比较大。

对于常见的  $K_0 \leq 1$  的情况(见图 5), 如果将倾斜锚杆的抗拔力取值为完全水平锚杆的抗拔力, 其理论取值将偏大, 在工程上或偏于不安全。但当锚杆倾角较小时, 或可以采用锚杆完全水平时的解来估算土体对倾斜锚杆扩大头端部正压力所提供的抗拔力  $T_3$ 。比如, 图 5 中各工况, 在倾角小于 20° 时,  $T_3$  的误差在 10% 以内。类似地, 对于  $K_0 > 1$  的情况, 如果将倾斜锚杆的抗拔力取值为完全水平锚杆的抗拔力, 其理论取值将偏小。图 6 中各工况, 在倾角小于 20° 时,  $T_3$  的误差在 19% 以内。

对端压力公式(11)和(17)进行进一步的说明。曾庆义等<sup>[15]</sup> 给出了土体  $K_0 \leq 1$  时扩大头锚杆完全水平或完全竖直情况下的极限端压力, 是本研究极限端压力公式的两个极端情况, 而其他锚杆倾角下的端压力介于这两者之间。本研究分别讨论了土体  $K_0 \leq 1$  和  $K_0 > 1$  的情况, 因而研究成果对任意  $K_0$  的土体均适用。对于常规土体( $K_0 \leq 1$  的情况), 扩大头锚杆极限端压力与前人研究<sup>[9~10, 13]</sup> 中板式锚杆

板前土压力随锚杆倾角的变化规律相一致, 在定性层面上说明本文公式的正确性; 关于扩大头锚杆极限端压力随倾角变化的相关实测数据还较为缺乏。而对于特殊土体( $K_0 > 1$  的情况), 相应的试验数据更为缺乏。将本文的抗拔力理论解析解与各种情况实际试验结果(或数值模拟结果)进行广泛深入的对比研究, 是未来急需进行的工作。

### 3 结 论

1) 锚杆倾角对扩大头锚杆极限端压力具有较大的影响, 不可忽略。当  $K_0 \leq 1$  时, 锚杆极限端压力随着锚杆倾角的增大而减小; 当  $K_0 > 1$  时, 锚杆极限端压力随着锚杆倾角的增大而增大。对于常见的  $K_0 \leq 1$  的情况, 如果将倾斜锚杆的抗拔力取为完全水平锚杆的抗拔力, 其理论取值将偏大, 在工程上或偏于不安全。

2) 黏聚力具有各向同性性质, 较大的黏聚力使得端压力倾角比例函数  $f(\alpha)$  的变化速率变小; 内摩擦角使得各向异性因素( $K_a$ 、 $K_p$  和  $K_0$ )各自变化, 对倾角比例函数  $f(\alpha)$  产生一定的影响; 扩大头埋深增大, 使得由地应力和内摩擦角引起的各向异性因素起较大作用,  $f(\alpha)$  的变化速率变大。

3) 锚杆倾角对端压力所提供的抗拔力  $T_3$  具有较大的影响, 对整体抗拔力  $T$  有一定的影响。

### 参 考 文 献

- [1] 程良奎, 李象范. 岩土锚固、土钉、喷射混凝土——原理、设计与应用 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008
- CHENG Liangkui, LI Xiangfan. Rock and soil anchors, soil nails and shotcrete: principles, design and application [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008

- [2] 郭文龙, 李重阳, 龚星, 等. 扩大头锚杆抗拔力计算及影响因素分析[J]. 土工基础, 2012, 26(4):55  
GUO Wenlong, LI Chongyang, GONG Xing, et al. Uplift capacity of the underream ended anchors formed by jet grout [J]. Soil Engineering and Foundation, 2012, 26 (4):55. DOI:10. 3969/j. issn. 1004 - 3152. 2012. 04. 016
- [3] 郭钢, 刘钟, 邓益兵, 等. 砂土中扩体锚杆承载特性模型试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(12): 3645  
GUO Gang, LIU Zhong, DENG Yibing, et al. Model test research on bearing capacity characteristics of underreamed ground anchor in sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33 (12): 3645. DOI: 10. 16285/j. rsm. 2012. 12. 040
- [4] 陈帅, 卢廷浩, 马露. 抗浮锚杆的抗拔承载力分析和数值模拟[J]. 水利与建筑工程学报, 2013, 11(5): 39  
CHEN Shuai, LU Tinghao, MA Lu. Uplift bearing capacity analysis and numerical simulation of anti-floating anchor [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2013, 11(5): 39
- [5] 李粮纲, 易威, 潘攀, 等. 扩大头锚杆最大抗拔力计算公式探讨与分析[J]. 煤炭工程, 2014, 46(1): 102  
LI Lianggang, YI Wei, PAN Pan, et al. Discussion and analysis on max pullout force calculation formula of expanded head bolt[J]. Coal Engineering, 2014, 46(1): 102
- [6] 刘波, 张功, 杨伟红, 等. 扩大头锚索在饱和粉细砂层中的受力特性[J]. 地下空间与工程学报, 2016, 12(2): 412  
LIU Bo, ZHANG Gong, YANG Weihong, et al. Mechanical characters of bit expanded anchor rods in saturated fine sand stratum [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2016, 12(2): 412
- [7] MERIFIELD R S, SLOAN S W. The ultimate pullout capacity of anchors in frictional soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2006, 43(8): 852. DOI: 10. 1139/T06 - 052
- [8] EVANS T M, ZHANG N. Three-dimensional simulations of plate anchor pullout in granular materials [J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(4): 04019004. DOI: 10. 1061/(ASCE) GM. 1943 - 5622. 0001367
- [9] FRYDMAN S, SHAHAM I. Pullout capacity of slab anchors in sand [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26: 385. DOI: 10. 1139/t89 - 053
- [10] MURRAY E J, GEDDES J D. Resistance of passive inclined anchors in cohesionless medium[J]. Géotechnique, 1989, 39(3): 417. DOI: 10. 1680/geot. 1989. 39. 3. 417
- [11] HANNA A, FORIERO A, AYADAT T. Pullout capacity of inclined shallow single anchor plate in sand[J]. Indian Geotechnical Journal, 2015, 45(1): 110. DOI: 10. 1007/s40098 - 014 - 0113 - 7
- [12] BHATTACHARYA P, KUMAR J. Pullout capacity of inclined plate anchors embedded in sand [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2014, 51(11): 1365. DOI:10. 1139/cgj - 2014 - 0114
- [13] YU S B, HAMBLETON J P, SLOAN S W. Analysis of inclined strip anchors in sand based on the block set mechanism[J]. Applied Mechanics & Materials, 2014, 553: 422. DOI: 10. 4028/www. scientific.net/AMM. 553. 422
- [14] XANTHAKOS P P. Ground anchors and anchored structures[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 1991
- [15] 曾庆义, 杨晓阳, 杨昌亚. 扩大头锚杆的力学机制和计算方法[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1359  
ZENG Qingyi, YANG Xiaoyang, YANG Changya. Mechanical mechanism and calculation method of bit expanded anchor rods[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(5): 1359. DOI:10. 16285/j. rsm. 2010. 05. 037
- [16] 中国建筑科学研究院. 建筑基坑支护技术规程: JGJ 120—2012 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012  
China Academy of Building Research. Technical specification for retaining and protection of building foundation excavations: JGJ 120—2012 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2012
- [17] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 高压喷射扩大头锚杆技术规程: JGJ/T 282—2012 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012  
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical specification for underreamed anchor by jet grouting: JGJ/T 282—2012 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2012
- [18] 深圳钜联锚杆技术有限公司, 中国水利水电科学研究院. 笼芯囊锚杆技术规程: Q/JLL 005—2020 [S]. 深圳: 深圳钜联锚杆技术有限公司, 2020  
Shenzhen Julian Bolt Technology Co., Ltd., China Institute of Water Resources and Hydropower Research. Technical specification for core-bagged anchor: Q/JLL 005—2020 [S]. Shenzhen: Shenzhen Julian Anchor Technology Co., Ltd., 2020
- [19] JAKY J. The coefficient of earth pressure at rest[J]. Journal of Society of Hungarian Architects and Engineers, 1944, 78(22): 355
- [20] MESRI G, HAYAT T M. The coefficient of earth pressure at rest [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, 30: 647. DOI: 10. 1139/t93 - 056
- [21] DAS M B. Principle of geotechnical engineering [M]. 7th ed. Stamford: Cengage Learning, 2010

(编辑 刘 彤)