

DOI:10.11918/202103072

考虑动态摩阻的水柱分离弥合水锤 Godunov 模型

周 领<sup>1</sup>,王 宁<sup>2</sup>,赵 越<sup>3</sup>,王 欢<sup>4</sup>,黄 坤<sup>1</sup>,卢坤铭<sup>5</sup>

(1. 河海大学 水利水电学院,南京 210098;2. 四川省水利水电勘测设计研究院有限公司,成都 610031;  
3. 国际小水电中心,杭州 310002;4. 水利部产品质量标准研究所,杭州 310002;  
5. 中国三峡建工(集团)有限公司,成都 610041)

**摘 要:**长距离输水管道水力瞬变过程中水体压强达到汽化压强时,将会发生水柱分离现象,水柱弥合将产生异常高压,导致管路振动、变形甚至爆管事故。已有的水柱分离弥合水锤数学模型主要采用特征线法(Method of characteristics,MOC)计算,并且很少考虑动态摩阻引起的能量衰减。为提高水柱分离弥合水锤现象的计算精确度和稳定性,基于有限体积法二阶 Godunov 格式,建立了考虑动态摩阻的离散气体空穴模型(Discrete gas cavity model,DGCM)。为实现管道边界和内部单元的统一计算,提出虚拟边界的处理方法。将该模型模拟结果与实验数据以及已有的稳态摩阻模型的计算结果进行比较,并对网格数、压力修正系数等参数敏感性进行分析。结果表明,本模型能够准确模拟出纯水锤、水柱分离弥合水锤两种情况下瞬变压力,与实验数据基本一致;考虑动态摩阻的瞬态压力计算值与实验数据更吻合;与 MOC 相比,当库朗数小于 1.0 时,有限体积法二阶 Godunov 模型计算结果更准确、更稳定;尤其是,压力修正系数取值 0.9 及较密网格时数学模型能更为准确地再现实验结果。

**关键词:**水柱分离弥合;有限体积法;Godunov 格式;动态摩阻;离散气体空穴模型

中图分类号:TV143.1 文献标志码:A 文章编号:0367-6234(2023)04-0138-07

Godunov model for water column separation and rejoining water hammer considering unsteady friction

ZHOU Ling<sup>1</sup>, WANG Ning<sup>2</sup>, ZHAO Yue<sup>3</sup>, WANG Huan<sup>4</sup>, HUANG Kun<sup>1</sup>, LU Kunming<sup>5</sup>

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Sichuan Water Resources and Hydroelectric Investigation & Design Institute Co., Ltd., Chengdu 610031, China; 3. International Center on Small Hydro Power, Hangzhou 310002, China; 4. Standard & Quality Control Research Institute, Ministry of Water Resources, Hangzhou 310002, China; 5. China Three Gorges Construction Engineering Corporation, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** Water column separation occurs when the water pressure increases to vapor pressure during hydraulic transients in long distance water conveyance pipelines. Abnormal high pressure caused by water columns rejoining can lead to pipe vibration, deformation, and even explosion accidents. The existing mathematical models of water column separation and rejoining water hammer are mostly solved by the method of characteristics (MOC), and rarely consider the energy attenuation caused by unsteady friction factors. In order to improve the computational accuracy and stability of water column separation and rejoining, second-order Godunov scheme of finite volume method (FVM) was introduced to solve the discrete gas cavity model (DGCM) with unsteady friction factor. The virtual boundary method was proposed to realize the unified calculation of pipe boundary and internal nodes. The simulation results of the proposed model were compared with the experimental data and the calculated results from the existing steady friction model. The sensitivity of parameters including mesh number and pressure correction coefficient was analyzed. Results show that the proposed model was capable of accurately simulating the transient pressure in the cases of both pure water hammer and water column separation and rejoining water hammer, which was basically identical with the experimental data. The calculated transient pressure considering the unsteady friction factor was more consistent with the experimental data. Compared with MOC, when the Courant number was less than 1.0, the transient pressure calculated from the proposed model was more accurate and stable. In particular, the mathematical model could more accurately reproduce the experimental results when the pressure correction coefficient was 0.9 and finer mesh was used.

**Keywords:** water column separation and rejoining; finite volume method; Godunov scheme; unsteady friction; discrete gas cavity model

收稿日期: 2021-03-18; 录用日期: 2021-10-12; 网络首发日期: 2022-09-14  
网络首发地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1235.T.20220913.1727.006.html>  
基金项目: 国家自然科学基金(51679066,51839008); 霍英东教育基金会青年教师基金(161068)  
作者简介: 周 领(1985—),男,教授,博士生导师  
通信作者: 周 领,zlhu@163.com

在输水管道系统中,阀门关闭、泵停机等情况均可能引起负压,当压强降低至水体汽化压强时,管道中会出现蒸汽空穴,其发生、增长、聚集、溃灭过程被称作水柱分离弥合水锤现象。蒸汽空穴溃灭引起水柱弥合极易产生异常高压,而导致管路振动、变形,甚至爆管事故<sup>[1]</sup>。因此,为保障输水管道系统的安全运行,准确地预测和模拟系统中可能发生的常规水锤及水柱分离弥合水锤现象至关重要。

国内、外学者针对输水管道内水柱分离弥合水锤现象进行了大量数值模拟研究。Streeter<sup>[2]</sup>首次提出离散蒸汽空穴模型(Discrete vapor cavity model, DVCM),并用于预测水柱分离过程中瞬变压力,此后许多学者<sup>[3-5]</sup>对该模型进行了研究和讨论,指出:该模型当网格数增加时,由于多个空穴溃灭相互作用而导致不真实的压力峰值。Brown<sup>[4]</sup>首次考虑滞留气体对水柱分离的影响,提出了离散气体空穴模型(Discrete gas cavity model, DGCM)。随后文献<sup>[3, 5]</sup>对 DGCM 模型进行了改进,假定小气泡和水柱分离的热力学过程分别为等温过程和趋于绝热过程;研究指出,对于自由气体体积分数为小于  $10^{-7}$  或者更少时,可准确模拟水柱分离弥合水锤现象。Zhao 等<sup>[6]</sup>指出在相同计算精度下,二阶 Godunov 格式比特征线法(Method of characteristics, MOC)方法效率更高,且在  $C_r < 1.0$  时更稳定。Zhou 等<sup>[7]</sup>通过引入压强衰减系数,导出有限体积法(Finite volume method, FVM)的 DGCM 模型,成功消除了 MOC-DGCM 模型中出现的虚假数值振荡。然而,现有的水柱分离弥合水锤模型常采用恒定摩阻假定,低估了水锤压力的衰减,后续空穴的形成、弥合水锤压力的计算结果与实测值存在较大误差。

本文针对水柱分离弥合水锤现象,基于有限体积法二阶 Godunov 格式,建立了考虑动态摩阻的离散气体空穴模型(DGCM)。已有的水柱分离弥合水锤数学模型主要采用特征线法进行求解,并且很少考虑动态摩阻的影响。此外,与 Zielke 和 Vardy and Brown 原始加权类动态摩阻模型相比,本文采用 Trikha-wardy-brown (TVB)<sup>[8]</sup>简化形式加权类动态摩阻模型,既能准确描述动态摩阻的影响,又能大大提高计算效率。本文将所建二阶 Godunov-DGCM TVB 模型的模拟结果与实验数据以及已有的稳态摩阻模型的计算结果进行比较,并对网格数、压力修正系数等参数敏感性进行分析。

1 数学模型及其求解

1.1 基本假定

与 MOC-DGCM 模型一样,本文 FVM-DGCM 模型需要作相关基本假定<sup>[3]</sup>:小气泡的热力学过程为

等温过程;两个气穴之间充满水体,波速保持恒定;在气体空穴处应用局部连续性方程来满足液体质量守恒。此外,为实现二阶 Godunov-DGCM TVB 还需做出如下假设<sup>[7,9-10]</sup>:

1) 自由气体集中在控制体中心,称之为离散气体空穴,如图 1 所示。

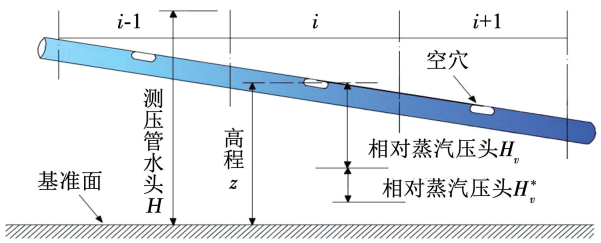


图 1 自由气体分布示意

Fig. 1 Schematic diagram of free gas distribution

2) 为计算空穴体积,将每个控制单元平分为两个相等的计算单元。这样处理原因为:有限体积法中每个控制体内压力、流量处处相等,这与特征线法采用节点的计算方法是不同的;为计算气体空穴体积变化,需要将每个控制单元平分为两个相等的小计算单元,两个小计算单元的流量通过上、下游控制体计算得到,进而求出中间气体空穴体积变化。

3) 两个相同计算单元内的压强和流量均由 FVM 计算。

4) 气体空穴体积变化受相邻等分体内流量变化控制。

根据上述假设,管道内会出现纯水锤、水柱分离弥合水锤两种瞬变流状态。因此,描述管道内空穴瞬变流的数学模型包括:纯水体及空穴两部分的控制方程。

1.2 基本方程

1.2.1 水锤模型

考虑动态摩阻的水锤连续方程和动量方程可以写成以下黎曼问题的形式:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \tag{1}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{U} \tag{2}$$

其中: $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} H \\ V \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} V & a^2/g \\ g & V \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g(J_Q + J_U) \end{pmatrix}$

式中: $J_Q$ 为稳态摩阻,  $J_U$ 为动态摩阻,  $x$ 为距离,  $t$ 为计算时间,  $H$ 为测压管水头,  $V$ 为流速,  $a$ 为波速,  $g$ 为重力加速度,  $\mathbf{U}$ 为待求向量,  $\mathbf{F}$ 为通量,  $\mathbf{A}$ 为系数矩阵,  $\mathbf{S}$ 为源项。

在有限体积法中,对于任意一个计算单元  $I_i$ ,其中心节点为  $i$ ,边界界面为  $i-1/2$  和  $i+1/2$ 。变量  $(H/V)$  定义在计算单元中心节点,并为计算单元的平均值,计算单元  $I_i$  的数值通量将在界面  $i-1/2$  和  $i+1/2$  处计算。

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \quad (3)$$

式中:  $\Delta x$  为计算单元长度,  $\Delta t$  为计算时间步长, 上标  $n$  表示  $t$  时刻, 即计算的当前时步(已知), 上标  $n+1$  表示  $t + \Delta t$  时刻, 即计算的下一时步(待求),  $U$  为在下一时步  $n+1$  的求解涉及计算单元界面处的数值通量并预估源项,  $F_{i-1/2}$  为  $i-1/2$  界面的离散通量,  $F_{i+1/2}$  为  $i+1/2$  界面的离散通量。

### 1.2.2 离散气体空穴模型

采用理想气体方程描述气穴变化(当气体空隙率为 0 时, 为纯水锤情况):

$$M_g R_g T = p_g^* \alpha \forall = p_0^* \alpha_0 \forall \quad (4)$$

式中:  $M_g$  为气体质量,  $R_g$  为气体常数,  $T$  为绝对温度,  $\forall$  为水气两相总体积,  $\alpha$ 、 $\alpha_0$  分别为气体在绝对压强  $p_g^*$  和参考压强  $p_0^*$  下气体空隙率,  $\alpha = \forall_g / \forall$ ,  $\forall_g$  为气体体积。

气体空穴绝对压强  $p_g^*$  为

$$p_g^* = \rho g (H - z - H_v) \quad (5)$$

式中:  $\rho$  为水体密度,  $z$  为管道中心线高程,  $H_v$  为水体绝对汽化压力水头。

气体空穴体积的连续性方程如下:

$$\frac{d\forall_g}{dt} = Q - Q_u \quad (6)$$

$$H_{g(j)}^{n+1} = \frac{H_{uj}^{n+1} + H_j^{n+1}}{2} \quad (7)$$

$$\forall_{g(j)}^{n+1} = \frac{p_0^* \alpha_0 \forall}{\rho g (H_{g(j)}^{n+1} - z - H_v)} \quad (8)$$

式中:  $Q_u$  为计算步时内平均流入截面的流量,  $Q$  为计算步时内平均流出截面的流量,  $H_{uj}^{n+1}$ 、 $H_j^{n+1}$  为第  $j$  个控制单元空穴上游侧和下游侧在计算时刻的测压管水头,  $H_{g(j)}^{n+1}$  为第  $j$  个控制单元平均测压管水头,  $z$  为计算节点高程。

### 1.2.3 简化加权类动态摩阻模型

采用权函数来描述瞬变过程中的动态摩阻, 可表示为

$$J_U = \frac{4}{\rho g D} \tau_w = \frac{16v}{g D^2} \int_0^t W(t-u) \frac{\partial V}{\partial t}(u) du \quad (9)$$

式中:  $D$  为管道直径,  $\tau_w$  为壁面剪切应力,  $v$  为运动黏度系数,  $u$  为在  $0 \sim t$  之间积分的时间变量,  $W$  为关于量纲一的时间的函数。权函数是历史速度和历史加速度的函数, 代表着历史速度和历史加速度对当前时刻瞬时摩阻的影响程度。在 Trikha 提出的简化权函数的基础上, 文献[8]提出了一种更准确的壁面剪切应力方法, 即 Trikha-Vardy-Brown 方法, 动态剪切应力  $\tau_u$  可表示为

$$\tau_u(t + \Delta t) \approx \frac{2\rho v}{R} \sum_{i=1}^N [Y_{ai}(t) e^{-(n_i v/R^2)\Delta t} + \frac{m_i R^2}{n_i v \Delta t} (1 - e^{-(n_i v/R^2)\Delta t}) (V(t + \Delta t) - V(t))] \quad (10)$$

式中:  $R$  为管道半径,  $Y_{ai}$  为历史速度对当前时刻壁面剪切应力的影响,  $m_i$ 、 $n_i$  为系数, Vardy 等[8]确定系数取值如下:  $[n_i, i = 1, \dots, 9] = [26.374\ 4; 10^{2.0}; 10^{2.5}; 10^{3.0}; 10^{4.0}; 10^{5.0}; 10^{6.0}; 10^{7.0}; 10^{8.0}]$  和  $[m_i, i = 1, \dots, 9] = [1.000\ 0; 2.183\ 0; 2.714\ 0; 7.545\ 5; 39.006\ 6; 106.807\ 5; 359.084\ 6; 1\ 107.929\ 5; 3\ 540.683\ 0]$ 。

### 1.3 有限体积法 Godunov 求解格式

#### 1.3.1 通量计算

在 Godunov 方法中[6,11], 数值通量可通过计算单元  $I_i$  各个界面处的局部黎曼问题进行求解[12]。对于内部计算单元  $I_i$ , 界面处  $i+1/2$  的通量为

$$F_{i+1/2} = A_{i+1/2} U_{i+1/2} = \frac{1}{2} A_{i+1/2} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a/g \\ g/a & 1 \end{pmatrix} U_L^n - \begin{pmatrix} -1 & a/g \\ g/a & -1 \end{pmatrix} U_R^n \right\} \quad (11)$$

式中:  $U_L^n$  为单元体  $i$  在边界  $i+1/2$  左侧的平均值,  $U_R^n$  为单元体  $i$  在边界  $i+1/2$  右侧的平均值。

#### 1.3.2 二阶格式

用 MUSCL-Hancock[3] 法进行线性重构得到二阶 Godunov 格式, 步骤如下:

1) 数据重构。为避免虚假震荡, 引入斜率限制器 MINMOD 函数:

$$\text{MINMOD}(\sigma_i^n, \sigma_{i-1}^n) = \begin{cases} \sigma_i^n, & |\sigma_i^n| < |\sigma_{i-1}^n|, \sigma_i^n \sigma_{i-1}^n > 0 \\ \sigma_{i-1}^n, & |\sigma_i^n| > |\sigma_{i-1}^n|, \sigma_i^n \sigma_{i-1}^n > 0 \\ 0, & \sigma_i^n \sigma_{i-1}^n \leq 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\sigma_j^n = (U_{j+1}^n - U_j^n) / \Delta x$ ,  $\sigma_{j-1}^n = (U_j^n - U_{j-1}^n) / \Delta x$ 。

$$U_i^L = U_i^n - 0.5 \Delta x \text{MINMOD}(\sigma_j^n, \sigma_{j-1}^n) \quad (13)$$

$$U_i^R = U_i^n + 0.5 \Delta x \text{MINMOD}(\sigma_j^n, \sigma_{j-1}^n) \quad (14)$$

式中: 上角标 L 为  $x \rightarrow x_{i-1/2}$  且  $x > x_{i-1/2}$ , 上角标 R 为  $x \rightarrow x_{i+1/2}$  且  $x < x_{i+1/2}$ 。

2) 推进时间计算。即:

$$U_i^{L*} = U_i^L - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F(U_i^R) - F(U_i^L)] \quad (15)$$

$$U_i^{R*} = U_i^R - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F(U_i^R) - F(U_i^L)] \quad (16)$$

3) Riemann 问题的近似求解。即:

$$U_L^n = U_i^{R*}, U_R^n = U_{i+1}^{L*} \quad (17)$$

#### 1.3.3 考虑动态摩阻的源项计算

考虑 TVB 动态摩阻项, 将其纳入源项, 在源项求解中, 采用二阶龙格-库塔法进行计算, 其显式求

解过程如下:

$$\overline{U}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n) \quad (18)$$

$$\overline{U}_i^{n+1} = \overline{U}_i^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} S(\overline{U}_i^{n+1}) \quad (19)$$

$$U_i^{n+1} = \overline{U}_i^{n+1} + \Delta t S(\overline{U}_i^{n+1}) \quad (20)$$

式中,  $S(\overline{U}_i^{n+1}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -g(J_Q(\overline{U}_i^{n+1}) + J_U(U_i^n)) \end{pmatrix}$ 。

1.3.4 虚拟边界处理方法

文献[6]中描述需要通过 Riemann 不变量方程单独计算边界处的通量值,然后计算其他单元控制体的通量值,文献[9,13]提出了虚拟边界处理方法,可以使边界和所有单元控制体的通量值统一计算。由二阶 Godunov 格式可知,计算时需知道与之相邻上、下游各两个单元数值,在上、下游边界处各加入两个虚拟单元 0、-1 和虚拟单元  $N+1$ 、 $N+2$ ,如图 2 所示。

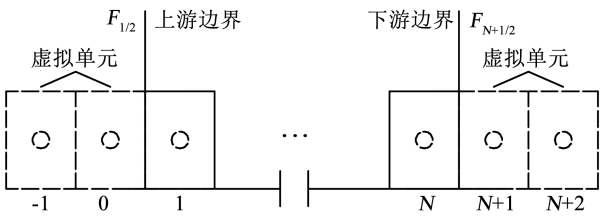


图 2 计算区域与虚拟单元

Fig. 2 Computation area and virtual cells

1) 上游边界为  $U_{-1} = U_0 = U_{1/2}$ 。

由式(11)联立负特征线可得 Riemann 不变量方程:

$$H_{1/2} - \frac{a}{g} V_{1/2} = H_1^n - \frac{a}{g} V_1^n \quad (21)$$

2) 下游边界为  $U_{N+1} = U_{N+2} = U_{N+1/2}$ 。

由式(11)联立正特征线可得 Riemann 不变量方程:

$$H_{N+1/2} + \frac{a}{g} V_{N+1/2} = H_N^n + \frac{a}{g} V_N^n \quad (22)$$

1.4 有限体积法求解 DGCM 模型的技术策略

根据 Godunov 方法,计算两个等分单元内测压管水头及流量,然后计算气体空穴处测压管水头和气穴的体积。根据两个等分单元内压强是否降低到或小于汽化压强有两种计算方法。

1.4.1 两等分单元内压强均大于汽化压强

当两部分的压强高于汽化压强时,气体空穴处压强取两部分的算术平均,即

$$H_{g(j)}^{n+1} = (H_{uj}^{n+1} + H_j^{n+1})/2 \quad (23)$$

将式(8)代入式(5)可得到:

$$\forall_{g(j)}^{n+1} = (p_0^* \alpha_0 \forall) / [\rho g (H_{g(j)}^{n+1} - z - H_v)] \quad (24)$$

由于离散气体空穴会影响其相邻两个等分单元内的流量变化,因此,等分单元的压强需要考虑自由气体的影响而做出调整。根据气体压强,气体空穴的水头与相邻两部分单元内水头的线性关系为:

$$H_{uj}^{n+1} = C_{-ap} H_{uj}^{n+1} + (1 - C_{-ap}) H_{g(j)}^{n+1} \quad (25)$$

$$H_j^{n+1} = C_{-ap} H_j^{n+1} + (1 - C_{-ap}) H_{g(j)}^{n+1} \quad (26)$$

式中:  $C_{-ap}$  为压力修正系数(0~1),  $C_{-ap} = 0$  时气体空穴的水头、相邻两部分单元内水头三者相等,  $C_{-ap} = 1.0$  意味着完全忽略气体空穴的影响,其取值将对瞬态水头计算结果有明显影响,这在后面将进行讨论。

1.4.2 任一等分单元内压强达到或低于液体汽化压强

一旦任一等分单元内压强降低达到或者低于液体汽化压强,空化初生,气体空穴内将同时包含自由气体和蒸汽,气体空穴体积变化根据连续方程(6)决定。

$$\forall_{g(j)}^{n+1} = \forall_{g(j)}^n + (Q_j^{n+1} - Q_{uj}^{n+1}) \Delta t \quad (27)$$

将式(27)代入式(4)、(5)得到关系式:

$$H_{g(j)}^{n+1} = \frac{p_0^* \alpha_0 \forall}{\rho_l g \forall_{g(j)}^{n+1}} + z(j) + H_v \quad (28)$$

此时,两个等分单元内压力均等于气体空穴内压力为

$$H_{uj}^{n+1} = H_j^{n+1} = H_{g(j)}^{n+1} \quad (29)$$

2 计算分析

采用本文所建立数学模型分别对纯水锤和水柱分离弥合水锤两种情况进行模拟分析,并将计算结果与文献[14-15]中实测数据进行了对比(实验数据见表1)。随后,对参数敏感性进行研究分析。

表 1 实验系统和工况参数

Tab. 1 Experimental system and operating parameters

| 工<br>况 | $V_0/$<br>( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) | $H_t/\text{m}$ | $t_c/\text{s}$ | $D/$<br>mm | $L/\text{m}$ | $a/$<br>( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) |
|--------|----------------------------------------------|----------------|----------------|------------|--------------|--------------------------------------------|
| 0      | 0.160                                        | 22.00          | 0.009          | 22.00      | 37.23        | 1 319.0                                    |
| 1      | 0.300                                        | 32.00          | 0.009          | 22.00      | 37.20        | 1 319.0                                    |
| 2      | 1.125                                        | 21.74          | 0.024          | 19.05      | 36.00        | 1 280.0                                    |
| 3      | 0.332                                        | 23.41          | 0.022          | 19.05      | 36.00        | 1 280.0                                    |

2.1 模型验证

2.1.1 纯水锤现象验证

纯水锤现象验证采用实验工况 1,数值模拟结果和实验结果对比如图 3 所示。

图 3 中,曲线 Experiment 和 MOC-TVb 分别是已有文献中的实验结果和文献中模型计算结果,本文采用二阶 Godunov-SFM 和二阶 Godunov-TVb 计算与之对比。采用 MOC-TVb 和二阶 Godunov-TVb 两

种方法得到压力计算结果基本相同。对比稳态摩阻模型、二阶 Godunov-TVB 计算结果以及实验数据可知,稳态摩阻模型的模拟结果仅最大压力(第 1 峰值)与实验结果比较接近,随后压力值衰减较小,与实验数据相差较大;MOC-TVB 和二阶 Godunov-TVB 两个模型能准确模拟出实验压力波动曲线的整个过程。

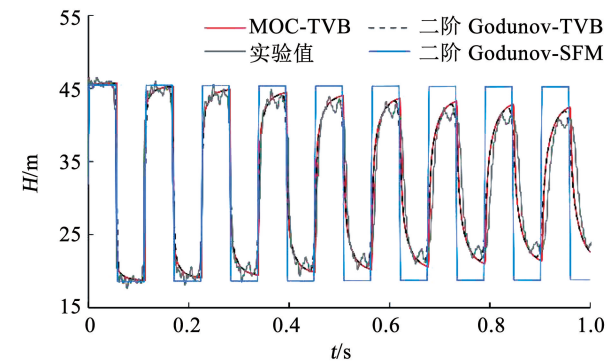


图 3 计算结果与实验结果比较(工况 1)  
Fig. 3 Comparison of calculated and experimental results(Case 1)

2.1.2 水柱分离弥合水锤现象验证

水柱分离弥合水锤现象验证采用工况 2、3,采用建议初始含气率  $10^{-7}$ [16],如图 4 所示。

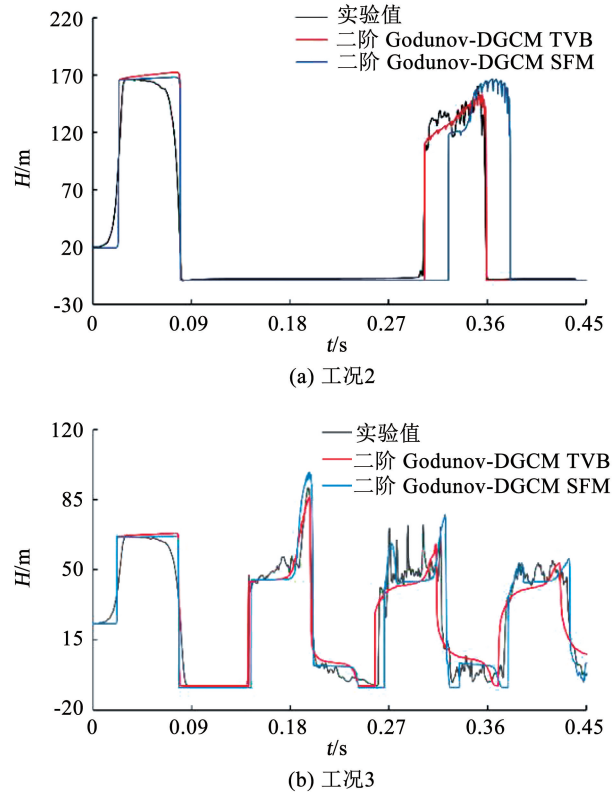


图 4 工况 2、3 下二阶 Godunov 格式稳态摩阻与动态摩阻结果与实验数据对比

Fig. 4 Comparison of steady and unsteady friction results of second-order Godunov scheme and experiment data (Cases 2 and 3)

图 4 给出了发生水柱分离工况 2、3 管道沿线的二阶 Godunov-DGCM TVB 计算结果与实验值、二阶 Godunov-DGCM SFM 计算结果的比较。从图 4 中可以看出,考虑动态摩阻的数学模型能更为准确地模拟出实验的压力峰值、波动周期及压力衰减。

动态摩阻对第 1 峰值压力影响相对较小,但对后续压力波动衰减影响较大,这是因为在前期内,第 1 峰值压力为直接水锤压力,水锤波传递路径短,压力衰减小,动态摩阻的影响较小。随着瞬变过程进行,水锤波往返传播距离增大,导致衰减加大。

2.2 参数敏感性分析

2.2.1 库朗数影响

图 5 给出库朗数  $C_r$  分别取 0.1、0.5 和 1.0 时, MOC-TVB 模型模拟的压力变化曲线。从图中可以看出,在 MOC 求解格式下,当  $C_r < 1.0$  时,压力波动曲线出现了明显的数值耗散。

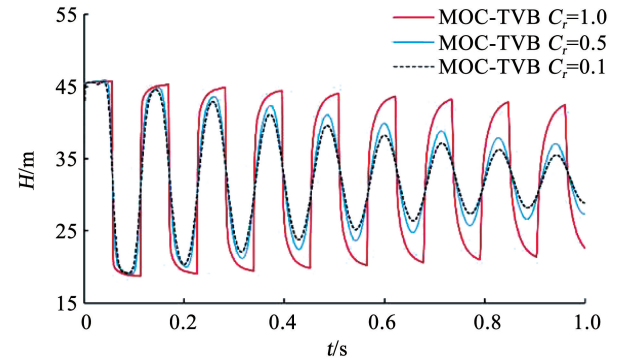


图 5 在 MOC-TVB 中  $C_r$  的影响(工况 1)  
Fig. 5 Effect of  $C_r$  in MOC-TVB (Case 1)

图 6 是工况 1 中二阶 Godunov-TVB 模型压力计算结果,其中  $C_r$  分别取 0.9、0.5 和 0.1。由图中可知,  $C_r$  取 0.1 和 0.5 时压力波动曲线与  $C_r$  取 0.9 时压力波动曲线几乎一致,只产生了轻微的数字衰减。

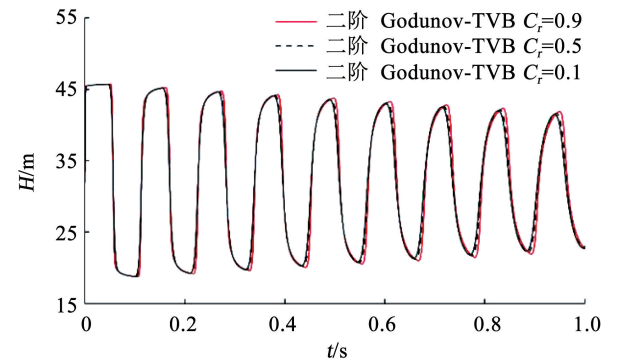


图 6 在二阶 Godunov-TVB 中  $C_r$  的影响(工况 1)  
Fig. 6 Effect of  $C_r$  in second-order Godunov-TVB (Case 1)

综上所述,随着  $C_r$  减小, MOC-TVB 和二阶 Godunov-TVB 计算结果均会产生数值衰减的现象。但二阶 Godunov 格式计算结果产生的衰减幅度远小

于特征线法。这是因为经典的 MOC 方法计算精度为一阶精度,当  $C_r < 1.0$  时,一阶精度 MOC 会出现严重数值耗散情况;相关研究在文献[16]中做过分析。在  $C_r < 1.0$  时,二阶 Godunov 格式计算结果具有较高的稳定性和准确性。

2.2.2 网格数划分影响

图 7 是工况 3 在取不同网格数情况下,本文模型模拟压力结果与实验数据对比。从图中可以看出,当采用细密网格  $N = 256$  时,压力波动峰值、周期均与实验值更接近。

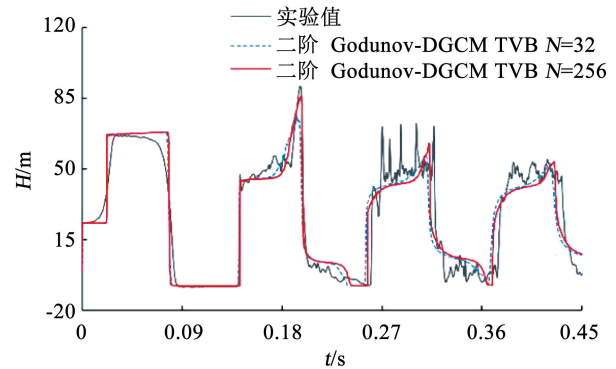


图 7 在  $N=32$ 、 $N=256$  时阀门计算结果曲线(工况 3)  
Fig. 7 Calculation result at the valve when  $N=32$  and  $N=256$  (Case 3)

2.2.3 压力修正系数影响

采用理论工况 0 分析压力修正系数  $C_{ap}$  对模型数值耗散的影响。此工况不考虑稳态和动态摩阻,计算结果的衰减均为数值耗散引起。图 8 比较了当  $C_{ap} = \{1.0, 0.9, 0.5, 0.1\}$  时,精确解与模型计算结果。初始空隙率采用建议取值  $\alpha_0 = 10^{-7}$ 。

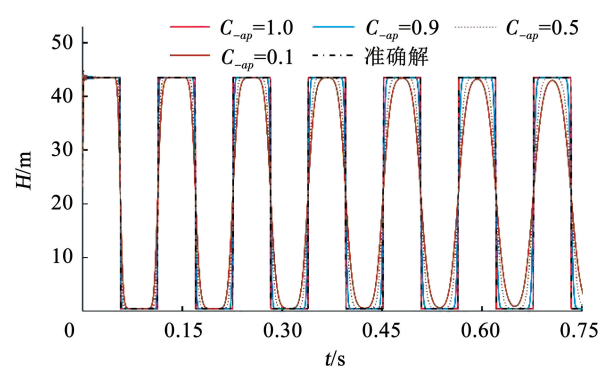


图 8 在二阶 Godunov-DGCM TVB 模型中  $C_{ap}$  取不同值时计算结果(工况 0)  
Fig. 8 Effect of  $C_{ap}$  on calculated results in second-order Godunov-DGCM TVB model (Case 0)

由图 8 可知,当  $C_{ap} < 1.0$  时,计算压力结果存在数值耗散, $C_{ap}$  越小数值耗散越严重。当  $C_{ap}$  取 0.1 时,计算结果的数值耗散最严重,压力幅值与理论值相差较大,这可能导致低估系统最大压力。综

上所述,虽然  $C_{ap}$  的减小会导致计算结果发生数值耗散的情况,但是可以看出  $C_{ap}$  取 0.5、0.9 和 1.0 时,本文模型模拟的压力幅值与理论值基本保持一致。因此,二阶 Godunov-DGCM TVB 模型在对水锤现象进行分析时,建议  $C_{ap}$  在 0.9 ~ 1.0 范围内取值。

在工况 3 下,二阶 Godunov-DGCM TVB 模型计算阀门处压力结果曲线如图 9 所示。从图 9 中可以看出,当  $C_{ap} = 1.0$  时,计算的结果出现了高频震荡,这在网格数取较小值时更明显。 $C_{ap} = 0.9$  时拟合效果较好。

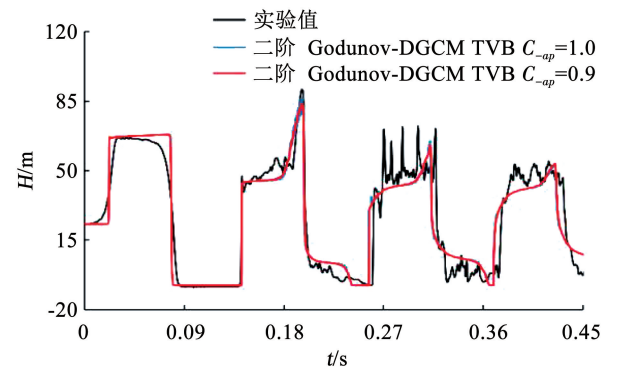


图 9 在二阶 Godunov-DGCM TVB 模型中  $C_{ap}$  取不同值时计算结果(工况 3)  
Fig. 9 Effect of  $C_{ap}$  on calculated results in second-order Godunov-DGCM TVB model (Case 3)

2.2.4 水锤波速及初始流速影响

以工况 3 为例,水锤波速分别取为 1 200、1 250、1 300、1 350、1 400 m/s;初始流速分别取为 0.20、0.25、0.30、0.35、0.40 m/s,模型计算结果对比如图 10、11 所示。

水锤波速受管径、壁厚、管材以及液体温度等影响,气泡也会对水锤波速以及水锤产生较大的影响<sup>[17]</sup>。由图中可知,水锤波速在 1 200 ~ 1 400 m/s 范围内,随着水锤波速增大,峰值压力增大,呈线性变化规律。

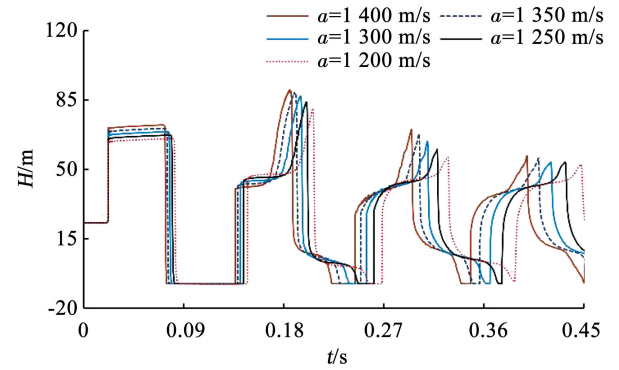


图 10 水锤波速对计算压力结果影响  
Fig. 10 Effect of water hammer wave speed on calculated pressure results

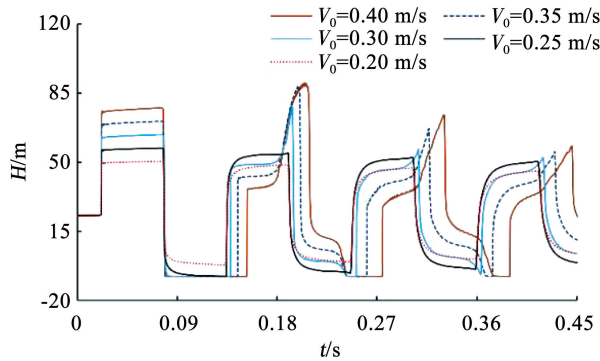


图 11 初始流速对计算压力结果影响

Fig. 11 Effect of initial velocity on calculated pressure results

随着初始流速的增大,压力峰值增大。初始流速越大,水体初始能量越大,产生转换为压力的能量越大,而形成更大水锤压力。流速的增大加大了流体自身惯性力<sup>[18]</sup>,使得发生水柱分离弥合时水体惯性增大,从而导致弥合水锤压力增大。

### 3 结 论

1) 本文建立的考虑动态摩阻的水柱分离弥合水锤 Godunov 模型能够准确模拟出纯水锤和水柱分离弥合水锤两种情况的瞬变压力,均与实验数据高度吻合。

2) 与已有的特征线模型相比,本文所建二阶 Godunov 模型具有更好的稳定性和准确性。这是因为,当  $C_r \leq 1.0$  时,特征线模型会产生严重的数值耗散现象,而二阶 Godunov 模型计算结果均与实验值吻合更好。

3) 模型中压力修正系数  $C_{ap} = 0.9$  时,计算结果更准确、稳定;  $C_{ap} > 0.9$  时,计算结果会产生震荡,  $C_{ap} < 0.9$  时,会导致严重的数值耗散。

4) 随着水锤波速、初始流速的增大,压力峰值增大,并且与水锤波速呈现规律性关系。

5) 在水柱分离弥合水锤现象发生的瞬变过程中,水体的瞬态运动特性、空穴特征及管道形变或振动等多因素相互耦合作用,因此,若能综合考虑上述多因素动态耦合,将能更真实精准地描述水柱分离弥合现象。

### 参考文献

- [1] 姚青云, 李志敏. 事故停泵水锤对压力管道的影响[J]. 排灌机械, 2006, 24(6): 45  
YAO Qingyun, LI Zhimin. Effect of water hammer to pressure pipes for pumping accidents[J]. Drainage and Irrigation Machinery, 2006, 24(6): 45. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8530.2006.06.012
- [2] STREETER V L. Water hammer analysis[J]. Journal of Hydraulic Division, 1969, 95: 1959. DOI: 10.1061/JYCEAJ.0002199
- [3] WYLIE E B, STREETER V L, SUO Lisheng. Fluid transients in systems[M]. New York: Prentice Hall, 1993

- [4] BROWN R J. Water-column separation at two pumping plants[J]. Journal of Basic Engineering, 1968, 90(4): 521. DOI:10.1115/1.3605184
- [5] DE VRIES A H. Cavitation door waterslag in horizontale leidingen met enige hoge punten [R]. Delft, Netherlands: Delft Hydraulics Laboratory, 1973
- [6] ZHAO Ming, GHIDAOU M S. Godunov-type solutions for water hammer flows [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 130(4): 341. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2004)130:4(341)
- [7] ZHOU Ling, WANG Huan, BERGANT A, et al. Godunov-type solutions with discrete gas cavity model for transient cavitating pipe flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, 144(5): 04018017. DOI:10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001463
- [8] VARDY A, BROWN J. Efficient approximation of unsteady friction weighting functions [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 130(11): 1097. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2004)130:11(1097)
- [9] 王欢. 管道内液柱分离-弥合瞬变流的动态特性研究[D]. 南京: 河海大学, 2018  
WANG Huan. Investigation on dynamic behavior of transient flow with liquid column separation in pipelines[D]. Nanjing: Hohai University, 2018
- [10] 赵越. 基于有限体积法 Godunov 格式的管道瞬变流数学建模及研究[D]. 南京: 河海大学, 2019  
ZHAO Yue. Finite volume method Godunov-type scheme for transient flow in pipeline[D]. Nanjing: Hohai University, 2019
- [11] 蒋明, 陈明. 求解管道耦合水力瞬变模型的 Godunov 格式[J]. 应用力学学报, 2013, 30(3): 406  
JIANG Ming, CHEN Ming. Godunov scheme for solving coupling hydraulic transient model of the pipeline [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 30(3): 406. DOI: 10.11776/cjam.30.03.C039
- [12] GUINOT V. Riemann solvers for water hammer simulations by Godunov method[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 49(7): 851. DOI: 10.1002/1097-0207(20001110)49:73.0.CO;2-#
- [13] 赵越, 周领, 刘德有, 等. 基于有限体积法 Godunov 格式的水锤计算模型[J]. 水利水电科技进展, 2019, 39(1): 76  
ZHAO Yue, ZHOU Ling, LIU Deyou, et al. Water hammer model based on finite volume method and Godunov-type scheme [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2019, 39(1): 76. DOI: 10.3880/j.issn.1006-7647.2019.01.013
- [14] BERGANT A, SIMPSON A R, VITKOVSK J. Developments in unsteady pipe flow friction modelling [J]. Journal of Hydraulic Research, 2001, 39(3): 249. DOI: 10.1080/00221680109499828
- [15] SIMPSON A R. Large water hammer pressures due to column separation in sloping pipes[D]. Ann Arbor: University of Michigan, 1986
- [16] ZHOU Ling, WANG Huan, LIU Deyou, et al. A second-order finite volume method for pipe flow with water column separation [J]. Journal of Hydro-environment Research, 2016, 17: 47. DOI: 10.1016/j.jher.2016.11.004
- [17] 张彦光. 压力管道水锤波速影响因素的分析及其对长距离输水管道中水锤计算的影响研究[D]. 西安: 长安大学, 2011  
ZHANG Yanguang. An analysis of influential factors of the water hammer's wave velocity in pressure pipeline and a study on its influences upon the calculation of water hammer in the long-distance water delivery pipelines[D]. Xi'an: Chang'an University, 2011
- [18] 魏闯, 李明思, 雷成霞, 等. 流速对管网水锤负压影响的试验研究[J]. 石河子大学学报(自然科学版), 2020, 38(3): 307  
WEI Chuang, LI Mingsi, LEI Chengxia, et al. Experimental study on the effect of flow velocity on negative pressure of water hammer in pipe network [J]. Journal of Shihezi University (Natural Science), 2020, 38(3): 307. DOI: 10.13880/j.cnki.65-1174/n.2020.21.060

(编辑 张 红)