

DOI:10.11918/202212012

稳态渗流下非饱和土涵洞竖向土压力的迭代解与简化

张常光^{1,2}, 吴凯³, 孟祥忠¹, 王晓轮¹

(1. 长安大学 建筑工程学院, 西安 710061; 2. 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室(成都理工大学), 成都 610059; 3. 中国兵器工业试验测试研究院, 陕西 华阴 714200)

摘要: 为描述稳态渗流下不同类别非饱和土涵洞的竖向土压力变化, 应用圆弧小主应力轨迹法和 Mohr 应力圆获得考虑土拱效应的滑移面土压力系数, 继而基于非饱和土的有效应力强度公式与吸应力理论, 由水平薄层单元的竖向力平衡分别建立稳态渗流下上埋式/沟埋式非饱和土涵洞竖向土压力的迭代解, 给出应用步骤并开展对比验证与方法拓展, 最后结合吸应力沿深度分布规律提出涵洞竖向土压力的简化实用公式。研究表明: 涵洞竖向土压力迭代解能合理反映土体类别、水分蒸发、降雨入渗和土拱效应的综合影响, 并得到文献现场实测和理论公式数据的正确性验证以及对非饱和土涵洞的适用性; 涵洞竖向土压力实用公式可显式表达且精度良好, 方便估算不同稳态渗流下涵洞主要荷载; 砂土涵洞可忽略非饱和特性影响而按饱和土计算竖向土压力, 粉土和黏土涵洞可简化吸应力沿深度为线性分布; 上埋式涵洞土拱负效应使得竖向土压力增大, 而沟埋式涵洞土拱正效应使得竖向土压力减小。

关键词: 涵洞; 非饱和土; 竖向土压力; 稳态渗流; 实用公式

中图分类号: TU432

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2024)03-0068-10

Iterative solutions of vertical earth pressure against culverts in unsaturated soils under steady infiltration and its simplification

ZHANG Changguang^{1,2}, WU Kai³, MENG Xiangzhong¹, WANG Xiaolun¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection (Chengdu University of Technology), Chengdu 610059, China; 3. Norinco Group Testing and Research Institute, Huayin 714200, Shaanxi, China)

Abstract: In order to describe the variation of vertical earth pressure against culverts for different types of unsaturated soils under steady infiltration, the earth pressure coefficient at a sliding surface considering soil arching effect was derived by assuming the minor principal stress trajectory and Mohr stress circle. Based on the effective stress strength equation of unsaturated soils, the suction stress theory, and the vertical force equilibrium of a horizontal thin layer element, this study then respectively presented iterative solutions of vertical earth pressure against positive-buried/trench-buried culverts in unsaturated soils under steady infiltration along with providing application steps. Comparative validations and method extensions were also performed. Finally, simplified practical formulations of vertical earth pressure were introduced according to distribution laws of suction stress with depth. The results show that iterative solutions of vertical earth pressure against culverts can reasonably address comprehensive influences of soil type, water evaporation, rainfall infiltration, and soil arching effect. Moreover, these iterative solutions and their applicability to culverts in unsaturated soils are verified by comparing with the data of field measurements and theoretical calculations reported in the literature. Practical formulations of vertical earth pressure against culverts can be expressed explicitly with high accuracy, and they are readily to be adopted to estimate primary culvert loads under different steady infiltrations. Vertical earth pressure against culverts in sands could be determined as saturated soils due to ignoring the effect of unsaturated characteristics. The suction stress can be simplified as a linear profile with depth for culverts in silts and clays. The negative soil arching effect of a positive-buried culvert increases the vertical earth pressure, whereas the positive soil arching effect of a trench-buried culvert reduces the vertical earth pressure.

Keywords: culvert; unsaturated soils; vertical earth pressure; steady infiltration; practical formulation

收稿日期: 2022-12-04; 录用日期: 2022-12-24; 网络首发日期: 2024-03-27

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20240325.1414.004>

基金项目: 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金(SKLG2020K022); 中央高校基本科研业务费专项资金(300102282206)

作者简介: 张常光(1982—), 男, 博士, 教授

通信作者: 张常光, zcg1016@163.com

涵洞是基础设施中常见的地下构筑物,广泛应用于交通、水利和油气输送等工程。随着涵洞修筑地质水文环境的恶化以及长期服役性能退化,涵洞结构安全问题日益突出。竖向土压力是涵洞结构设计考虑的主要荷载,也是影响涵洞结构安全的首要因素。根据埋设方式涵洞分为上埋式和沟埋式两类,众多学者基于饱和土力学对两类涵洞竖向土压力进行了系统研究^[1-5]。然而,工程实践中遇到的土体大多处于非饱和状态^[6-8],饱和状态仅是非饱和状态的一个特例,文献[9]对回填非饱和砂土的混凝土涵洞竖向土压力进行了现场实测,文献[10]获得了回填非饱和黏土时波纹管涵洞现场实测竖向土压力的分布特征,探讨非饱和土涵洞的竖向土压力计算方法,可完善并优化涵洞结构设计理论。

关于非饱和土结构物竖向土压力的理论研究,代表性进展有:文献[11]推导了4种给定吸力分布下非饱和土 Trapdoor 问题的松动土压力公式,文献[12]建立了线性吸力分布下非饱和土浅埋隧道竖向土压力的有效应力法解答,文献[13]提出了线性与均匀两种吸力分布下非饱和土上埋式涵洞的竖向土压力解析解。上述非饱和土竖向土压力公式均事先假定具体的吸力分布形式,难以反映土体类别、外界大气环境(降雨入渗、静水压力 and 水分蒸发)所引发的吸力大小与分布变化,在实际工程应用中存在一些不适用情形,亟需构建不受具体吸力分布形式限制的非饱和土涵洞竖向土压力解答。文献[14]基于吸应力理论创立了非饱和土的有效应力强度公式,结合达西定律得到稳态渗流下基质吸力和吸应力的理论表达式,已在非饱和土地基承载力、边坡稳定性等问题中得到实践与检验^[15-16]。同时,涵洞回填土内部的土拱效应显著^[17],假定圆弧小主应力轨迹是分析涵洞土拱效应的有效途径^[18]。

因此,本文首先以圆弧小主应力轨迹描述非饱和和回填土的土拱效应,推导涵洞滑移面处的土压力系数,继而基于非饱和土的有效应力强度公式和吸应力理论,分别建立稳态渗流下两类非饱和土涵洞的竖向土压力迭代解,给出应用步骤并进行对比验证与方法拓展,最后探讨涵洞竖向土压力迭代解的工程简化。

1 基本理论

1.1 力学模型

鉴于涵洞长度多远大于其横断面尺寸、涵洞与回填土存在明显刚度差异以及两类涵洞不同的施工方法,图1给出了平面应变状态下涵-土体系的两种受力模型,其中 B 为箱型涵洞的宽度, h 为箱型涵

洞的高度, H 为从涵顶算起的填土高度,地下水位 D_w 低于涵底,假定地基为刚体并忽略涵洞的结构变形,上埋式涵洞内/外土柱的非饱和和回填土相同,沟埋式涵洞内土柱为非饱和和回填土、外土柱为原状地基土。

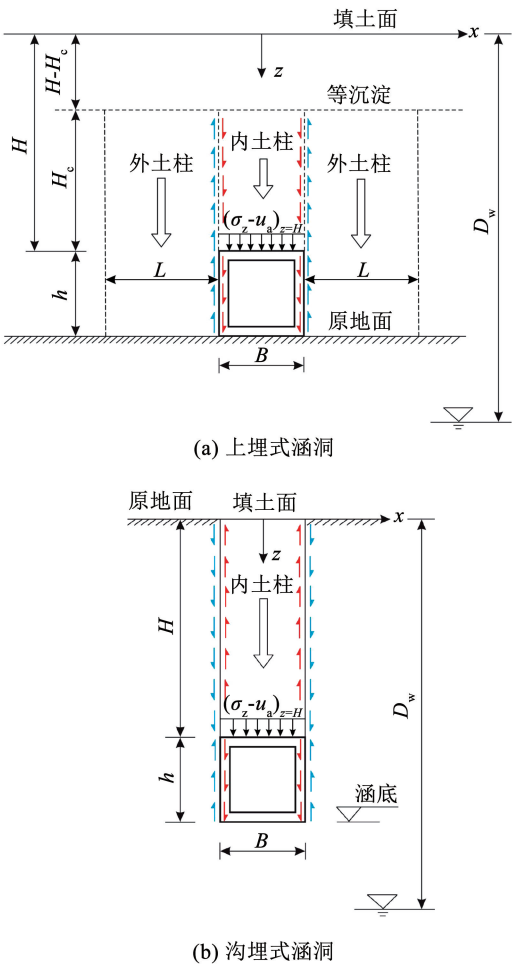


图1 涵-土体系的受力模型

Fig. 1 Mechanical model of the culvert-soil system

因为涵洞刚度大于回填土刚度,图1(a)中上埋式涵洞内土柱沉降量小于外土柱沉降量而存在沉降差,进而外土柱对内土柱的摩擦力向下,当二者沉降量相等时出现等沉面及等沉面高度 H_c 。与上埋式涵洞内土柱摩擦力的方向相反,槽壁对图1(b)中沟埋式涵洞内土柱的摩擦力向上。

1.2 非饱和土强度

文献[14]定义的非饱和土有效应力 σ' 为

$$\sigma' = (\sigma - u_a) - \sigma_s \tag{1}$$

式中: σ 为总应力, u_a 为孔隙气压力, $\sigma - u_a$ 为净法向应力, σ_s 为吸应力。

将式(1)代入 Mohr-Coulomb 准则的有效应力公式得

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' - \sigma_s \tan \varphi' \tag{2}$$

式中 τ_f 为土体抗剪强度, c' 和 φ' 分别为饱和状态下土体的有效黏聚力、有效内摩擦角。

式(2)为非饱和土基于吸应力理论的抗剪强度公式,其中吸应力 σ_s 的表达式为

$$\begin{cases} \sigma_s = -(u_a - u_w), u_a - u_w \leq 0 \\ \sigma_s = -\frac{u_a - u_w}{\{1 + [\alpha(u_a - u_w)]^n\}^{\frac{n-1}{n}}}, u_a - u_w > 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: u_w 为孔隙水压力, $u_a - u_w$ 为基质吸力, α 近似为进气值的倒数, n 为无量纲的常数。

文献[19]根据达西定理和 Gardner 模型求得稳态渗流下均质非饱和土的基质吸力为

$$u_a - u_w = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\gamma_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right] \quad (4)$$

式中: γ_w 为水重度; k_s 为饱和渗透系数; q 为稳态渗流量, 存在水分蒸发 ($q > 0$)、静水压力 ($q = 0$) 和降雨入渗 ($q < 0$) 3 种情况; q/k_s 为无量纲量, 代表最小水力坡降和渗流强弱。

将式(4)代入式(3), 得稳态渗流下均质非饱和土的吸应力 σ_s 为

$$\sigma_s = \frac{1}{\alpha} \frac{\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\gamma_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right]}{\left(1 + \left\{ -\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-\gamma_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\}^n \right)^{\frac{n-1}{n}}} \quad (5)$$

1.3 土拱效应

因涵-土体系左右受力对称, 只取模型左侧一半进行分析。在图 2(a) 中, 上埋式涵洞内土柱回填土产生土拱负效应, 所形成的小主应力轨迹为虚线上凸拱; 在图 2(b) 中, 沟埋式涵洞回填土产生土拱正效应, 所形成的小主应力轨迹为虚线下凸拱。假定两类涵洞不同深度处的小主应力轨迹均为圆弧, 圆心在涵洞竖对称轴上。

以图 2(a) 中上埋式涵洞滑移面处的 A 点为例, 图 3(a) 给出了水平薄层单元达到极限平衡时的 Mohr 应力圆, 将其纵坐标向左平移 $c' \cot \varphi'$ 转化为无黏性土, 并在图 3(b) 中标出 A 点应力。

新应力系的坐标为

$$\begin{cases} \hat{\sigma} = \sigma' + c' \cot \varphi' \\ \hat{\tau} = \tau \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\hat{\sigma}$ 和 $\hat{\tau}$ 分别为新应力系的变换正应力、变换切应力。

令 N 为图 3(b) 中变换大主应力 $\hat{\sigma}_1$ 与变换小主应力 $\hat{\sigma}_3$ 的比值, 即

$$N = \frac{\hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}_3} = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (7)$$

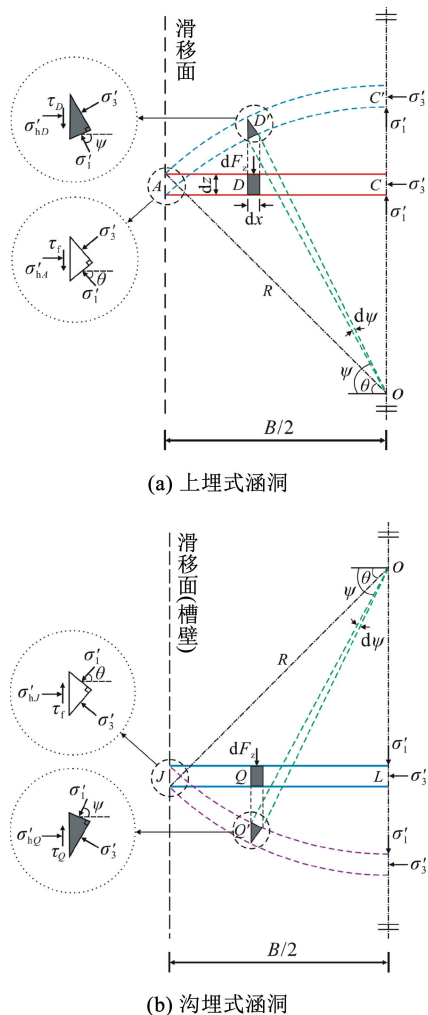


图 2 小主应力轨迹

Fig. 2 Minor principal stress trajectory

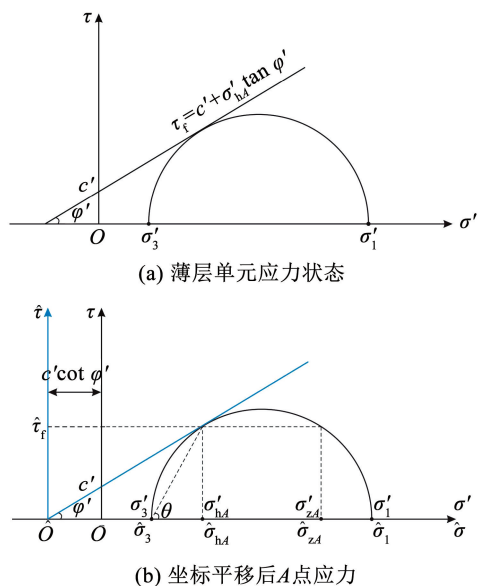


图 3 薄层单元应力状态及坐标平移后 A 点应力

Fig. 3 Stress state of a thin layer element and stresses of point A after translating coordinate axis

2 公式推导

首先,在新应力系下由涵洞非饱和回填土拱效应与 Mohr 应力圆推导滑移面土压力系数;其次,分析水平薄层单元的竖向力平衡,考虑上埋式/沟埋式涵洞滑移面摩擦力的方向差异,结合非饱和土吸应力理论分别建立两类涵洞的竖向土压力迭代解,其中上埋式涵洞需确定等沉面高度;最后,给出应用两类涵洞竖向土压力迭代解的步骤,同时对涵洞力学模型假定进行了方法拓展。

2.1 上埋式涵洞

2.1.1 滑移面土压力系数

根据图 2(a) 中滑移面 A 点微元的力平衡,得 A 点的水平有效应力 σ'_{hA} 为

$$\sigma'_{\text{hA}} = \sigma'_1 \cos^2 \theta + \sigma'_3 \sin^2 \theta \quad (8)$$

式中 θ 为 A 点有效大主应力作用面与水平面的夹角,且 $\theta = 45^\circ + \varphi'/2$ 对有效小主应力达到最大偏转、土拱效应充分发挥。

在新应力系下,任意 D 点对应图 2(a) 中圆弧轨迹上 D' 点的变换水平应力 $\hat{\sigma}_{\text{hD}}$ 为

$$\hat{\sigma}_{\text{hD}} = \hat{\sigma}_1 \cos^2 \psi + \hat{\sigma}_3 \sin^2 \psi \quad (9)$$

式中 ψ 为 D 点有效大主应力作用面与水平面的夹角,且 $\theta \leq \psi \leq 180^\circ - \theta$ 。

将式(9)除以 $\hat{\sigma}_1$ 并利用 $\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_3 = \hat{\sigma}_{\text{xD}} + \hat{\sigma}_{\text{hD}}$,得 D 点的变换竖向应力 $\hat{\sigma}_{\text{xD}}$ 为

$$\hat{\sigma}_{\text{xD}} = \hat{\sigma}_1 (\sin^2 \psi + \cos^2 \psi / N) \quad (10)$$

由式(10)角度积分得水平薄层单元的变换竖向力 $\hat{F}_z$,继而除以箱型涵洞的宽度 B 得变换平均竖向应力 $\hat{\sigma}_z$ 为

$$\hat{\sigma}_z = \frac{\hat{F}_z}{B} = \frac{\hat{F}_z}{2R \cos \theta} = \hat{\sigma}_1 \left(1 - \frac{N-1}{3N} \cos^2 \theta \right) \quad (11)$$

式中 $R = 0.5B / \cos \theta$ 为圆弧半径。

将 A 点的变换水平应力除以变换平均竖向应力式(11),得新应力系下滑移面土压力系数 $\hat{K}$ 为

$$\hat{K} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{hA}}}{\hat{\sigma}_z} = \frac{\sigma'_{\text{hA}} + c' \cot \varphi'}{\sigma'_z + c' \cot \varphi'} = \frac{3N \cos^2 \theta + 3 \sin^2 \theta}{3N - (N-1) \cos^2 \theta} \quad (12)$$

根据非饱和土的有效应力式(1),由式(12)得旧应力系下滑移面净水平应力 $\sigma_{\text{hA}} - u_a$ 为

$$\sigma_{\text{hA}} - u_a = \hat{K}(\sigma_z - u_a) + (1 - \hat{K})(\sigma^s - c' \cot \varphi') \quad (13)$$

式中 $(\sigma_z - u_a)$ 为深度 z 处的净竖向应力。

2.1.2 竖向土压力解答

在图 2(a) 深度 z 处 ($H - H_c \leq z \leq H$) 取一水平

薄层单元,假定竖向土压力沿涵洞宽度方向为均匀分布,图 4 为该单元的受力分析。

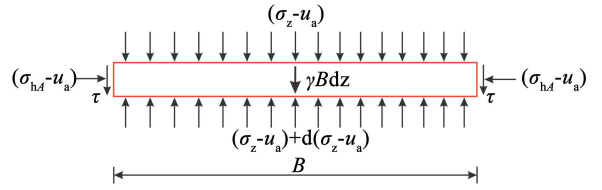


图 4 上埋式涵洞水平薄层单元

Fig. 4 Horizontal thin layer element for a positive buried culvert

通过水平薄层单元的竖向力平衡得

$$\gamma B dz + 2\tau dz - B d(\sigma_z - u_a) = 0 \quad (14)$$

式中 γ 为回填土的重度, τ 为滑移面摩擦力。

在滑移面处非饱和土达到极限平衡,滑移面摩擦力 τ 等于土体抗剪强度 τ_f ,表明土拱效应已充分发挥即 $\theta = 45^\circ + \varphi'/2$,联合式(2)和式(13)得

$$\tau = c' + (\sigma_{\text{hA}} - u_a) \tan \varphi' - \sigma^s \tan \varphi' =$$

$$\hat{K} \tan \varphi' (\sigma_z - u_a - \sigma^s + c' \cot \varphi') \quad (15)$$

将式(5)和式(15)代入式(14)得

$$\frac{d(\sigma_z - u_a)}{dz} - \frac{2\hat{K} \tan \varphi'}{B} (\sigma_z - u_a) = \gamma + \frac{2\hat{K}c'}{B} - \frac{2\hat{K} \tan \varphi'}{\alpha B} \frac{\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right]}{\left(1 + \left\{ -\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\}^n \right)^{\frac{n-1}{n}}} \quad (16)$$

可见,式(16)为有关净竖向应力 $\sigma_z - u_a$ 的一阶线性非齐次微分方程,其通解为

$$\sigma_z - u_a = C_1 P(z) + \frac{Q(z)}{\alpha} - \frac{P(z)}{\alpha} \int P(-z) dQ(z) - \frac{\gamma B + 2\hat{K}c'}{2\hat{K} \tan \varphi'} \quad (17)$$

式中: C_1 为积分常数, $P(z) = e^{\frac{2\hat{K} \tan \varphi'}{B} z}$, $Q(z) =$

$$\frac{\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right]}{\left(1 + \left\{ -\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\}^n \right)^{\frac{n-1}{n}}} \circ$$

由于对 $\int P(-z) dQ(z)$ 项的积分不能显式表达,需联立式(16)和式(18)对净竖向应力 $(\sigma_z - u_a)$ 进行迭代计算。

$$(\sigma_z - u_a)_{z+\Delta z} - (\sigma_z - u_a)_z = \frac{d(\sigma_z - u_a)}{dz} \Delta z \quad (18)$$

式中 Δz 为深度迭代的步长,选取 0.1、0.05 或 0.01 m 以满足精度要求。

当存在等沉面时,式(18)以等沉面 $z = H - H_c$ 处

$\sigma_z - u_a = \gamma(H - H_c)$ 为初值条件, 迭代步数为 $H_c/\Delta z$; 不存在等沉面时, 以填土面 $z = 0$ 处 $\sigma_z - u_a = 0$ 为初值条件, 迭代步数为 $H/\Delta z$ 。

2.1.3 等沉面高度

按土力学通常做法, 压缩变形计算时假定回填土为理想的线弹性体, 记内土柱在深度 z ($> H - H_c$) 处的竖向土压力为 $(\sigma_z - u_a)_I$, 外土柱在深度 z 处的竖向土压力 $(\sigma_z - u_a)_{II}$ 近似为

$$(\sigma_z - u_a)_{II} = \gamma z \quad (19)$$

由于内土柱竖向土压力大于土体自重而侧向膨胀, 外土柱随之产生侧向压缩, 内外土柱间的侧向压力可取为

$$(\sigma_h - u_a)_{I-II} = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \frac{(\sigma_z - u_a)_I + (\sigma_z - u_a)_{II}}{2} \quad (20)$$

式中: μ 为回填土的泊松比, $\mu/(1-\mu)$ 为回填土的静止土压力系数。

根据分层总和法与广义 Hooke 定律, 平面应变状态下内土柱的压缩量 S_I 为

$$\begin{aligned} S_I = & \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{H_c}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} [(\sigma_z - u_a)_{z=H-H_c+iH_c/m_1} - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 (\sigma_z - u_a)_{z=H-H_c+iH_c/m_1} - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 \gamma(H - H_c + iH_c/m_1)] \quad (21) \end{aligned}$$

式中: E 为回填土的弹性模量, m_1 为等沉面至涵顶的回填土分层数。

取一侧外土柱范围 L 为箱型涵洞宽度 B 的 1.5 倍^[9], 外土柱的压缩量 S_{II} 包括涵顶以上和涵侧两部分, 同理得平面应变状态下外土柱的压缩量 S_{II} 为

$$\begin{aligned} S_{II} = & \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{H_c}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} \{ \gamma(H - H_c + iH_c/m_1) - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 (\sigma_z - u_a)_{z=H-H_c+iH_c/m_1} - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 \gamma(H - H_c + iH_c/m_1) \} + \\ & \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{h}{m_2} \sum_{j=1}^{m_2} \{ \gamma(H + jh/m_2) - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 (\sigma_z - u_a)_{z=H+jh/m_2} - \\ & 0.5 \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right)^2 \gamma(H + jh/m_2) \} \quad (22) \end{aligned}$$

式中 m_2 为涵顶至原地面的回填土分层数, 对应涵侧外土柱的压缩变形。

当内土柱沉降量 S_I 等于外土柱沉降量 S_{II} 即 $S_I = S_{II}$ 时, 由式(21) = 式(22) 求出等沉面高度 H_c , 这在一定程度上体现了由土拱效应引起内/外土柱

的竖向土压力变化。

2.2 沟埋式涵洞

按照节 2.1.1 的分析思路, 得图 2(b) 中沟埋式涵洞滑移面处的净水平应力 $\sigma_{hj} - u_a$ 为

$$\sigma_{hj} - u_a = \hat{K}(\sigma_z - u_a) + (1 - \hat{K})(\sigma^s - c' \cot \varphi') \quad (23)$$

图 5 为沟埋式涵洞水平薄层单元的受力情况, 根据其竖向力平衡和 2.1.2 节求解步骤, 得有关净竖向应力 $\sigma_z - u_a$ 的一阶线性非齐次微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{d(\sigma_z - u_a)}{dz} + \frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{B}(\sigma_z - u_a) = & \gamma - \frac{2\hat{K}c'}{B} + \\ & \frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{\alpha B} \frac{\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right]}{\left(1 + \left\{ -\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s} \right) e^{-r_w \alpha (D_w - z)} - \frac{q}{k_s} \right] \right\}^n \right)^{\frac{n-1}{n}}} \quad (24) \end{aligned}$$

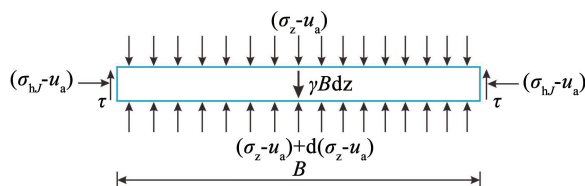


图 5 沟埋式涵洞水平薄层单元

Fig. 5 Horizontal thin layer element for a trench-buried culvert

因式(24)的右边第 3 项积分在微分方程通解中不能显式表达, 需结合填土面 $z = 0$ 处 $\sigma_z - u_a = 0$ 的初值条件, 由式(18)和式(24)迭代计算沟埋式涵洞的净竖向应力 $\sigma_z - u_a$, 迭代步数为 $H/\Delta z$ 。

2.3 应用步骤

本文基于吸应力理论所建立的稳态渗流下非饱和土涵洞竖向土压力迭代解即式(16)、式(18)和式(24), 可综合反映土体类别、水分蒸发($q > 0$)、降雨入渗($q < 0$)和土拱效应(即新应力系下滑移面土压力系数 $\hat{K}$)等的合理影响。具体应用步骤为: 1) 确定箱型涵洞尺寸、回填土类别与力学参数、地下水位等, 并选择 α 、 n 、 k_s 、 q ; 2) 对于上埋式涵洞, 由式(21) = 式(22) 求出等沉面高度 H_c , 继而联立式(16)和式(18)迭代计算竖向土压力 $\sigma_z - u_a$, 存在等沉面($H > H_c$)时初值条件为等沉面 $z = H - H_c$ 处 $\sigma_z - u_a = \gamma(H - H_c)$, 不存在等沉面($H \leq H_c$)时初值条件为填土面 $z = 0$ 处 $\sigma_z - u_a = 0$; 3) 对于沟埋式涵洞, 联合式(18)和式(24)迭代计算竖向土压力 $\sigma_z - u_a$, 初值条件为填土面 $z = 0$ 处 $\sigma_z - u_a = 0$ 。

需注意的是, 首先, 以上均针对可忽略涵洞结构变形的刚性涵洞(管土相对刚度 $\alpha \geq 1$, 如钢筋混凝土

土涵洞、碎石涵洞等),而柔性涵洞(管土相对刚度 $\alpha < 1$,如薄壁钢管涵洞、波纹管涵洞等)需考虑涵洞结构变形 S_G 的影响,将刚性涵管结果乘以刚度影响系数 ξ ,且2.1.3节中等沉面形成条件变为 $S_I + S_G = S_{II}$ 。其中, α 、 ξ 和 S_G 的表达式^[18,20]为

$$\begin{cases} \alpha = \frac{E_p}{E_0} \left(\frac{t}{r} \right)^3 \\ \xi = \alpha^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{E_p}{E_0} \right)^{\frac{1}{6}} \left(\frac{t}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \\ S_G = \frac{2r^4 (\sigma_z - u_a)_{z=H}}{E_p t^3} \end{cases} \quad (25)$$

式中: E_p 为涵洞材料的弹性模量, E_0 为回填土的变形模量, t 为涵洞壁厚, $r = (B - t)/2$ 为涵洞内半径。

其次,对于其他假定的方法拓展(上埋式涵洞):1)非刚性地基,将本文刚性地基结果乘以地基类型影响系数^[20];2)竖向土压力分布的非线性,将本文均匀分布结果乘以圆弧小主应力轨迹的应力分布系数^[18];3)非箱型涵洞,以涵高上下水平线、涵宽左右竖向线围成的矩形断面替代;4)地下水位在涵顶以上或涵顶以下而原地面以上,需区分地下水位以上为非饱和土、以下为饱和土。

3 对比验证

通过对比涵洞顶部 $z = H$ 处竖向土压力的现场实测数据^[9-10]和有效应力法公式^[12],以验证本文迭代解的正确性以及非饱和土涵洞的适用性。

3.1 现场实测(非饱和砂土)

文献[9]对高填方上埋式钢筋混凝土拱型涵洞的竖向土压力进行了现场测试,涵洞周围为非饱和砂土,最大填土高度为18 m,地下水位在原地面以下5 m处。文献[9]中实测涵顶竖向土压力集中系数随填土高度变化以及数值模拟回填土沉降等值线分布,验证了滑移面处土体已达到极限平衡、土拱效应充分发挥。图6为本文计算涵顶竖向土压力(水分蒸发状态)与文献[9]现场实测的对比,等沉面高度 H_c (蓝线)一并给出以选择迭代计算的初值条件(下同图7),其中 $B = h = 7.5$ m, $D_w = H + h + 5$, $\gamma = 20$ kN/m³, $c' = 0$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$, $E = 30$ MPa, $\mu = 0.27$;依据文献[19]设定 $\alpha = 0.2$ kPa⁻¹, $n = 4.2$, $k_s = 3 \times 10^{-4}$ m/s, $q = 1.15 \times 10^{-8}$ m/s。

由图6可知,本文计算涵顶竖向土压力与文献[9]现场实测值吻合良好,平均相对误差绝对值为7.5%,表明式(16)和式(18)可用于分析非饱和砂土上埋式涵洞的竖向土压力。

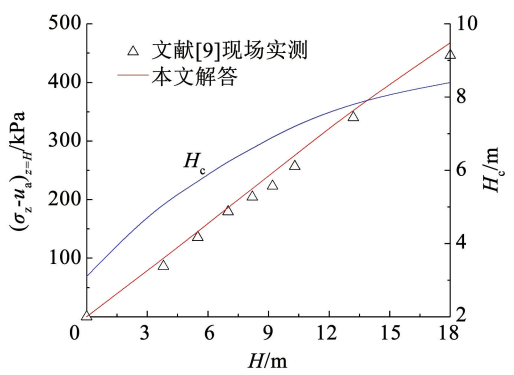


图6 与非饱和砂土现场实测竖向土压力的对比

Fig. 6 Comparisons with field-measured vertical earth pressure of unsaturated sands

3.2 现场实测(非饱和黏土)

文献[10]开展了高填方上埋式波纹管涵洞竖向土压力的现场试验,回填土为非饱和黏土,最大填土高度为24 m,地下水位在原地面以下4 m处;文献[10]中涵顶沉降实测值随填土高度变化以及涵顶竖向土压力实测值出现区域集中,验证了滑移面处土体已达到极限平衡、土拱效应充分发挥。由式(25)得管土相对刚度 $\alpha = 3.5 \times 10^{-4} < 1$,可知属于柔性涵洞且刚度影响系数 $\xi = 0.265$ 。

图7为本文涵顶竖向土压力计算值(水分蒸发状态)与文献[10]的实测值(填土高度 H 为0、2、4、8、10、16、20、24 m时涵顶实测土压力)对比,其中 $B = h = 4.011$ m, $D_w = H + h + 4$, $t = 5.5$ mm, $E_p = 2 \times 10^5$ MPa, $\gamma = 15.2$ kN/m³, $c' = 35.8$ kPa, $\varphi' = 24^\circ$, $E = 20$ MPa, $E_0 = 12$ MPa, $\mu = 0.35$;依据文献[19]设定 $\alpha = 0.005$ kPa⁻¹, $n = 1.4$, $k_s = 5 \times 10^{-8}$ m/s, $q = 1.15 \times 10^{-8}$ m/s。

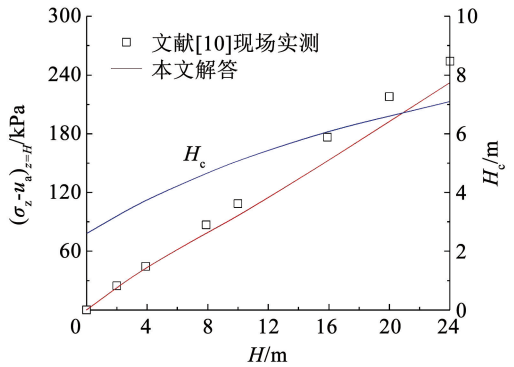


图7 与非饱和黏土现场实测竖向土压力的对比

Fig. 7 Comparisons with field-measured vertical earth pressure of unsaturated clays

由图7可知,本文迭代解较好地预测了非饱和黏土上埋式柔性涵洞的涵顶竖向土压力,与现场实测的平均相对误差绝对值为8.2%,说明式(16)和式(18)对求解非饱和黏土涵洞竖向土压力具有一

定的适用性。

3.3 理论公式

文献[12]基于非饱和土的 Bishop 有效应力原理,结合线性吸力分布(对应稳态渗流量 q 为零的静水压力状态),建立了非饱和土浅埋隧道竖向土压力的有效应力法解答。浅埋隧道可视为不存在涵槽的沟埋式涵洞,隧道上方土体受力情况与图 5 类似。图 8 为本文不同深度 z 处计算竖向土压力与文献[12]有效应力法解答的对比,其中 $B = h = 10$ m, $D_w = 10$ m(地下水位在涵顶处), $H = 10$ m(最大填土高度), $\gamma = 14.2$ kN/m³, $c' = 0$ kPa, $\varphi' = 30^\circ$, $\alpha = 0.246$ kPa⁻¹, $n = 1.461$, $k_s = 5 \times 10^{-4}$ m/s, $q = 0$ m/s。

由图 8 可知,本文计算竖向土压力与文献[12]的有效应力法解答接近且变化趋势一致,竖向土压力平均差异率的绝对值为 10.7%,但本文计算竖向土压力均高于有效应力法解答,这是因为文献[12]假定滑移面土压力系数等于 1,相比本文考虑土拱效应的滑移面土压力系数小于 1,此假定使沟埋式涵洞内土柱回填土自重过多地转移给槽壁,进而有效应力法解答偏小。此外,本文可根据实际情况选取不同的稳态渗流量 q ,以分析降雨入渗和水分蒸发时的竖向土压力变化。

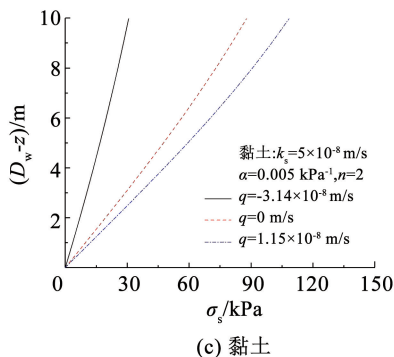
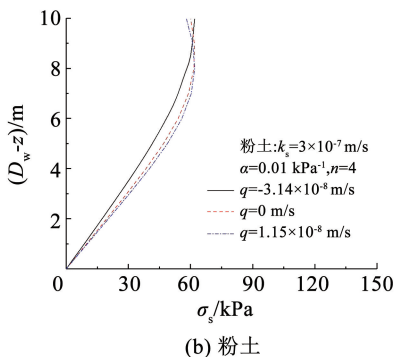
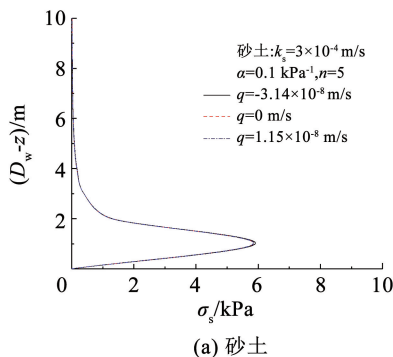


图 9 吸应力分布

Fig. 9 Profiles of suction stress

由图 9 可知,砂土的吸应力很小且基本不受稳态渗流量 q 影响,而粉土和黏土的吸应力受稳态渗流量 q 影响较显著,尤其是黏土。此外,粉土的吸应力在地表下一定深度内呈现非线性变化,黏土的吸应力近似符合线性分布。

4.2 实用公式

根据不同类型回填土的吸应力分布规律,以刚性涵洞为例对第 2 节竖向土压力迭代解进行实用性简化,柔性涵洞可按第 2.3 节修正。

对于砂土,因其吸应力 σ_s 很小而忽略即认为吸应力 $\sigma_s = 0$ kPa,此时对式(16)和式(24)积分得非饱和砂土涵洞竖向土压力的实用公式为

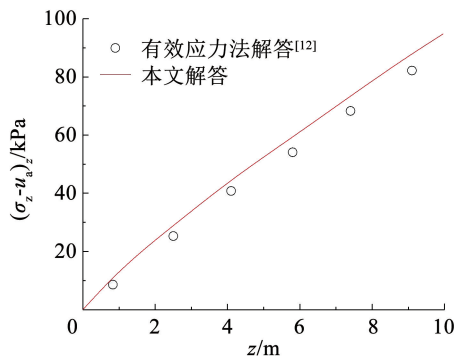


图 8 与有效应力法解答的对比

Fig. 8 Comparisons with the solution of an effective stress method

4 工程简化

囿于迭代计算隐式和冗长,第 2 节涵洞竖向土压力迭代解在实际工程应用中欠缺简便性。因此,分析 3 类非饱和回填土吸应力沿深度的分布规律,提出可显式表达的涵洞竖向土压力简化实用公式,并进行准确性和合理性检验。

4.1 吸应力分布

假定地下水位 $D_w = 10$ m,由式(5)得砂土、粉土和黏土的吸应力(取绝对值)沿深度的分布情况,如图 9 所示。

a) 上埋式涵洞

不存在等沉面时,

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B}{2\hat{K}\tan\varphi'} \left(e^{\frac{2\hat{K}\tan\varphi'}{B}(z)} - 1 \right) \quad (26)$$

存在等沉面时,

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B}{2\hat{K}\tan\varphi'} \left(e^{\frac{2\hat{K}\tan\varphi'}{B}(z+H_c-H)} - 1 \right) + \gamma(H-H_c)e^{\frac{2\hat{K}\tan\varphi'}{B}(z+H_c-H)} \quad (27)$$

b) 沟埋式涵洞

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B}{2\hat{K}\tan\varphi'} \left(1 - e^{-\frac{2\hat{K}\tan\varphi'}{B}z} \right) \quad (28)$$

对于粉土和黏土,假定吸应力 σ_s 沿深度线性减少且在地下水位 D_w 处为零。以填土面处的吸应力 σ_{s0} 为基准,深度 z 处的吸应力 σ_s 可表示为

$$\sigma_s = \sigma_{s0} \left(1 - \frac{z}{D_w}\right) \tag{29}$$

式中 $\sigma_{s0} = \frac{1}{\alpha} \frac{\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s}\right) e^{-r_w \alpha D_w} - \frac{q}{k_s} \right]}{\left(1 + \left\{ -\ln \left[\left(1 + \frac{q}{k_s}\right) e^{-r_w \alpha D_w} - \frac{q}{k_s} \right] \right\}^n \right)^{\frac{n-1}{n}}}$

于是,结合式(29)对式(16)和式(24)积分得非饱和粉土或黏土涵洞竖向土压力的实用公式为

c) 上埋式涵洞

不存在等沉面时,

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B + 2\hat{K}c' + \left(\frac{B}{D_w} - 2\hat{K}\tan \varphi'\right)\sigma_{s0}}{2\hat{K}\tan \varphi'} \times \left(e^{\frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{B}z} - 1\right) - \frac{z}{D_w}\sigma_{s0} \tag{30}$$

存在等沉面时,

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B + 2\hat{K}c' + \left(\frac{B}{D_w} - 2\hat{K}\tan \varphi'\right)\sigma_{s0}}{2\hat{K}\tan \varphi'} \times \left(e^{\frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{B}(z+H_c-H)} - 1\right) + \gamma + \frac{\sigma_{s0}}{D_w} \times (H-H_c) \cdot e^{\frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{B}(z+H_c-H)} - \frac{z}{D_w}\sigma_{s0} \tag{31}$$

d) 沟埋式涵洞

$$\sigma_z - u_a = \frac{\gamma B - 2\hat{K}c' + \left(\frac{B}{D_w} + 2\hat{K}\tan \varphi'\right)\sigma_{s0}}{2\hat{K}\tan \varphi'} \times \left(1 - e^{-\frac{2\hat{K}\tan \varphi'}{B}z}\right) - \frac{z}{D_w}\sigma_{s0} \tag{32}$$

对式(27)与式(30)中的等沉面高度 H_c , 仍需由式(33) = 式(34)即 $S_I = S_{II}$ 确定。

$$S_I = \frac{1 - \mu^2}{E} \int_{H-H_c}^H \left[\frac{(\sigma_z - u_a) - \left(\frac{\mu}{1 - \mu}\right)^2 \times \left(\frac{\sigma_z - u_a}{2} + \gamma z\right)}{2} \right] dz \tag{33}$$

$$S_{II} = \frac{1 - \mu^2}{E} \int_{H-H_c}^{H+h} \left[\frac{\gamma z - \left(\frac{\mu}{1 - \mu}\right)^2 \times \left(\frac{\sigma_z - u_a}{2} + \gamma z\right)}{2} \right] dz \tag{34}$$

为说明上述涵洞竖向土压力实用公式的准确性,设定某刚性涵洞算例:涵洞的高度 h 为 2.4 m, 最大填土高度 H 为 10 m;上埋式涵洞宽度 $B=2.4$ m、沟埋式涵洞宽度 $B=5$ m,地下水位在原地面以下 2 m,3 类非饱和回填土的参数按表 1 取值。

图 10 为涵洞竖向土压力实用公式与第 2 节迭代解的比较,右纵坐标和点划线代表竖向土压力差异率 δ ,红线对应上埋式涵洞,绿线对应沟埋式涵洞。

表 1 非饱和和回填土参数

Tab. 1 Unsaturated parameters of backfill soils

土类	$\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	c'/kPa	$\varphi'/(^{\circ})$	$\alpha/(\text{kPa}^{-1})$	n	$k_s/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	E/MPa	μ
砂土	20	0	30	0.1	5	3×10^{-4}	30	0.25
粉土	18	8	26	0.01	4	3×10^{-7}	22	0.30
黏土	16	15	24	0.005	2	5×10^{-8}	20	0.35

由图 10 可知,上埋式涵洞由实用公式得到的竖向土压力相比迭代解略偏小,沟埋式涵洞由实用公式得到的竖向土压力相比迭代解略偏大,具体表现为:无论是上埋式还是沟埋式涵洞,图 10(a)、10(b)中砂土涵洞的竖向土压力差异率 δ 接近 0%,图 10(c)、10(d)中粉土涵洞的竖向土压力差异率 δ 在 $\pm 10\%$ 以内;对于图 10(e)、10(f)中黏土涵洞的竖向土压力差异率 δ ,上埋式涵洞在 -5% 以内,沟埋式涵洞在 $+10\%$ 以内。因此,所提涵洞竖向土压力实用公式对稳态渗流下 3 类非饱和回填土均具有较好的适用性。

另外,粉土吸力非线性分布使得上埋式粉土涵洞实用公式的竖向土压力偏小且差异率 δ 约为

-10% ,可将式(30)和式(31)乘以修正系数 1.1 以更好地应用于上埋式粉土涵洞。为验证所提非饱和土涵洞竖向土压力实用公式的预测合理性,将其计算竖向土压力与第 3 节中文献[9-10,12]的实测和理论公式数据进行对比,如图 11 所示。

由图 11 可知,实用公式计算竖向土压力与上埋式砂土涵洞、上埋式黏土涵洞、沟埋式砂土涵洞的实测和理论公式数据吻合良好,平均相对误差绝对值分别为 6.5%、9.6% 和 12.2%,精度与迭代解相当,表明竖向土压力实用公式可用于估算涵洞主要荷载。另外,未找到粉土涵洞和沟埋式黏土涵洞的竖向土压力实测数据,下一步将开展竖向土压力实用公式在粉土涵洞和沟埋式黏土涵洞中的应用合理性研究。

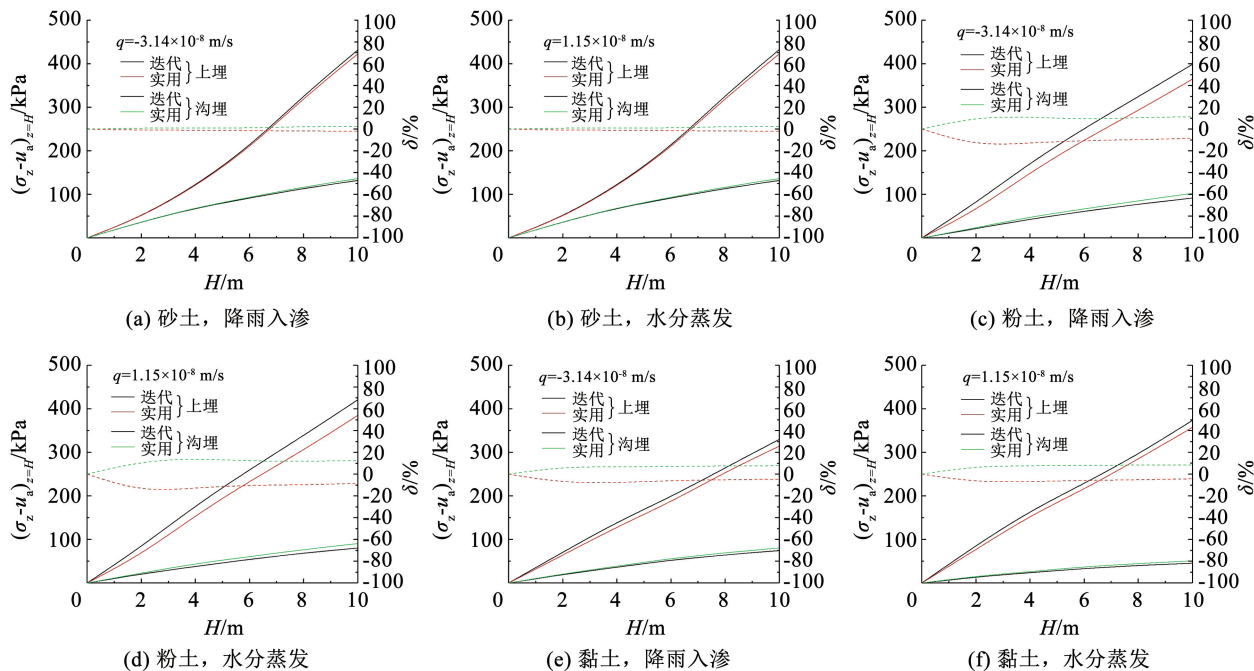


图 10 竖向土压力实用公式计算值与迭代解的比较

Fig. 10 Comparisons of vertical earth pressure calculated from a practical formulation and the iterative solution

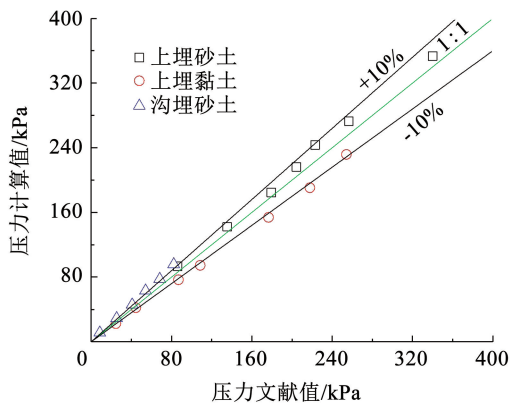


图 11 竖向土压力实用公式计算值与文献数据的对比

Fig. 11 Comparisons of vertical earth pressure calculated from a practical formulation and the literatures

5 结 论

1) 结合非饱和土有效应力强度公式、吸应力理论和滑移面土压力系数,所建立的稳态渗流下涵洞竖向土压力迭代解与应用步骤能合理反映土体类别、土拱效应和外界大气环境变化下吸应力大小与分布的综合影响,并对所作假定给出了一些方法拓展。

2) 通过与文献现场实测和理论公式数据对比的良好吻合,验证了所得涵洞竖向土压力迭代解的正确性以及非饱和土涵洞的适用性,进而基于吸应力沿深度分布规律,提出可显式表达的涵洞竖向土压力简化实用公式,用于估算不同稳态渗流下的涵洞主要荷载。

参考文献

- [1] CRISTELO N, FELIX C, FIGUEIRAS J. Experimental behaviour of concrete box culverts-comparison with current codes of practice[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, 56(7): 970. DOI: 10.1139/cgj-2018-0506
- [2] TAO Q D, HE Z Y, JIA Y. Influence of filling properties and culvert structure parameters on the soil arching effect of upper-buried-type culverts[J]. Results in Physics, 2020, 16: 103003. DOI: 10.1016/j.rinp.2020.103003
- [3] 安宗文, 王莹莹, 张永明. 直槽沟埋式管道的垂直土压力计算模型[J]. 兰州理工大学学报, 2020, 46(5): 34
AN Zongwen, WANG Yingying, ZHANG Yongming. Vertical earth pressure calculation model for buried pipelines with straight grooves[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2020, 46(5): 34
- [4] SOHRABPOUR A H, LONG M. Behaviour of intermediate stiffness culverts with recycled concrete aggregate backfill[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2021, 115: 104061. DOI: 10.1016/J.TUST.2021.104061
- [5] 于金弘, 石长征, 伍鹤皋, 等. 大直径埋地钢管管顶土压力及其设计模型研究[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(3): 514
YU Jinhong, SHI Changzheng, WU Hegao, et al. Soil pressures at top of large-diameter buried steel pipes and their design model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(3): 514. DOI: 10.11779/CJGE202203013
- [6] 陈正汉, 郭楠. 非饱和土与特殊土力学及工程应用研究的新进展[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 1
CHEN Zhenghan, GUO Nan. New developments of mechanics and application for unsaturated soils and special soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1): 1. DOI: 10.16285/j.rsm.2017.2577
- [7] GAO Y, SUN D A, ZHOU A N, et al. Predicting shear strength of unsaturated soils over wide suction range[J]. International Journal of

Geomechanics, 2020, 20(2): 04019175. DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001555

[8]张常光,吴凯,康凌豪,等.非饱和土诱导减载涵洞的竖向土压力研究[J].哈尔滨工业大学学报,2023,55(2):80
ZHANG Changguang, WU Kai, KANG Linghao, et al. Vertical earth pressure against an induced trench installation culvert in unsaturated soils[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2023, 55(2): 80. DOI: 10.11918/202204012

[9]郑俊杰,赵建斌,陈保国.高路堤下涵洞垂直土压力研究[J].岩土工程学报,2009,31(7):1009
ZHENG Junjie, ZHAO Jianbin, CHEN Baoguo. Vertical earth pressure on culverts under high embankments[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(7): 1009

[10]杨明辉,方天云,赵明华,等.高填方段波纹管涵垂直土压力试验及计算[J].公路交通科技,2014,31(4):33
YANG Minghui, FANG Tianyun, ZHAO Minghua, et al. Test and calculation of vertical earth pressure on corrugated pipe culvert under high embankment[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 31(4): 33. DOI: 10.3969/j.issn.1002-0268.2004.04.006

[11]蔺港,孔令刚,詹良通,等.基于太沙基土拱效应考虑基质吸力影响的松动土压力计算模型[J].岩土力学,2015,36(7):2095
LIN Gang, KONG Linggang, ZHAN Liangtong, et al. An analytical model for loosening earth pressure considering matric suction based on Terzaghi soil arch effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 2095. DOI: 10.16285/j.rsm.2015.07.035

[12]FANG X, KIKUMOTO M, CUI Y. A theory of loosening earth pressure above a shallow tunnel in unsaturated ground[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2020, 44(10): 1495. DOI: 10.1002/nag.3072

[13]张常光,吴凯,李宗辉,等.考虑中间主应力的非饱和土上埋式涵洞竖向土压力公式[J].建筑科学与工程学报,2021,38(6):177
ZHANG Changguang, WU Kai, LI Zonghui, et al. Formulation of vertical earth pressure against positive buried culvert in unsaturated soils considering intermediate principal stress[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2021, 38(6): 177. DOI: 10.19815/j.jace.2021.04092

[14]LU N, LIKOS W J. Unsaturated soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2004

[15]VAHEDIFARD F, ROBINSON J D. Unified method for estimating the ultimate bearing capacity of shallow foundations in variably saturated soils under steady flow[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(4): 04015095. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001445

[16]李梦姿,蔡国庆,李昊,等.考虑抗拉强度剪断的非饱和土无限边坡稳定性分析[J].岩土工程学报,2020,42(4):705
LI Mengzi, CAI Guoqing, LI Hao, et al. Stability of infinite unsaturated soil slopes with tensile strength cut-off[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(4): 705. DOI: 10.11779/CJGE202004013

[17]BARTLETT S F, LINGWALL B N, VASLESTAD J. Methods of protecting buried pipelines and culverts in transportation infrastructure using EPS geofoam[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2015, 43: 450. DOI: 10.1016/j.geotextmem.2015.04.019

[18]张常光,吴凯,隋建浩.基于小主应力轨迹的上埋式涵管竖向土压力非线性描述[J].岩土工程学报,2021,43(12):2200
ZHANG Changguang, WU Kai, SUI Jianhao. Nonlinear descriptions of vertical earth pressure against positive buried pipelines based on minor principal stress trajectory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(12): 2200. DOI: 10.11779/CJGE202112006

[19]LU N. Profiles of steady-state suction stress in unsaturated soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, 130(10): 1063. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:10(1063)

[20]刘全林,杨敏.上埋式管道上竖向土压力计算的探讨[J].岩土力学,2001,22(2):214
LIU Quanlin, YANG Min. Study of vertical earth pressure on positive buried pipelines[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, 22(2): 214. DOI: 10.16285/j.rsm.2001.02.026