DOI:10.11918/202301054

三维动静加载下煤的本构模型及卸荷破坏特征

解北京,栾 铮,李晓旭,张景顺,于瑞星,丁 浩

(中国矿业大学(北京)应急管理与安全工程学院,北京100083)

摘 要:为研究非静水压条件下煤体动力学性能及动力扰动后卸荷破坏特征,在三维动静加载实验的基础上,研究了卸荷方 式对动力扰动后卸荷煤样宏观破坏特性的影响。首先,采用 Φ50 mm 的分离式霍普金森压杆系统,开展三维动静加载下煤样 的动力学实验,研究轴压、应变率对煤样动力学响应规律的影响;其次,基于响应曲面理论,借助中心复合试验法,构建考虑因 素交互作用的回归模型,并分析单因素及因素交互作用的显著性;然后,结合因素交互作用、Weibull 分布、Drucker-Prager 准 则,修正煤的强度型统计损伤本构模型,对比理论与实验结果,验证模型可靠性;最后,借助加卸荷电液伺服装置,探究轴压、 冲击气压、卸荷方式对煤样破坏特征的影响及作用机制。结果表明,构建的强度型统计损伤模型,相关系数 R²≥0.88,可表征 煤样动力学响应行为。冲击后同步卸荷的煤样多呈层裂破坏,拉伸界面随轴压增大而后移直至消失,无法形成层裂破坏;非 同步卸荷下煤样破坏形式主要包括整体完整、层裂、压剪破坏,而当冲击气压 0.4~0.6 MPa,轴压 14.5 MPa 时,表现为"层 裂+压剪"混合破坏。

Constitutive model and unloading failure characteristics of coal under 3D coupled static and dynamic loads

XIE Beijing, LUAN Zheng, LI Xiaoxu, ZHANG Jingshun, YU Ruixing, DING Hao

(School of Emergency Management and Safety Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To investigate the dynamic performance and unloading failure characteristics of coal under nonhydrostatic conditions, based on 3D dynamic and static loading experiment, the effect of unloading method on the macroscopic failure characteristics of unloading coal samples after dynamic disturbance was studied. Firstly, Φ 50 mm split Hopkinson pressure bar system was used to carry out the dynamic experiment of coal sample under 3D dynamic and static loading for the purpose of studying the influence of axial compression and strain rate on the dynamic response of coal samples. Secondly, based on the response surface theory, a regression model considering the interaction of factors was constructed by using the central composite test method and the significance of single factor and factor interaction were analyzed. Afterwards, combined with factor interaction, Weibull distribution and Drucker-Prager criterion, the strength statistical damage constitutive model of coal was modified. The reliability of the model was verified by comparing the theoretical and experimental results. Finally, with the help of loading and unloading electro-hydraulic servo device, the influence and mechanism of axial pressure, impact pressure and unloading mode on the failure characteristics of coal samples were explored. The results showed that the constructed strength statistical damage model has a correlation coefficient $R^2 \ge 0.88$, which can characterize the dynamic response behavior of coal samples. The coal samples with synchronous unloading after impact are mostly spalled, and the tensile interface moves backward and eventually disappears with the increase of axial pressure, unable to form spall failure. The failure modes of coal samples under non-synchronous unloading mainly include overall integrity, spalling and compression-shear failure. However, when the impact pressure is in the range of 0.4 to 0.6 MPa and the axial pressure is 14.5 MPa, a mixed failure mode of 'spalling + compression-shear' is observed.

Keywords: dynamic static combination; unloading failure; constitutive model; split Hopkinson pressure bar (SHPB); response surface method; interaction

能源安全是关系国家经济社会发展的重要基 石,中国能源安全离不开煤炭能源供给的保障^[1-2]。 然而,随着中国浅部煤炭逐渐枯竭,资源开采向深部 转移已成为必然趋势,受深部开采"三高一扰动"因 素的影响,越来越多的巷道转为动压巷道,加之工作 面采动引起的卸荷作用,导致动压巷道围岩应力环 境恶化,群死群伤的恶性事故频发。因此,研究三维 动静组合加载下煤岩动力学特性及动力扰动后卸荷 破坏特征,对控制巷道变形失稳,保证煤炭安全高效 开采具有重要意义。

针对深部煤岩"高应力+强扰动"的环境,国内 外学者借助霍普金森压杆系统 (split Hopkinson pressure bar, SHPB)开展了动静加载下煤岩力学特 性[3-5]、能量耗散[6-8]、破坏特征[9-11]的研究。如李 夕兵等[3]指出岩石动抗压强度随轴压增大,呈先增 后减趋势。宫凤强等^[4]借助 SHPB 装置开展三维动 静组合实验。结果表明:轴压促进裂纹发育,弱化岩 石承载能力;围压抑制裂纹萌生,强化承载能力。吴 拥政等^[5]对长径比0.5~1.0的煤样开展三轴冲击 实验,结果表明煤样峰值应力的长径比效应随应变 率增加越显著。一方面,煤炭开采与能量释放密切 相关,金解放等^[6]开展红砂岩冲击实验,研究了应 变率、轴压对试样能耗特性及破坏模式的影响。尹 土兵等[7]、刘少虹等[8] 深入探讨了动静加载下煤岩 能耗特征,认为温度、应力波幅值导致煤岩能耗特征 显著变化。另一方面,随着岩石力学的研究深入,部 分学者重视并研究了"高应力 + 开挖卸荷 + 动力扰 动"下煤岩力学特性,如叶洲元等^[9]探讨了预加静 载卸载后的砂岩动力学特性,发现动抗压强度随轴 压先增后减,与围压呈正相关。王春等^[10]通过研究 卸荷速率,指出岩块破坏粒度随卸荷速率增大而增 大,卸荷速率促进岩样破坏转向剪切破坏。Gong 等[11]采用动态强度弱化因子量化围压卸荷造成的 强度弱化。

部分学者在煤岩动态本构模型领域取得了丰硕 成果。单仁亮等^[12]结合 ZWT 本构模型^[13],引入损 伤体元件,表征无烟煤塑性流动特征。郭德勇等^[14] 研究了低 - 中 - 高应变率下煤岩响应特征,优化了 元件型本构模型适用范围。解北京等^[15]考虑了煤 岩组合体的应变率及损伤特性,构建7参数层叠本 构模型。上述研究集中于一维动静组合加载,且构 建模型仅考虑单因素,未考虑因素交互作用。

此外,煤岩力学研究成果集中于"高应力+动 力扰动"、"高应力+开挖卸荷+动力扰动",即动静 组合、三维静载荷-卸荷-冲击,关于深部动压巷道 面临的"三轴应力+动力扰动+开挖卸荷"应力环 境的研究存在不足,如图1所示。在井下巷道掘进时,邻近断层受地应力影响,导致断层滑动等地质扰动,即前方煤体处于"三轴应力+动力扰动"环境。随着巷道及掘进面的推进,煤岩受超前支承压力前移的影响,存在不同程度的应力卸荷。因此,本文利用 SHPB 系统,探究不同应变率、轴压下煤样动力学特性及卸荷破坏特征,并综合因素交互作用、Weibull分布、Drucker-Prager(D-P)准则,借助响应曲面法构建回归方程,修正动静加载下的强度统计损伤本构模型,以期为深部巷道围岩控制提供一定参考。



图 1 动载荷下巷道应力特征^[16]



1 实验概况

1.1 试样制备

实验煤样取自有冲击地压灾害的内蒙古鄂尔多 斯某煤矿 3-1煤层,埋深 772 m(平均水平主应力 24.0 MPa,垂直应力 17.0 MPa)。选取外观完好、结 构完整的大块煤取样,保证试样均质性和结果可靠 性。同时,根据中国岩石力学与工程学会规程,按照 长径比 L/D=1.0 制备 Ф50 mm × 50 mm 标准圆柱 形煤样。试样两端需切割、打磨抛光,保证试样两端 不平行度小于 0.02 mm,垂直试样轴线方向的最大 偏离度小于 0.25°。制备完好的标准试样如图 2 所 示,物理力学参数见表 1。



1.2 SHPB 实验系统

实验依托中国矿业大学(北京)煤岩动载破坏 参数测试实验室 Φ50 mm 分离式霍普金森压杆系统 (SHPB)。SHPB 实验系统如图 3 所示。



图 3 SHPB 实验装置示意 Fig. 3 Schematic diagram of SHPB experimental device

该装置主要由撞击杆(圆柱形子弹 Φ50 mm × 400 mm)、入射杆(Φ50 mm × 3 000 mm)、透射杆(Φ50 mm × 2 500 mm)、吸能杆(Φ50 mm × 1 000 mm) 组成,其中杆件材质为低碳弹簧钢,弹性模量为 206 GPa,密度为7 740 kg/m³,弹性波速为5 410 m/s, 泊松比为0.35。实验系统采用压缩空气为动力源(空气压缩机最低冲击气压为0.1 MPa),借助橡胶圆片整形器(Φ10 mm × 1 mm),形成正弦波加载。同时,利用粘贴于入射杆与透射杆中部的 AF2-1 普通 应变片采集脉冲信号,并通过LK2017超动态应变

仪和数据采集系统获取试样入射、透射、反射信号。 另外,实验前应校准仪器共轴,并在试样表面均匀涂 抹少量凡士林,减少端面摩擦影响^[16]。

1.3 方案及应力平衡

应力平衡为检验 SHPB 实验结果可靠的前提条 件^[17]。为满足这一要求,在数据处理前,应对采集 的数据开展应力平衡检验。文献[18-19]认为试 样两端面应力差与端面平均应力之比不超过 5% 时,即达到应力均匀。图 4 为典型的三维动静加载 下煤样应力平衡曲线。由图 4 可知,入射 σ_1 、反射 应力 σ_R 之和与透射应力 σ_T 基本相等,证明三维动 静加载下试样处于应力平衡。另外,基于地应力测 试结果及 SHPB 系统性能,设置实验方案见表 2。



Fig. 4 Stress balance curve

	非同步的	印荷		同步卸	荷		非同步的	印荷		同步卸	同荷
编号	轴压/MPa	冲击气压/MPa									
YM1	7.0	0.1				YM37	17.0	0.1	YM17	17.0	0.1
YM2	7.0	0.2							YM18	17.0	0.2
YM3	7.0	0.4							YM19	17.0	0.4
YM4	7.0	0.6	YM33	7.0	0.6				YM20	17.0	0.6
YM5	10.0	0.1				YM38	20.0	0.1	YM21	20.0	0.1
YM6	10.0	0.2							YM22	20.0	0.2
YM7	10.0	0.4							YM23	20.0	0.4
YM8	10.0	0.6	YM34	10.0	0.6				YM24	20.0	0.6
YM9	12.0	0.1				YM39	22.0	0.1	YM25	22.0	0.1
YM10	12.0	0.2							YM26	22.0	0.2
YM11	12.0	0.4							YM27	22.0	0.4
YM12	12.0	0.6	YM35	12.0	0.6				YM28	22.0	0.6
YM13	14.5	0.1				YM40	24.0	0.1	YM29	24.0	0.1
YM14	14.5	0.2							YM30	24.0	0.2
YM15	14.5	0.4							YM31	24.0	0.4
YM16	14.5	0.6	YM36	14.5	0.6				YM32	24.0	0.6

表 2 实验方案 Tab. 2 Experimental scheme

2 结果分析

2.1 动态应力 – 应变曲线

由于三维动静加载实验结束后开展卸荷实验研究,因此煤样动力学响应行为不受卸荷方式的影响。 图 5 中固定围压 P_{w} 为 24.0 MPa、8 种轴压 P_{z} 分别 为 7.0、10.0、12.0、14.5、17.0、20.0、22.0、24.0 MPa (轴围比为 0.3~1.0,即轴压/围压)、冲击气压 P_{d} 为 0.1~0.6 MPa下煤样动态应力 – 应变曲线。由图 5 可见,不同轴压、冲击气压的煤样动力学响应特征基本一致,应力 – 应变曲线具有显著的非线性特征,包括线弹性、塑性屈服、卸载阶段。为明确煤样的阶段性力学特征,以 YM4 为例,阐述煤样动力学性能,具体如图 5(a)所示。



Fig. 5 Dynamic stress-strain curve

由图 5(a)可知,煤样动态应力 – 应变曲线的阶段性特征如下。

1)线弹性阶段 I。对比文献[9]可知,动静组 合加载下的煤样应力 – 应变曲线基本不存在下凹阶 段。一方面,预先施加的轴围压,导致煤样内部结构 裂隙受载闭合。另一方面,冲击加载历程短暂,冲击 速度较快,造成曲线无明显压密阶段。

2) 塑性屈服阶段Ⅱ。当应力增长至弹性极限

值时,应力 - 应变不符合 Hooke 定律。原因在于试 样内部次生裂隙萌生、发育,进而贯通原生裂隙,导 致部分应力 - 应变曲线出现屈服阶段,但整体动抗 压强度保持增长趋势。

3)卸载阶段Ⅲ。随着应变的增长,煤样应力迅 速降低,其内部损伤变形、宏观缺陷增加,导致煤样 承载能力显著下降,力学性能劣化严重。

2.2 动抗压强度特征

由文献[20]可知,动抗压强度 σ_m 随应变率 ε 增加而增大,表现出显著的应变率效应。为探究动抗 压强度与应变率、轴压关系,采用幂函数表征动抗压 强度与应变率关系。具体计算公式为

$$\sigma_{\rm m} = a \dot{\varepsilon}^b \tag{1}$$

式中,a、b为动抗压强度相关拟合参数。

图 6 为轴压 7.0 ~ 24.0 MPa 下煤样动抗压强度 与应变率(71.8 ~ 341.3 s⁻¹)关系曲线。由图 6 可 见,煤样动抗压强度与应变率呈显著正相关,且幂函 数拟合效果较好(*R*²≥0.87),但不同轴压下煤样抗 压强度与应变率拟合参量差异显著。随着试样承受 轴压变化,相同应变率间隔下,拟合曲线抗压强度增 幅差异显著。其中,轴压为 7.0、10.0、12.0、14.5 MPa 时,曲线曲率较高,即静载轴压较小时,煤样的抗压 强度对应变率变化更为敏感。





为明确煤样的轴压效应,基于文献[5]解耦轴 压及应变率效应,选取应变率 100.0、150.0、200.0、 250.0、300.0、350.0 s⁻¹,结合表 3 参数,获得应变率 100.0~350.0 s⁻¹下煤样动抗压强度,如图 7 所示。

表 3	拟合参数值
-----	-------

Tab. 3 Fitting	parameter	values
----------------	-----------	--------

围压/MPa	轴压/MPa	a	b	R^2
	7.0	0.38	0.98	0.94
	10.0	0.23	1.09	0.95
	12.0	0.50	0.93	0.93
24 0	14.5	0.30	1.01	0.87
21.0	17.0	0.94	0.79	0.95
	20.0	0.35	0.96	0.94
	22.0	0.49	0.91	0.96
	24.0	0.88	0.79	0.94



Fig. 7 Relationship between axial pressure and dynamic compressive strength

由图 7 可知,三维动静加载中轴压控制作用包括:当轴压 7.0~10.0 MPa,煤内部原生裂隙、孔隙受压闭合,受轴压约束颗粒摩擦力显著增强,导致致密性、抗压强度等相应提高。其次,随着轴压增大至12.0~20.0 MPa,煤内部薄弱面受载变形、破坏,造成裂隙萌生、扩展、贯通,即煤样受冲击载荷作用前已存在大量裂纹,因此抗压强度随轴压增大显著减小。最终,当轴压增至 22.0~24.0 MPa 时,动抗压强度 - 轴压曲线呈小范围波动,原因在于煤样基本达到三向稳定受力状态,其受力、变形趋于一致,导致承载力小范围增长,但受损伤变形影响,整体仍呈下降趋势。

2.3 因素交互作用

由图 6、7 可知,轴压、应变率对煤样动抗压强度 影响显著。为探究因素交互作用对煤样力学性能的 影响,引入响应曲面法(response surface methodology, RSM)中的中心复合试验法(central composite design, CCD)设计方案^[21],构建非线性响 应面模型,以期表征轴压、应变率与动抗压强度关 系。其中,为满足 RSM-CCD 试验设计的需要(因素 梯度变化),响应曲面以轴围比 *A*、应变率 *B* 为影响 因素,动抗压强度为响应值。方案及编码水平见 表4、5。

表4 中心复合试验因素及水平

|--|

因素水平	A	<i>B</i> /s ⁻¹
-2	0.5	150.0
- 1	0.6	200.0
0	0.7	250.0
1	0.8	300.0
2	0.9	350.0

Tab 5

表 5 响应曲面试验设计方案

Design scheme of response surface

100.0	Design senem	e of response suit	dee test
编号	Α	<i>B</i> /s ⁻¹	$\sigma_{ m m}/{ m MPa}$
1	0.6	200.0	63.5
2	0.8	200.0	56.3
3	0.6	300.0	95.8
4	0.8	300.0	83.1
5	0.5	250.0	86.0
6	0.9	250.0	75.8
7	0.7	150.0	48.6
8	0.7	350.0	94.9
9	0.7	250.0	72.6
10	0.7	250.0	72.7
11	0.7	250.0	72.0
12	0.7	250.0	72.7
13	0.7	250.0	72.7

借助 Design-Expert 13.0 软件开展轴围比、应变 率与动抗压强度关系的拟合模型分析见表 6。由 表 6可知,三次多项式模型(cubic)的失拟项(lack of fit,LOF)、校正值(adjusted)、预测值(predicted)最 大,模型 P < 0.0001,故选用三次多项式模型。

农 () () () () () () () () () (表 6	模型匹配度分析
--	-----	---------

Tab. 6 Model matching analysis

榵刑	F)	R ²	2
快主	连续值	失拟项	校正值	预测值
Linear	< 0.000 1	< 0.000 1	0.908 5	0.812 3
2FI	0.537 6	< 0.000 1	0.902 7	0.789 5
Quadratic	0.010 6	0.000 1	0.965 9	0.7990
Cubic	< 0.000 1	0.204 6	0.9994	0.9894

获得动抗压强度 σ_m 与 $A \ B$ 的回归方程为 $\sigma_m = -287.24 + 1409.42A + 0.25B - 4.50AB -$

1 407. $65A^2$ + 0. 006 $7B^2$ + 6. $47A^2B$ - 0. 009 $7AB^2$

(2)

为反映试验因素及交互因素的显著性,开展方差分析见表7。表中:F为均方差与误差的比值,可反映因素显著性;PE(pure error)为纯误差,P为显著性判断指标,其中:#(P>0.0500)为不显著,**(P<0.0001)为极显著。

由表7可知, A^3 、 B^3 为不显著项, B^2 、AB为显著 项,A、B、 A^2 、 A^2B 、 AB^2 为极显著项,模型P < 0.0001, 表明回归模型显著,可用于响应值分析与预测。同 时,根据模型因素 F 值,交互项影响: $A^2B > AB^2 >$ AB、单因素项影响: $B > A^2 > A > B^2$ 。根据式(2) 绘 制响应面,可直观分析轴压、应变率对动抗压强度的 交互影响,如图8所示。

表7 回归模型方差分析

Tab. 7 Analysis of variance of regression model

误差源	平方和	自由度	均方	F	Р	显著性
模型	2 209.18	7	315.60	2 923.67	< 0.000 1	* * *
A	52.77	1	52.77	488.83	< 0.000 1	* * *
В	1 061.74	1	1 061.74	9 835.88	< 0.000 1	* * *
AB	7.36	1	7.36	68.14	0.0004	* *
A^2	100.98	1	100.98	933.77	< 0.000 1	* * *
B^2	1.07	1	1.07	9.87	0.025 6	* *
A^2B	27.90	1	27.90	258.49	< 0.000 1	* * *
AB^2	15.53	1	15.53	143.91	< 0.000 1	* * *
残差	0.5397	5	0.1079			
LOF	0.1966	1	0.1966	2.29	0.204 6	#
PE	0.343 1	4	0.085 8			

注:決定系数 R² = 0.999 8,校正系数 Adj R² = 0.999 4,预测系数 Pred R² = 0.989 4,变异系数 CV = 0.44%,精密度 Adeq Precision = 181.88。



图 8 动抗压强度响应曲面



文献[21] 指出响应面坡度反映单一因素是否显著,曲面陡峭为显著,反之不显著;等高线形状反映交互作用是否显著,曲线呈椭圆形为显著,反之不显著。由图 8 可知,当轴压一定时,煤样动抗压强度随着应变率增加而显著增长,呈近似线性增长趋势;当应变率为 200.0 s⁻¹时,动抗压强度随轴压增加而降低。同时,不同轴压下煤样动抗压强度变化幅度存在显著差异,但整体保持下降,即响应面结果与图 6一致。另外,部分等高线呈椭圆状,表明轴压与应变率交互显著,即二者耦合作用无法忽略。

3 动态本构模型

3.1 模型构建

3.1.1 Weibull 分布

在动静加载实验中,煤样的破坏主要由内部微 缺陷的萌生、发育造成。为分析煤样细观损伤,假设 煤样由无数足够小的微元集合体构成,可容纳大量 微缺陷,损伤过程连续,满足各向同性损伤。同时, 为量化煤岩内部微元强度、表征损伤随机分布的特 点,假设各微元强度 F 均符合 Weibull 分布^[22],则概 率密度函数 P(F)为

$$P(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \qquad (3)$$

式中 F_0 、m为 Weibull 参数。为分析煤内部微元破 坏特性,定义损伤变量D为

$$D = \int_{0}^{F} P(x) dx = 1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_{0}}\right)^{m}\right]$$
 (4)

3.1.2 D-P 准则

文献[23] 指出 D-P 准则综合考虑了中间主应 力、静水压力作用,克服了 M-C 准则的缺点,可用于 表征煤岩材料微元体强度。则基于 D-P 准则的微 元体强度表达式为:

$$F = \alpha I_1 + J_2^{1/2} \tag{5}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi}} \\ I_1 = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^* \\ J_2 = \frac{1}{6} \left[\left(\sigma_1^* - \sigma_2^* \right)^2 + \left(\sigma_2^* - \sigma_3^* \right)^2 + \left(\sigma_3^* - \sigma_1^* \right)^2 \right] \end{cases}$$
(6)

式中: I_1 、 J_2 为应力张量的第1不变量、应力偏量的 第2不变量, α 为强度参数, φ 为内摩擦角, σ_1 、 σ_2 、 σ_3 为名义应力, μ 为泊松比,E为初始弹性模量, ε_1 为轴向应变, ε_m 为峰值应变。

当损伤体的有效应力 σ_i^* 表达式为

$$\sigma_i^* = \sigma_i / (1 - D)$$
 (7)
式中:*i* 为应力方向,1 为轴向,2、3 为侧向。

由胡克定律可知,试样轴向应变 ε_1 为

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1^* - \mu \sigma_2^* - \mu \sigma_3^*)$$
 (8)

鉴于实验过程中 $\sigma_2^* = \sigma_3^*$ 、 $\sigma_2 = \sigma_3 = 24.0$ MPa、 $\varepsilon_1 = \varepsilon$,联立式(5)~(8),则微元强度 *F* 为

$$F = E\varepsilon \frac{\left[\left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)(\sigma + \sigma_1) + \left(2\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sigma_3\right]}{(\sigma + \sigma_1) - 2\mu\sigma_3}$$
(9)

3.1.3 模型构建

基于应变等效假设^[24],获得三轴煤样冲击压缩 作用下的动态损伤本构模型为

$$\sigma = E\varepsilon(1 - D) - \sigma_1 + 2\mu\sigma_3$$
(10)
3.2 模型修正

由式(4)、(10)可知, F_0 、m为本构模型的关键 参数^[23-24],二者可通过三轴压缩应力 – 应变曲线的 极值点(ε_m , σ_m)、式(10)求导获得,计算如下:

$$F_{0} = E\varepsilon_{m} \frac{\left[\left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)(\sigma_{m} + \sigma_{1}) + \left(2\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sigma_{3}\right]_{m}}{(\sigma_{m} + \sigma_{1}) - 2\mu\sigma_{3}}$$
(11)

$$m = -\frac{1}{\ln(\sigma_{\rm m}/E\varepsilon_{\rm m})} \tag{12}$$

由表 7、图 8 可知,煤样动抗压强度不仅受轴 压、应变率单一因素影响,且二者交互作用显著。为 体现轴压、应变率交互作用对煤样力学特性的影响, 根据轴压与轴围比关系及式(2),建立 σ_{m} 与 σ_{1} 、 $\dot{\epsilon}$ 的回归方程为

$$\sigma_{\rm m} = -287.24 + 58.73\sigma_1 + 0.25\dot{\varepsilon} - 0.19\sigma_1\dot{\varepsilon} - 2.44\sigma_1^2 - 0.007\dot{\varepsilon}^2 + 0.11\sigma_1^2\dot{\varepsilon} - 0.004\sigma_1\dot{\varepsilon}^2$$
(13)

将式(9)~(13)联立化简,获得基于 Weibull 分 布、D-P 准则、因素交互作用的三维静载下煤样冲击 统计损伤本构模型为

$$\sigma = \underbrace{E\varepsilon \exp\left(-\frac{F}{F_0}\right)^m}_{\text{appendix}} - \underbrace{\sigma_1}_{\text{HE}} + \underbrace{2\mu\sigma_3}_{\text{BE}} \qquad (14)$$

式中 $F_{v}F_{0}$ 、 σ_{m} 表达式见式(9)、(11)、(13)。

3.3 模型验证

基于煤样统计损伤本构模型及动静组合实验结 果,明确模型参数见表 8。同时,借助式(14)、表 8 计算求解不同轴压、应变率下煤样应力 - 应变曲线, 实验与理论对比曲线如图 9 所示。

表 8 本构模型拟合参数

Tab. 8 Fitting parameters of constitutive model

编号	$\sigma_{ m m}/{ m MPa}$	$\dot{\varepsilon}/{ m s}^{-1}$	<i>E/</i> GPa	$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{m}}$	μ	$\varphi/(\circ)$	R^2
YM14	60.4	187.1	6.00	0.02	0.28	40	0.95
YM16	89.5	317.9	7.90	0.03	0.31	30	0.93
YM18	52.5	167.7	17.31	0.02	0.35	35	0.88
YM20	102.3	329.4	8.64	0.03	0.35	30	0.90



图 9 煤样实验和理论应力 – 应变曲线

Fig. 9 Coal sample test and theoretical stress-strain curve

由表 8、图 9 可知,实验结果与理论曲线的相关 系数 R² ≥0.88。结果表明,综合 Weibull 分布、D-P 准则、因素交互作用,构建的损伤本构模型精度较 高,可表征三维静载下煤样冲击压缩性能,直观体现 轴压及应变率效应。同时,模型参数包括 σ_3 、 σ_1 、 $\sigma_{\rm m}$ 、 ε 、E、 $\varepsilon_{\rm m}$, μ 、 φ ,物理意义明确。为进一步反映理 论与实验曲线差距,取不同阶段的特征点,绘制理论 与实验应力结果对比如图 10 所示。结合图 9、10 可 知,当应变率较低时,理论结果与实验基本一致。当 应变率较高时,理论与实验结果的峰后阶段存在一 定的差别,原因可能在于实验本构模型对高应变率 的峰后阶段预测存在一定的不足,有待后期进一步 探索。整体而言,理论与实验结果基本分布于 $\gamma = x$ 曲线附近(0.31% ≤误差≤8.66%),即修正后的本构 模型可表征三轴动静加载下煤体的动力学响应行为。



Fig. 10 Comparison of theoretical and experimental results

3.4 模型适用性分析

为验证实验本构模型拟合效果,运用三维动静 组合冲击损伤模型对文献[25]的冲击实验数据开 展理论拟合。拟合结果及参数如图 11、表9 所示。



文献[25] 拟合结果对比 图 11



表9 本构模型拟合参数

Tab. 9 Fitting parameters of constitutive model

	01					
$\sigma_{ m m}/{ m MPa}$	$\dot{\varepsilon}/\mathrm{s}^{-1}$	<i>E</i> /GPa	$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{m}}$	μ	$\varphi/(\circ)$	R^2
18.2	69.4	6.29	0.01	0.30	30	0.91
44.0	133.6	8.19	0.01	0.41	31	0.91
57.4	161.7	37.68	0.01	0.36	32	0.92
95.9	168.2	42.00	0.01	0.35	35	0.93
	σ _m /MPa 18.2 44.0 57.4 95.9	σ_m/MPa $\dot{\varepsilon}/s^{-1}$ 18.2 69.4 44.0 133.6 57.4 161.7 95.9 168.2	$\sigma_{\rm m}/{\rm MPa}$ $\dot{\varepsilon}/{\rm s}^{-1}$ $E/{\rm GPa}$ 18.2 69.4 6.29 44.0 133.6 8.19 57.4 161.7 37.68 95.9 168.2 42.00	$\sigma_{\rm m}/{\rm MPa}$ $\dot{\varepsilon}/{\rm s}^{-1}$ $E/{\rm GPa}$ $\varepsilon_{\rm m}$ 18.2 69.4 6.29 0.01 44.0 133.6 8.19 0.01 57.4 161.7 37.68 0.01 95.9 168.2 42.00 0.01	$\sigma_{\rm m}/{\rm MPa}$ $\dot{\varepsilon}/{\rm s}^{-1}$ $E/{\rm GPa}$ $\varepsilon_{\rm m}$ μ 18.2 69.4 6.29 0.01 0.30 44.0 133.6 8.19 0.01 0.41 57.4 161.7 37.68 0.01 0.36 95.9 168.2 42.00 0.01 0.35	$\sigma_{\rm m}/{\rm MPa}$ $\dot{\varepsilon}/{\rm s}^{-1}$ $E/{\rm GPa}$ $\varepsilon_{\rm m}$ μ $\varphi/(^{\circ})$ 18.2 69.4 6.29 0.01 0.30 30 44.0 133.6 8.19 0.01 0.41 31 57.4 161.7 37.68 0.01 0.36 32 95.9 168.2 42.00 0.01 0.35 35

由图 11、表 9 的实验与理论曲线拟合结果及参 数可知,实验构建的本构模型不仅能够描述内蒙古 鄂尔多斯煤矿煤样的动态冲击力学性质,也能较好 拟合其他煤岩材料的动态冲击试验结果。

动静加载后卸荷破坏特征 4

煤宏观破坏的本质是受动静载荷等因素,煤内 部原生及次生缺陷(孔隙、裂隙、节理等)不断萌生、 扩展、贯通,进而导致失稳破坏的结果。由于煤样内 部结构复杂多样、随机分布,受载荷作用破坏形态多 样,如层裂、剪切、压碎、表面剥离、周边破碎等。为 探讨深部煤岩"三轴应力+动力扰动+卸荷"的力 学特征,借助加卸荷电液伺服装置(如图12所示), 在常规三维动静组合加载后增加卸荷实验,对比轴 压、冲击气压、卸荷方式对煤样破坏特征的影响及机 制。卸荷实验及具体方案如图 13、表 10 所示。





(b) 围压加卸载装置

(c)闭环电液伺服加压装置

图 12 加卸荷电液伺服装置

Loading and unloading electro-hydraulic servo device Fig. 12







4.1 同步卸荷后煤样破坏特征

同步卸荷指将轴围载荷同时卸载,可忽略卸载 效应的影响,仅探究三维动静加载实验对于煤样的 破坏影响,操作步骤见表11。同步卸荷后煤样破坏 特征(上端面为入射端,下端面为透射端),如图 14~ 16 所示。

表 1	0 卸荷实	验方案
Tab. 10	Unloading	test scheme
轴圧/	国圧/	油丰与 圧/

卸荷方式	轴压/ MPa	围压/ MPa	冲击气压/ MPa	应力环境
同步	7.0~24.0	24.0	0.6	低 – 高应力 强扰动
同步	14.5	24.0	0.1~0.6	中间应力 弱 – 强扰动
非同步	7.0~24.0	24.0	0.1	低 – 高应力 弱扰动
非同步	14.5	24.0	0.1~0.6	中间应力 弱 – 强扰动

表 11 同步卸荷操作步骤

	Tab. 11 Synchronous unloading operation steps
步骤	具体操作
1	冲击实验完成后,将轴压加载装置与围压加载装置的卸压 档阀门同时打开
2	将图12(c)的伺服加压装置由加压档调至卸压档,此时轴压和围压已经全部卸载
3	打开图 12(c) 泵机, 抽干装置内的残存液压油
4.1.1	轴压 – 同步卸荷的影响

实验选取最大冲击气压 0.6 MPa、轴压 7.0~24.0 MPa 开展同步卸荷对煤样破坏特征研究,如图 14所示。



由图 14 可知,当轴压小于 14.5 MPa 时,煤样发 生典型动态破坏,主要形式为层裂式拉伸破坏,且层 裂程度随着轴压增大,逐渐减小,即负相关趋势;同 时,当轴压大于 14.5 MPa 时,煤样受轴围压作用,煤 样内部裂隙闭合程度逐渐加深,宏观表现为煤样表 面未发生破坏。

根据最大正拉应力瞬间断裂准则,若加载波为 正弦波,波阵面波峰为 σ_0 、层裂临界应力 σ_e ,当正拉 应力超过临界应力,则发生断裂(如图 15 所示),即 波峰应力值近似为最大正拉应力,关系如下:



Fig. 15 Schematic diagram of spallation

结合应力波传播理论可知,同步卸荷时层裂程 度随轴压的增大而减小,原因可能在于:压缩加载 波、卸载反射波作用于煤样径向方向,在层裂区域形 成拉伸界面。当煤样受轴围压作用时,随着轴压的 增加,煤样组合抗压强度相应提高,导致拉伸界面后 移。当拉伸界面不作用于煤样,其产生的拉应力无 法影响煤样,即煤样的层裂临界应力未达到,造成层 裂现象难以发生。

4.1.2 冲击气压 - 同步卸荷的影响

图 16 为同步卸荷 - 轴压 17.0、20.0、22.0、 24.0 MPa煤样在不同冲击气压梯度下的破坏特征。 当轴压高于 14.5 MPa,煤样保持完整,未发生明显 破坏。结合图 14 可知,层裂现象的出现与轴压、冲 击气压存在显著关联,以轴压 14.5 MPa 为分界点, 低于该数值存在层裂破坏的可能。



图 16 不同冲击气压 – 同步卸荷下煤样破坏特征

Fig. 16 Failure characteristics of coal samples under different impact pressures and synchronous unloading

为表征图 16、17 中同步卸荷煤样的损伤,以试 样冲击前、后的纵波波速定义冲击损伤,计算如下:

$$D_{t} = 1 - \frac{V_{P}^{\prime 2}}{V_{P}^{2}}$$
(16)

式中:V_P为损伤前试样纵波波速,V_P为损伤后试样 纵波波速。



图 17 不同冲击气压 – 同步卸荷下煤样损伤规律



结合图 16、17 可知,轴压 17.0~24.0 MPa 下试 样内部损伤差异显著,损伤因子 D 随轴压增大而减 小,随冲击气压的增大呈显著上升趋势。结果表明 轴围压、冲击气压造成煤样内部一定损伤,但试样结 构未呈现整体失稳破坏,原因可能在于轴围压造成 煤样组合强度提高,损伤降低,无法造成显著破坏。

4.2 非同步卸荷后煤样破坏特征

非同步卸荷指首先卸载轴压,后卸载围压,探究 卸载效应的影响,操作步骤见表 12。同步卸荷后煤 样破坏特征(上端面为入射端,下端面为透射端), 如图 18、19 所示。

表 12 非同步卸荷操作步骤

Tab. 12	Operation	steps of	f async	hronous	unloading
---------	-----------	----------	---------	---------	-----------

步骤	具体操作
1	冲击实验完成后,将轴压加载装置的卸压阀门打开
2	将图12(c)的伺服加压装置由加压档调至卸压档,此时轴压 已卸载;打开围压卸压阀门,此时围压也已卸载
3	打开图12(c)泵机,抽干装置内的残存液压油

4.2.1 轴压-非同步卸荷的影响

由于非同步卸荷下煤样的承载能力较低,选取 实验最小冲击气压 0.1 MPa、轴压 7.0~24.0 MPa 开展非同步卸荷对煤样破坏特征研究,如图 18 所示。

由图 18 可知,非同步卸荷导致煤样破坏程度随 轴压增大而显著增加。其中,轴压 14.5 MPa 为临界 压剪破碎状态,存在剪切裂纹及表面剥离现象。随 着轴压增加至 17.0~24.0 MPa,卸载轴压导致煤样 整体粉碎性破坏,部分碎块呈明显剪切破坏造成的 楔形块体,且轴压为20.0~24.0 MPa时的块体破坏 效果更为显著,同时掺杂部分碎屑粉末。





图 19 不同冲击气压 – 非同步卸荷下煤样破坏特征



由图 19 可知,轴压 7.0~14.5 MPa、气压 0.1~ 0.6 MPa 时煤样破坏形式主要表现为整体完整、层 裂、压剪、层裂 – 压剪混合破坏。其中,当冲击气压 0.1~0.2 MPa、轴压 7.0~12.0 MPa 时(直线区 域),试样处于弱冲击 – 低轴围压,未达到层裂/压 剪破坏条件,表现为煤样无宏观破坏;当冲击气压 0.4~0.6 MPa、轴压 7.0~12.0 MPa 时(短划线区 域),试样处于强冲击 – 低轴围压,仅达到层裂应力 范围,此阶段表现为层裂破坏,层裂的拉伸界面随冲 击气压的增大而后移;当冲击气压 0.1~0.2 MPa、 轴压 14.5 MPa 时(圆点线区域),试样处于弱冲 击 - 中间应力,未达到层裂临界应力,煤样破坏形式 为压剪破坏;当冲击气压为 0.4~0.6 MPa、轴压 14.5 MPa时(长划线区域),试样达到层裂 - 压剪破 坏条件,破坏形式为拉伸 - 剪切破坏,即先层裂,后 压裂。同时,为研究煤样"层裂 - 压剪"混合破坏机 制,绘制非同步卸荷破坏示意图,如图 20 所示。





结合图 20 可知,受煤体泊松效应影响,非同步 卸荷中煤样卸荷作用等价于卸荷方向施加拉应力, 逐步解除抑制微裂纹扩展作用,进而导致煤样扩容 效果显著加剧^[26]。同时,受卸荷速率影响,煤样破 坏过程中轴压未直接降低至 0,即非同步卸荷状态 下的破坏为围压侧限抑制作用下的破坏效果,具体 表现为单轴、三轴的中间状态,造成冲击气压 0.4 ~ 0.6 MPa、轴压 14.5 MPa 试样出现层裂 – 压剪复合 破坏状态。对比同步卸荷可知,二者虽均可造成煤 样失稳破坏,但应力卸荷路径不同,卸荷方式的不同 导致煤样破坏过程显著差异。除此之外,该破坏模 式与矿山开采中巷道围岩"层裂 – 压剪"混合破坏 形式相似(动静扰动+卸荷),一定程度上揭示了深 部动压巷道"三轴应力+动力扰动+开挖卸荷"下 围岩破坏模式的形成原因。

同时,由于煤岩冲击破坏 SHPB 实验条件有限, 实验并未考虑围压、卸荷速率影响,即围压梯度下的 煤岩动力学特性、围压 + 应变率的交互作用及卸荷 破坏特征有待进一步研究。

5 结 论

1)煤样动抗压强度与应变率呈幂函数增长趋势,动抗压强度随轴压增加呈先增加后减小趋势。 响应面结果表明,三轴动静加载实验中轴压A、应变 率B影响显著,二者交互作用影响显著,其中交互项影 响为A²B>AB²>AB,单因素项影响为B>A²>A>B²。

2)借助 Weibull 分布、D-P 准则,基于轴围压、冲击载荷作用,构建煤样强度型统计损伤模型,并借助 RSM-CCD 获得考虑因素交互作用的回归方程(*R*² ≥ 0.88),修正后的本构模型可反映应变率、轴压的单 一及因素交互作用。 3)冲击加载后同步卸荷的煤样以层裂式拉伸 破坏为主,拉伸破坏界面随轴压增大而后移直至消 失,无法形成层裂破坏;非同步卸荷下煤样破坏形式 包括整体完整、层裂、压剪破坏、层裂-压剪混合破 坏。其中,当冲击气压 0.4~0.6 MPa、轴压 14.5 MPa 时,非同步卸荷煤样表现为"层裂+压剪"混合式破坏。

参考文献

- [1]刘峰,郭林峰,赵路正.双碳背景下煤炭安全区间与绿色低碳 技术路径[J].煤炭学报,2022,47(1):1
 LIU Feng, GUO Linfeng, ZHAO Luzheng. Research on coal safety range and green low-carbon technology path under the dual-carbon background[J]. Journal of China Coal Society, 2022,47(1):1.
 DOI:10.13225/j.cnki.jccs.YG22.0016
- [2]谢和平,任世华,谢亚辰,等. 碳中和目标下煤炭行业发展机遇
 [J]. 煤炭学报, 2021, 46(7): 2197
 XIE Heping, REN Shihua, XIE Yachen, et al. Development opportunities of the coal industry towards the goal of carbon neutrality
 [J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(7): 2197. DOI:10. 13225/j. enki. jecs. 2021.0973
- [3]李夕兵,宫凤强,ZHAOJ,等.一维动静组合加载下岩石冲击破 坏试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(2):251
 LI Xibing, GONG Fengqiang, ZHAOJ, et al. Test study of impact failure of rock subjected to one-dimensional coupled static and dynamic loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(2):251
- [4] 宫凤强,李夕兵,刘希灵. 三维动静组合加载下岩石力学特性 试验初探[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(6): 1179
 GONG Fengqiang, LI Xibing, LIU Xiling. Preliminary experimental study of characteristics of rock subjected to 3D coupled static and dynamic loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(6): 1179
- [5]吴拥政,孙卓越,付玉凯. 三维动静加载下不同长径比煤样力 学特性及能量耗散规律[J]. 岩石力学与工程学报,2022, 41(5):877

WU Yongzheng, SUN Zhuoyue, FU Yukai. Mechanical properties and energy dissipation laws of coal samples with different length-todiameter ratios under 3D coupled static and dynamic loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2022, 41(5): 877. DOI: 10.13722/j. cnki. jrme. 2021.0920

- [6]金解放,吴越,张睿,等.冲击速度和轴向静载对红砂岩破碎及能耗的影响[J].爆炸与冲击,2020,40(10):39
 JIN Jiefang, WU Yue, ZHANG Rui, et al. Effect of impact velocity and axial static stress on fragmentation and energy dissipation of red sandstone[J]. Explosion and Shock Waves, 2020, 40(10):39. DOI:10.11883/bzycj-2019-0479
- [7] 尹土兵,李夕兵,叶洲元,等. 温-压耦合及动力扰动下岩石破碎的能量耗散[J]. 岩石力学与工程学报,2013,32(6):1197
 YIN Tubing, LI Xibing, YE Zhouyuan, et al. Energy dissipation of rock fracture under thermo-mechanical coupling and dynamic disturbances [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(6): 1197. DOI: 10.3969/j.issn.1000-6915.2013.06.013
- [8] 刘少虹,毛德兵,齐庆新,等.动静加载下组合煤岩的应力波传 播机制与能量耗散[J].煤炭学报,2014,39(Sup.1):15

第56卷

LIU Shaohong, MAO Debing, QI Qingxin, et al. Under static loading stress wave propagation mechanism and energy dissipation in compound coal-rock [J]. Journal of China Coal Society, 2014, 39(Sup.1): 15. DOI: 10.13225/j. cnki. jccs. 2013.0411

 [9]叶洲元,赵伏军,周子龙.动静组合载荷下卸荷岩石力学特性 分析[J].岩土工程学报,2013,35(3):454
 YE Zhouyuan, ZHAO Fujun, ZHOU Zilong. Mechanical

characteristics of unloading rock under coupled dynamic and static loads [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(3): 454

[10]王春,程露萍,唐礼忠,等.高静荷载下卸载速率对岩石动力 学特性及破坏模式的影响[J].岩石力学与工程学报,2019, 38(2):217

WANG Chun, CHENG Luping, TANG Lizhong, et al. Effects of the unloading rate on dynamic characteristic and failure modes of rock under high static loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(2): 217. DOI: 10.13722/ j. cnki. jrme. 2018.0954

- [11] GONG Fengqiang, ZHONG Wenhui, GAO Mingzhong, et al. Dynamic characteristics of high stressed red sandstone subjected to unloading and impact loads [J]. Journal of Central South University, 2022, 29(2): 596. DOI: 10.1007/s11771-022-4944-6
- [12]单仁亮,程瑞强,高文蛟. 云驾岭煤矿无烟煤的动态本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(11):2258
 SHAN Renliang, CHENG Ruiqiang, GAO Wenjiao. Study on dynamic constitutive model of anthracite of yunjialing coal mine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(11):2258. DOI: 10.3321/j.issn:1000-6915.2006.11.014
- [13] 王礼立, PLUVINAGE G, LABIBES K. 冲击载荷下高聚物动态 本构关系对粘弹性波传播特性的影响[J]. 宁波大学学报(理 工版), 1995, 8(3): 30
 WANG Lili, PLUVINAGE G, LABIBES K. The influence of dynamic constitutive relations of polymers at impact loading on the viscoelastic wave propagation character [J]. Journal of Ningbo University(Natural Science & Engineering Edition), 1995, 8(3): 30
- [14]郭德勇,吕鹏飞,赵杰超,等. 煤岩冲击变形破坏特性及其本 构模型[J]. 煤炭学报, 2018, 43(8): 2233
 GUO Deyong, LÜ Pengfei, ZHAO Jiechao, et al. Deformation and damage characteristics and constitutive model of coal and rock under impact loading[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(8): 2233. DOI: 10.13225/j. cnki. jccs. 2018.0300
- [15] 解北京,严正.基于层叠模型组合煤岩体动态力学本构模型
 [J].煤炭学报, 2019, 44(2):463
 XIE Beijing, YAN Zheng. Dynamic mechanical constitutive model of combined coal-rock mass based on overlay model[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(2):463. DOI:10.13225/j.cnki. jccs.2018.1007
- [16] KONG Xiangguo, LI Shugang, WANG Enyuan, et al. Experimental and numerical investigations on dynamic mechanical responses and failure process of gas-bearing coal under impact load [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, 142: 106579. DOI: 10.1016/j.soildyn.2021.106579
- [17] DAI Feng, HUANG Sheng, XIA Kaiwen, et al. Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2010, 43(6): 657. DOI: 10.1007/s00603-010-0091-8

- [18] 孟庆山,范超,曾卫星,等.南沙群岛珊瑚礁灰岩的动态力学性能试验[J]. 岩土力学, 2019, 40(1):183
 MENG Qingshan, FAN Chao, ZENG Weixing, et al. Tests on dynamic properties of coral-reef limestone in South China Sea[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1):183. DOI:10.16285/j.rsm.2017.1271
- [19] 丰平,张庆明,陈利,等. SHPB 测试中斜坡加载对应力均匀性和恒应变率的影响分析[J].北京理工大学学报,2010,30(5):513
 FENG Ping, ZHANG Qingming, CHEN Li, et al. Influence of incident pulse of slope on stress uniformity and constant strain rate in SHPB test[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(5):513. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2010.05.010
- [20] 闻磊,梁旭黎,冯文杰,等.冲击损伤砂岩动静组合加载力学特性研究[J]. 岩土力学,2020,41(11):3540
 WEN Lei, LIANG Xuli, FENG Wenjie, et al. An investigation of the mechanical properties of sandstone under coupled static and dynamic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(11): 3540. DOI:10.16285/j.rsm.2020.0214
- [21]王志航,白二雷,许金余,等.基于响应曲面法的纳米颗粒增强水泥浆体制备研究[J]. 硅酸盐通报,2021,40(12):3918
 WANG Zhihang, BAI Erlei, XU Jinyu, et al. Preparation of nanoparticles reinforced cement paste based on response surface method [J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2021,40(12):3918. DOI:10.16552/j.cnki.issn1001-1625.20211101.001
- [22] 解北京,栾铮,陈冬新,等.不同长径比煤样动力学特征及本 构模型[J].矿业科学学报,2023,8(2):190
 XIE Beijing, LUAN Zheng, CHEN Dongxin, et al. Dynamic characteristics and constitutive model of coal samples with different length diameter ratio [J]. Journal of Mining Science and Technology, 2023, 8(2): 190. DOI: 10. 19606/j. cnki. jmst. 2023.02.006
- [23]王登科,刘淑敏,魏建平,等.冲击破坏条件下煤的强度型统 计损伤本构模型与分析[J].煤炭学报,2016,41(12):3024
 WANG Dengke, LIU Shumin, WEI Jianping, et al. Analysis and strength statistical damage constitutive model of coal under impacting failure [J]. Journal of China Coal Society, 2016, 41(12):3024. DOI:10.13225/j.cnki.jccs.2016.0540
- [24] 王恩元,孔祥国,何学秋,等.冲击载荷下三轴煤体动力学分析及损伤本构方程[J].煤炭学报,2019,44(7):2049
 WANG Enyuan, KONG Xiangguo, HE Xueqiu, et al. Dynamics analysis and damage constitute equation of triaxial coal mass under impact load [J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(7): 2049. DOI:10.13225/j. cnki.jccs.2018.1314
- [25] XUE Yang, LIU Xiaohui, ZHAO Rui, et al. Investigation on triaxial dynamic model based on the energy theory of bedding coal rock under triaxial impact compression [J]. Shock and Vibration, 2021, 2021: 5537341. DOI: 10.1155/2021/5537341
- [26] 冯友良, 鞠文君. 加卸荷应力路径下巷帮煤体力学特性与损伤 破坏研究[J]. 煤炭科学技术, 2019, 47(4): 210
 FENG Youliang, JU Wenjun. Study on mechanical characteristics and damage failure of coal mass from roadway side wall under loading and unloading stress path [J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(4): 210. DOI: 10.13199/j. cnki. cst. 2019.04.035