

卫星编队飞行的相对姿态控制

吕建婷^{1,2}, 曹喜滨¹, 高岱¹

(1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 哈尔滨 150080, lvjianting@gmail.com; 2. 黑龙江大学 数学科学学院, 哈尔滨 150080)

摘要: 使用基于李亚普诺夫的控制方法, 研究了双星编队飞行系统的相对姿态控制问题. 考虑角速度可测和角速度信息不可测量两种情况, 进行了状态反馈和输出反馈的姿态控制算法的设计, 并通过李亚普诺夫方法证明了编队飞行系统全局渐近稳定性. 最后对给出的算法进行了数值仿真. 结果表明, 所设计的控制算法实现了编队卫星之间的姿态协同控制, 是可行的、有效的.

关键词: 卫星编队飞行; 相对姿态控制; 输出反馈控制

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)01-0009-04

Relative attitude control of satellite formation flying

LU Jian-ting^{1,2}, CAO Xin-bin¹, GAO Dai¹

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China, lvjianting@gmail.com;

2. School of Mathematical Science, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: This paper investigates the problem of relative attitude control of a two-satellite formation using Lyapunov-based methods. Considering the measurability and immeasurability of angular velocity, we develop the state feedback control and output feedback control schemes. Global convergences of the satellite formation are proven mathematically. Finally, simulations are performed. Results demonstrate that the attitude coordination among the satellites can be achieved, which shows that the proposed schemes are effective and feasible.

Key words: satellite formation flying; relative attitude control; output feedback control

卫星编队飞行是空间技术领域的一个创新, 代表了空间系统发展的一个重要方向. 卫星编队飞行一般是由一颗参考卫星和若干颗伴随卫星组成, 编队中所有卫星相互协同工作来实现单颗大卫星的功能. 卫星编队系统与传统的单个卫星相比, 具有功能强、系统费用低、可靠性高、适应性强等优势. 多数编队飞行任务对卫星间的相对姿态的控制精度有着严格要求. 如合成孔径雷达^[1], 要求每颗卫星的光学敏感器以指定的相对姿态指向空间某个方向.

目前, 国内外学者对卫星编队飞行的相对姿态控制进行了相关研究. 文献[1]对主从式相对姿态协同控制进行了详细的研究, 文献[2]首先

给出了主星的几种控制算法, 然后针对从星设计了自适应同步控制律. 主从方式^[1-5]是指主星向着期望轨迹运动, 从星跟踪主星轨迹的一个预先给定的偏差, 当主星运动到期望轨迹而从星与主星的轨迹相差给定的偏差时, 整个编队的期望轨迹便达到了. 在主从方式中, 由于从星没有任何信息反馈给主星, 因此整个编队的性能取决于主星的性能, 主星一旦出现故障将会影响整个编队的性能. 行为方式的基本思想是描述个体的一些期望的行为, 然后由对各个期望行为控制的加权平均来获得对个体的控制, 文献[6]利用基于行为方式的控制提出了一种分布式姿态控制器, 并证明这种控制器能够保证系统是全局渐进稳定的. 一般的卫星姿态控制器的设计采用全状态反馈, 即同时需要姿态信息和姿态角速度信息的测量. 而角速度敏感器, 尤其是高精度的敏感器, 其费用都是相当昂贵的. 在研制经费紧张的情况下, 可以考虑不安装这样的速度敏感器, 而只通过姿态信

收稿日期: 2008-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60704020);

黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11541264).

作者简介: 吕建婷(1980—), 女, 博士, 讲师;

曹喜滨(1963—), 男, 教授, 博士生导师.

息敏感器的测量来完成姿态控制任务. 文献[7]提出了一种基于行为方式的无须角速度测量的控制算法.

本文针对双星编队飞行的相对姿态控制问题, 设计了相对姿态协同控制算法. 首先给了卫星的数学模型. 然后给出了需要角速度测量信息的状态反馈跟踪控制算法, 并通过构建动态滤波器, 采用修正罗德里格参数(MRP)和滤波器的状态进行反馈, 实现了无需角速度反馈的输出反馈跟踪控制. 采用 Lyapunov 方法, 证明了编队卫星的全局渐近稳定性. 最后对提出的算法进行了数学仿真验证, 结果表明了所设计的控制算法是行之有效的.

1 数学模型

1.1 基于 MRP 的卫星姿态运动方程

刚体卫星姿态运动的动力学方程为^[8]

$$J\dot{\omega} + \omega^\times J\omega = u. \quad (1)$$

其中: $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^\top \in \mathbf{R}^3$ 为星体相对于惯性空间角速度矢量在本地坐标系中的分量; $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为卫星的正定对称的转动惯量矩阵; $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^\top \in \mathbf{R}^3$ 是三轴控制力矩矢量. 对于 $\forall \zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3]^\top \in \mathbf{R}^3$, 符号 $\zeta^\times$ 表示如下的斜对称矩阵:

$$\zeta^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

由 MRP 参数 σ 描述的卫星非线性运动学方程为^[9]

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega. \quad (2)$$

其中: $\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3]^\top \in \mathbf{R}^3$, 矩阵 $G(\sigma) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 定义为

$$G(\sigma) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sigma^\top \sigma}{2} I_3 + \sigma^\times + \sigma \sigma^\top \right).$$

这里 I_3 表示 3×3 维单位矩阵, 并且对于任意的 $\zeta \in \mathbf{R}^3$, 定义 $\zeta^2 = \zeta^\top \zeta$.

由 MRP 描述的方向余弦矩阵为

$$R(\sigma) = I_3 - \frac{4(1 - \sigma^2)}{(1 + \sigma^2)^2} [\sigma^\times] + \frac{8}{(1 + \sigma^2)^2} [\sigma^\times]^2.$$

1.2 编队飞行卫星的误差方程

在编队飞行卫星的相对姿态控制过程中, 定义两种误差: 状态保持误差和队形保持误差.

状态保持误差 $\delta\sigma_i$, 即编队中的每颗卫星的当前姿态与目标姿态间的偏差, 由(2) 式有

$$\delta\dot{\sigma}_i = G(\delta\sigma_i)\delta\omega_i, \quad (3)$$

这里相应的状态保持角速度误差 $\delta\omega_i$ 为

$$\delta\omega_i = \omega_i - R(\delta\sigma_i)\omega_{di}. \quad (4)$$

其中: ω_{di} 为目标姿态角速度.

编队卫星相对姿态 σ_{ij} , 即编队中任意两颗卫星间的姿态偏差, 这里有

$$\dot{\sigma}_{ij} = G(\sigma_{ij})\omega_{ij}.$$

其中:

$$\omega_{ij} = \delta\omega_i - R^j \delta\omega_j.$$

2 相对姿态协同控制器设计

引理 1^[10] LaSalle 不变原理: 设 $\Omega \in D$ 是方程 $\dot{x} = f(x)$ 的一个正不变紧集. 设 $V: D \rightarrow \mathbf{R}$ 是连续可微函数, 在 Ω 内满足 $\dot{V} \leq 0$. 设 E 是 Ω 内所有点的集合, 满足 $\dot{V}(x) = 0$, M 是 E 内最大不变集. 那么当 $t \rightarrow \infty$ 时, 始于 Ω 内的每个解都趋于 M .

引理 2^[10] Barbalat 引理: 设 $\phi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 是 $[0, \infty)$ 上的一致连续函数. 假设 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ 存在且有限, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时 $\phi(t) \rightarrow 0$.

定理 1 考虑由式(1) ~ (4) 描述的系统, 设计第 i 颗卫星的状态反馈控制律为

$$u_i = -k_{pi}\delta\sigma_i - k_{di}\delta\omega_i - k_{ij}\sigma_{ij} - \rho_{ij}\omega_{ij} + (R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^\times J_i R(\delta\sigma_i)\omega_{di} + J_i R(\delta\sigma_i)\dot{\omega}_{di},$$

这里 $i = 1, 2, j = 1, 2, i \neq j, k_{pi}, k_{di}, k_{ij}, \rho_{ij} > 0$, 当 $k_{ij} = k_{ji}, \rho_{ij} = \rho_{ji}$, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta\sigma_i, \delta\omega_i, \omega_{ij}) = (0, 0, 0)$.

证明 对第 i 颗卫星, 选取 Lyapunov 函数

$$V_i = 0.5\delta\omega_i^\top J_i \delta\omega_i + 2k_{pi} \ln(1 + \delta\sigma_i^\top \delta\sigma_i) + k_{ij} \ln(1 + \sigma_{ij}^\top \sigma_{ij}).$$

计算 V_i 对时间 t 的导数, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \delta\omega_i^\top J_i \delta\dot{\omega}_i + \frac{4k_{pi}\delta\sigma_i^\top G(\delta\sigma_i)\delta\omega_i}{1 + \delta\sigma_i^2} + \\ &\quad \frac{2k_{ij}\sigma_{ij}^\top G(\sigma_{ij})\omega_{ij}}{1 + \sigma_{ij}^2}. \end{aligned}$$

由于 $\sigma^\top G(\sigma) = (1 + \sigma^2/4)\sigma^\top$, 所以有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \delta\omega_i^\top J_i \delta\dot{\omega}_i + k_{pi}\delta\sigma_i^\top \delta\omega_i + 0.5k_{ij}\sigma_{ij}^\top \omega_{ij} = \\ &= -\delta\omega_i^\top M \delta\omega_i - \delta\omega_i^\top q + \delta\omega_i^\top u + k_{pi}\delta\sigma_i^\top \delta\omega_i + \\ &\quad 0.5k_{ij}\sigma_{ij}^\top \omega_{ij}, \end{aligned} \quad (5)$$

这里

$$\begin{aligned} M &= (R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^\times J_i + J_i (R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^\times, \\ q &= (R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^\times J_i (R(\delta\sigma_i)\omega_{di}) + J_i (R(\delta\sigma_i)\dot{\omega}_{di}). \end{aligned}$$

因为 J_i 是对称的, $(R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^\times$ 是斜对称的, 所以有 $M = -M^\top$. 因此有 $\delta\omega_i^\top M \delta\omega_i = 0$. 将其代入(5), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\delta\omega_i^\top q + \delta\omega_i^\top u + k_{pi}\delta\sigma_i^\top \delta\omega_i + k_{ij}\sigma_{ij}^\top \omega_{ij} = \\ &= -k_{di}\delta\omega_i^\top \delta\omega_i - k_{ij}\delta\omega_i^\top \sigma_{ij} - \rho_{ij}\delta\omega_i^\top \omega_{ij} + k_{ij}\sigma_{ij}^\top \omega_{ij}. \end{aligned}$$

由于

$$\omega_{ij} = -R^{ij}\omega_{ji}$$

和

$$\sigma_{ij} = -R^{ij}\sigma_{ji},$$

并且

$$k_{ij} = k_{ji}, \rho_{ij} = \rho_{ji},$$

则有以下式成立:

$$\begin{aligned} & -k_{ij}\delta\omega_i^T\sigma_{ij} - k_{ji}\delta\omega_j^T\sigma_{ji} - \rho_{ij}\delta\omega_i^T\omega_{ij} - \rho_{ji}\delta\omega_j^T\omega_{ji} + \\ & 0.5k_{ij}\sigma_{ij}^T\omega_{ij} + 0.5k_{ji}\sigma_{ji}^T\omega_{ji} = -k_{ij}\omega_{ij}^T\sigma_{ij} - \\ & \rho_{ij}\omega_{ij}^T\omega_{ij} + k_{ij}\sigma_{ij}^T\omega_{ij} = -\rho_{ij}\omega_{ij}^T\omega_{ij}. \end{aligned}$$

因此对于整个编队来说,可以得到

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^2 \dot{V}_i = -\sum_{i=1}^2 k_{di}\delta\omega_i^T\delta\omega_i - \rho_{ij}\omega_{ij}^T\omega_{ij} \leq 0.$$

结合 V 的连续可微性、径向无界性以及 $\dot{V} \leq 0$, 由 LaSalle 定理, 所有的闭环状态将收敛到集合 $\Theta = \{V = 0\}$ 的最大不变集 $\bar{\Theta}$ 中. 因此可以得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta\omega_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{ij} = 0.$$

进而有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta\sigma_i = 0.$$

定理 2 考虑由式(1)~(4)描述的系统, 设计第 i 颗卫星的输出反馈控制律为

$$\begin{aligned} u_i = & -G^T(\delta\sigma_i)(P_i\delta\sigma_i + P_i(A_{mi}z_i + \delta\sigma_i)) - k_{ij}\sigma_{ij} + \\ & (R(\delta\sigma_i)\omega_{di})^{\times} J_i R(\delta\sigma_i)\omega_{di} + J_i R(\delta\sigma_i)\dot{\omega}_{di}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{z}_i = A_{mi}z_i + \delta\sigma_i, \quad (7)$$

这里 $z_i \in \mathbf{R}^3$, $A_{mi} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, $A_{mi}^T P_i + P_i A_{mi} = -Q_i$, P_i 和 Q_i 为正定对称矩阵, $k_{ij} > 0$, $k_{ij} = k_{ji}$, $i = 1, 2$, $j = 1, 2, i \neq j$, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta\sigma_i, \delta\omega_i, \sigma_{ij}) = (0, 0, 0).$$

证明 对第 i 颗卫星, 选取 Lyapunov 函数:

$$V_i = \delta\sigma_i^T P_i \delta\sigma_i / 2 + \delta\omega_i^T J_i \delta\omega_i / 2 + k_{ij} \ln(1 + \sigma_{ij}^T \sigma_{ij}) + z_i^T P_i z_i / 2.$$

计算 V_i 对时间 t 的导数, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \delta\sigma_i^T P_i \delta\dot{\sigma}_i + \delta\omega_i^T J_i \delta\dot{\omega}_i + 2k_{ij}\sigma_{ij}^T G(\sigma_{ij})\omega_{ij} / (1 + \sigma_{ij}^T \sigma_{ij}) + z_i^T P_i \dot{z}_i = \delta\sigma_i^T P_i \delta\dot{\sigma}_i + \delta\omega_i^T J_i \delta\dot{\omega}_i + \\ & k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} / 2 + z_i^T P_i \dot{z}_i = \delta\sigma_i^T P_i \delta\dot{\sigma}_i - \delta\omega_i^T M \delta\omega_i - \\ & \delta\omega_i^T q + \delta\omega_i^T u + k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} / 2 + z_i^T P_i (A_{mi} z_i + \delta\dot{\sigma}_i) = \delta\sigma_i^T P_i \delta\dot{\sigma}_i - \delta\omega_i^T q + \delta\omega_i^T u + k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} / 2 + \\ & z_i^T P_i (A_{mi} z_i + \delta\dot{\sigma}_i) = -\delta\omega_i^T k_{ij}\sigma_{ij} + k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} / 2 + \\ & z_i^T (P_i A_{mi} + A_{mi}^T P_i) z_i / 2. \end{aligned}$$

由于 $\omega_{ij} = -R^{ij}\omega_{ji}$ 和 $\sigma_{ij} = -R^{ij}\sigma_{ji}$, 并且 $k_{ij} = k_{ji}$, 则有以下式成立:

$$\begin{aligned} & -\delta\omega_i^T k_{ij}\sigma_{ij} - \delta\omega_j^T k_{ji}\sigma_{ji} + k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} / 2 + \\ & k_{ji}\sigma_{ji}^T \omega_{ji} / 2 = -k_{ij}\omega_{ij}^T \sigma_{ij} + k_{ij}\sigma_{ij}^T \omega_{ij} = 0. \end{aligned}$$

因此对于整个编队来说, 可以得到

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^2 \dot{V}_i = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 z_i^T Q_i z_i \leq 0.$$

结合 V 的连续可微性、径向无界性以及 $\dot{V} \leq 0$, 由 LaSalle 定理, 所有的闭环状态将收敛到集合 $\Theta = \{\dot{V} = 0\} = \{z_i = 0\}$ 的最大不变集 $\bar{\Theta}$ 中.

由 $V \geq 0$ 及 $\dot{V} \leq 0$, 可知状态量 $\delta\sigma_i$ 及 z_i 都是一致有界的. 进而容易推导出 z_i 是一致有界的, 而这意味着 $\dot{z}_i$ 是一致连续的, 再由

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{z}_i = 0,$$

根据 Barbalat 引理, 得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{z}_i = 0.$$

因为

$$\ddot{z}_i = A_{mi} \dot{z}_i + \delta\dot{\sigma}_i,$$

所以可以推出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta\dot{\sigma}_i = 0,$$

因此可以得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta\omega_i = 0,$$

考虑式(1)~(4)和(6), 进而有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_{ij} = 0.$$

3 数学仿真

为验证本文所提出的控制算法的可行性和有效性, 进行数学仿真验证, 这里仅给出定理 2 的仿真结果. 设两颗星转动惯量为

$$J_1 = J_2 = \begin{bmatrix} 42 & 1.8 & -1.5 \\ 1.8 & 25 & -1.2 \\ -1.5 & -1.2 & 61.8 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2).$$

初始 $\delta\sigma_i$:

$$\delta\sigma_1(0) = [0.131 \quad 0.186 \quad 0.226]^T,$$

$$\delta\sigma_2(0) = [0.045 \quad 0.226 \quad 0.260]^T.$$

初始 $\delta\omega_i$:

$$\delta\omega_1(0) = [0 \quad 0 \quad 0]^T (\text{rad/s}),$$

$$\delta\omega_2(0) = [0.02 \quad 0.01 \quad -0.01]^T (\text{rad/s}).$$

目标姿态角速度 ω_{di} :

$$\omega_{di} = [\sin(0.01\pi t) \quad 2\sin(0.01\pi t) \quad -\sin(0.01\pi t)]^T \times 10^{-2} (\text{rad/s}).$$

控制器参数选取:

$$A_{mi} = -0.2I_3, Q_i = I_3, P_i = 2.5I_3,$$

$$k_{ij} = 0.02.$$

数学编队卫星 1 的相对姿态、状态保持误差 MRP、状态保持误差角速度和控制输出力矩变化曲线分别如图 1~4 所示. 由图可以看出, 在无需角速率反馈的情况下, 控制方案也能较好地完成任务, 保证了闭环系统的

渐近稳定性. 仿真结果表明所设计的方案是可行的.

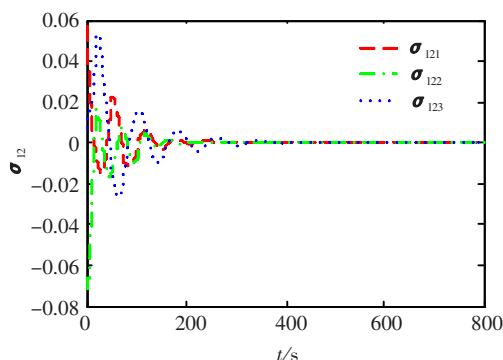


图1 相对MRP变化曲线

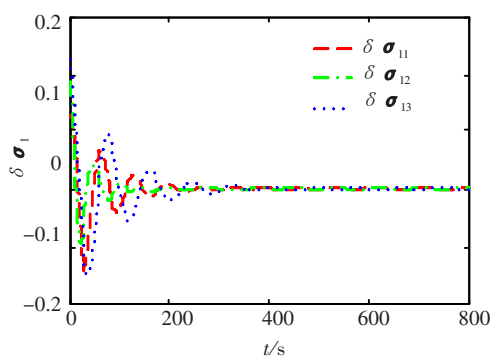


图2 卫星1的误差MRP变化曲线

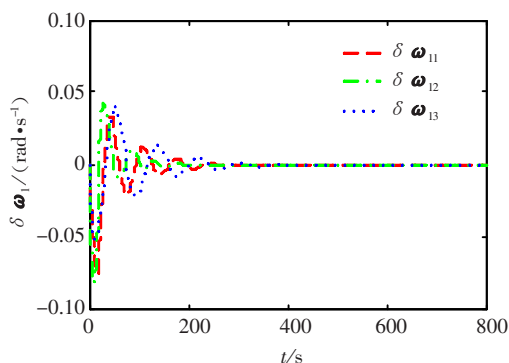


图3 卫星1的误差角速度变化曲线

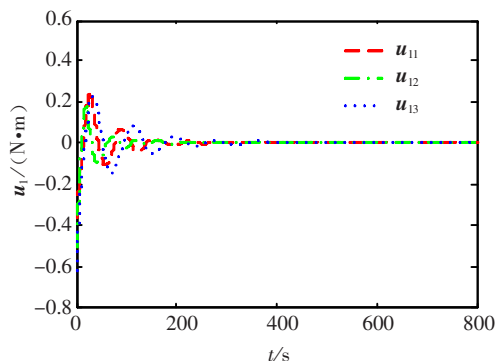


图4 卫星1的控制量变化曲线

4 结 论

本文研究了卫星编队的相对姿态控制问题. 针对MRP描述的姿态控制系统, 给出了编队飞行卫星的状态反馈相对姿态控制算法和不需要角速度测量信息的输出反馈相对姿态控制算法. 通过Lyapunov分析证明了卫星编队飞行的全局渐近稳定性. 仿真结果表明所设计的控制方案很好地实现了卫星编队飞行的相对姿态协同控制.

参考文献:

- [1] KANG W, YE H H, SPARKS A. Coordinated Control of Relative Attitude for Satellite Formation [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Montreal Canada: [s. n.], 2001:1-9.
- [2] PETERSEN K Y. Group Coordinated and Cooperative Control [M]. New York:Springer, 2006:153-170.
- [3] WANG P K C, HADAEGH F Y. Coordination and control of multiple microspacecraft moving in formation[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1996, 44(3):315-355.
- [4] WANG P, HADAEGH F, LAU K. Synchronized formation rotation and attitude control of multiple free-flying spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(1):28-35.
- [5] WANG P, UYEH J, HADAEGH F. Synchronized rotation of multiple autonomous spacecraft with rule-based controls; experimental study [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(2):352-359.
- [6] VANDYKE M C, HALL C D. Decentralized coordinated attitude control within a formation of spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2006, 29(5):1101-1109.
- [7] LAWTON J, YOUNG B, BEARD R. Synchronized Multiple Spacecraft Rotations [J]. Automatica, 2002, 38(8):1359-1364.
- [8] SIDI M J. Spacecraft Dynamics and Control [M]. Cambridge:Cambridge University Press, 1997.
- [9] TOSIOTRAS P. Stabilization and optimality results for the attitude control problem [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1996, 4(19):772-779.
- [10] SLOTINE J J E, LI W. Applied Nonlinear control [M]. New Jersey: Prentice-hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.

(编辑 张 宏)