

一种5轴混联加工中心的位姿正逆解分析

王 瑞¹, 刘文涛², 纪校娟²

(1. 哈尔滨工业大学(威海) 船舶工程学院, 山东 威海 264209, wrhit@163.com; 2. 哈尔滨工业大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 为了解决目前纯并联机床存在的问题, 研究了一种新型5轴混联加工中心结构, 该新型结构具有工作空间大、静动态刚度好的优点. 针对其运动参数间存在较强的耦合性, 给出了运动平台姿态参数与位置参数间的数学解耦关系, 将解析法和数值法相结合, 对其位姿逆解进行了详细的推导, 同时借助改进的杆长逼近法, 进行了位姿正解的推导. 实例验证结果表明算法正确、有效. 该算法对混联机构的运动分析具有一定的参考意义.

关键词: 混联机床; 并联机床; 参数耦合; 位姿正逆解

中图分类号: TG659

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)01-0128-05

Forward and inverse solution about a 5-axis serial-parallel machine tool

WANG Rui¹, LIU Wen-tao², JI Xiao-juan²

(1. School of Ship Engineering, Harbin Institute of Technology at Wei Hai, Wei Hai 264209, China, wrhit@163.com;

2. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To resolve some problems, such as small workspace, about the traditional parallel machine tools, a new kind of 5-axis serial-parallel machine tool is introduced, which has large workspace as well as good static and dynamic stiffness. Considering the strong coupling between position parameters and orientation parameters of the movable platform, the relationship between them is established. The numerical and analytic algorithms are adopted together to solve the inverse kinematics solution, and the bar length approaching algorithm is adopted in the forward kinematics solution without consideration of the additional initial position parameters. The solution method is verified to be correct through two samples, which is important to the analysis of control system of the machine tool.

Key words: serial-parallel machine tool; parallel machine tool; parameter coupling; forward and inverse solution

纯并联机床存在一些问题: 1) 旋转角度小, 难以实现5坐标加工所需的大转角运动; 2) 移动行程短, 不能满足大、重型5坐标数控机床所需的长行程要求; 3) 工作空间/机床体积比小, 占用场地大. 目前混联机床已有多种结构形式, 其基础理论主要涉及以下几方面: 运动学研究^[1-4]、动力学研究^[5]、灵活度研究^[6]、控制理论与方法研究^[7-8]、精度及参数标定研究^[9-11]等.

本文对哈工大、哈尔滨量具刃具有限公司、瑞典 EXECHON 公司于 2007 年 5 月份联合开发的 LINKS-EXE700 型新型 5 自由度混联加工中心

位姿正逆解进行研究.

1 5 自由度混联加工中心的结构

图 1 为 LINKS-EXE700 型混联加工中心真实图片, 图 2 为该型加工中心的结构简图. 不同于 Tricept 机构的 3TPS+TP 构型, 该型加工中心分别由两 TPR(虎克铰-移动副-转动副)支路和一 SPR(等效球铰-移动副-转动副)支路连接上方的定平台和下方的运动平台. 在下平台的中部串联一 RR(转动副-转动副)支路.

加工中心的并联部分具有运动参数耦合的特点, 其动平台的位置参数是独立的, 而姿态参数是位置参数的数学函数, 为了满足加工刀具的姿态灵活性, 在动平台上通过串联机构可以实现刀具

收稿日期: 2008-08-06.

基金项目: 哈尔滨工业大学校级基金资助项目 HIT(WH)200716.

作者简介: 王 瑞(1978—), 男, 博士, 讲师.



图1 LINKS-EXE700 型加工中心

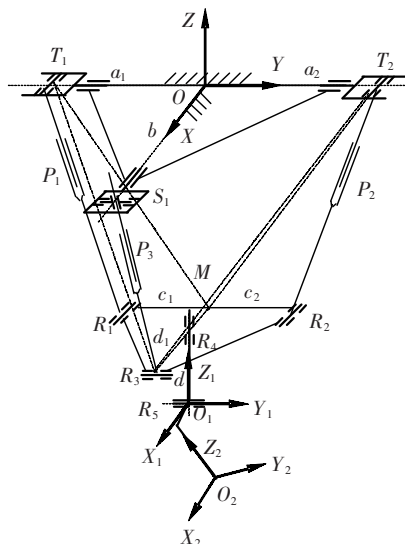


图2 加工中心的结构简图

在可达空间范围内任意姿态. 通过理论分析, 该型加工中心的自由度数为5.

2 5 自由度混联加工中心的位姿逆解

如图2所示, 分别建立定平台坐标系 $OXYZ$, 后文通称定系, 动平台坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$, 后文通称动系, 刀具坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$. 定系固定在机床上方的定平台上, 其 Y 轴方向由 T_1 指向 T_2 , X 轴过球铰 S_1 ; 动系固定在下方的动平台上, 其原点是转动副 R_5 的中心, Y_1 轴方向平行于 R_1R_2 , X_1 轴平行于 MR_3 , Z_1 轴为转动副 R_4 的轴线; 刀具坐标系固定在刀具上, 其原点在刀头点, Z_2 轴为刀具轴线, X_2 轴和 Y_2 轴初始复位状态分别平行于定系的 X 轴和 Y 轴. 位姿逆解是已知刀具的位姿参数 $(x_i, y_i, z_i, \alpha, \beta)$, 对机床的5路输入参数 $(l_1, l_2, l_3, \theta_4, \theta_5)$ 进行求解.

首先分析并联部分的位姿关系, 并联机构的动平台位姿可以用动系原点坐标及动系姿态 RPY 角来描述, 即

$$U = U(x_{o1}, y_{o1}, z_{o1}, \theta_x, \theta_y, \theta_z),$$

式中: x_{o1}, y_{o1}, z_{o1} 是动系原点在定系中的坐标, 用来描述动平台的位置; $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 是 RPY 角, 用来描述动平台的姿态. 则动系到定系的旋转矩阵 M_1 为

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_z \cos \theta_y & \cos \theta_z \sin \theta_y \sin \theta_x - \sin \theta_z \cos \theta_x & \cos \theta_z \sin \theta_y \cos \theta_x + \sin \theta_z \sin \theta_x \\ \sin \theta_z \cos \theta_y & \sin \theta_z \sin \theta_y \sin \theta_x + \cos \theta_z \cos \theta_x & \sin \theta_z \sin \theta_y \cos \theta_x - \cos \theta_z \sin \theta_x \\ -\sin \theta_y & \cos \theta_y \sin \theta_x & \cos \theta_y \cos \theta_x \end{bmatrix}.$$

根据机构的特点, 可知图2中的 ΔT_1MR_3 和 ΔT_2MR_3 是直角三角形, S_1R_3 和 R_1R_2 垂直, 可以推导出 $x_{o1}, y_{o1}, z_{o1}, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ 之间的关系如下:

$$\theta_z = 0.$$

当 $x_{o1} = -d_2$ 时, 则有

$$\theta_y = -2\arctan(d_2/z_{o1});$$

当 $x_{o1} \neq -d_2$ 时, 则有

$$\theta_y = 2\arctan\left(\frac{(-z_{o1} - \sqrt{z_{o1}^2 + x_{o1}^2 - d_2^2})}{(x_{o1} + d_2)}\right).$$

令 $m = (x_{o1} - b)\sin\theta_y + z_{o1}\cos\theta_y$, 则有

$$\theta_x = -\arctan(y_{o1}/m).$$

由上述推导过程可知, 动系的位置参数 x_{o1}, y_{o1}, z_{o1} 是独立的, $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 是位置参数的三角函数, 这样已知动系在定系中的位置参数, 即可获取动平台与定平台间的转换矩阵 M_1 . 设动系原点在定系中的位置参数为

$$O_1 = [x_{o1} \ y_{o1} \ z_{o1}]^T.$$

铰点 T_1, T_2, S_1 在定系中的坐标分别为

$$T_1 = [0 \ -a_1 \ 0]^T, T_2 = [0 \ a_2 \ 0]^T,$$

$$S_1 = [b \ 0 \ 0]^T.$$

转动副 R_1, R_2, R_3 在动系中的坐标分别为

$$R'_1 = [-d_2 \ -c_1 \ d]^T, R'_2 = [-d_2 \ c_2 \ d]^T,$$

$$R'_3 = [d_1 \ 0 \ d]^T.$$

通过坐标变换, 转动副 R_1, R_2, R_3 在定系中的坐标分别是

$$R_i = M_1 \cdot R'_i + O_1, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1)$$

于是, 三路杆长可以表示为

$$l_i = \|T_i - R_i\|, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2)$$

上述过程完成并联部分的逆解分析.

该型加工中心的串联部分同并联部分存在较强的耦合关系. 如图3所示, 左图是机床处于复位状态时, 动系各坐标轴均平行于定系坐标轴, 刀具偏置造成的悬臂长度为 r , 刀具长度为 l ; 右图为机床刀具加工过程中的某一特定姿态, 此时转动副 R_4 和 R_5 均有转动角度, 由于 O_1 位置的变动, 而导致动平台的姿态也随其发生改变.

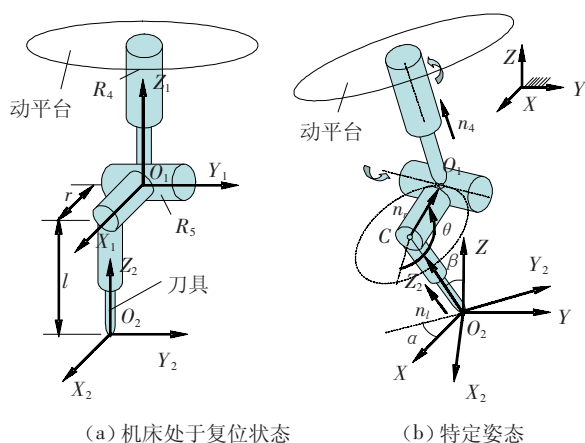


图3 串联部分的姿态示意图

已知刀具在定系中的位姿参数为 $(x_t, y_t, z_t, \alpha, \beta)$, 其中 x_t, y_t, z_t 为刀头点的位置坐标, α 和 β 为刀具轴线在定系中的欧拉姿态进动角和章动角, 分别表示刀具的倾斜方向和倾斜角度. 逆解过程需要确

定动系原点 O_1 的坐标, 而刀具在运动过程中, 需要满足刀具轴线单位矢量 n_l 、刀具悬臂单位矢量 n_r 和转动副 R_4 的轴线单位矢量 n_4 始终共面, 因而动系原点坐标的确定需要建立3个数学等式进行方程求解, 又因轴线单位矢量 n_4 是动系原点坐标的反三角函数, 方程的求解非常繁琐.

本文借助数值搜索方法进行求解, 求解方法如下: 固定刀具位姿, 以点 C (刀具轴线与悬臂交点)为圆心, 在以悬臂长 r 为半径的圆周(圆周所在的平面垂直于刀具轴线)上逆时针按一定的步长从0到360°进行搜索, 寻找动系原点 O_1 , 使该点确定的矢量 n_4 同矢量 n_l, n_r 满足等式

$$n_4 \cdot (n_l \times n_r) = 0.$$

利用黄金分割法, 对动系原点在刀具坐标系中圆周上的方位角度 θ 进行求解. 流程图如图4所示.

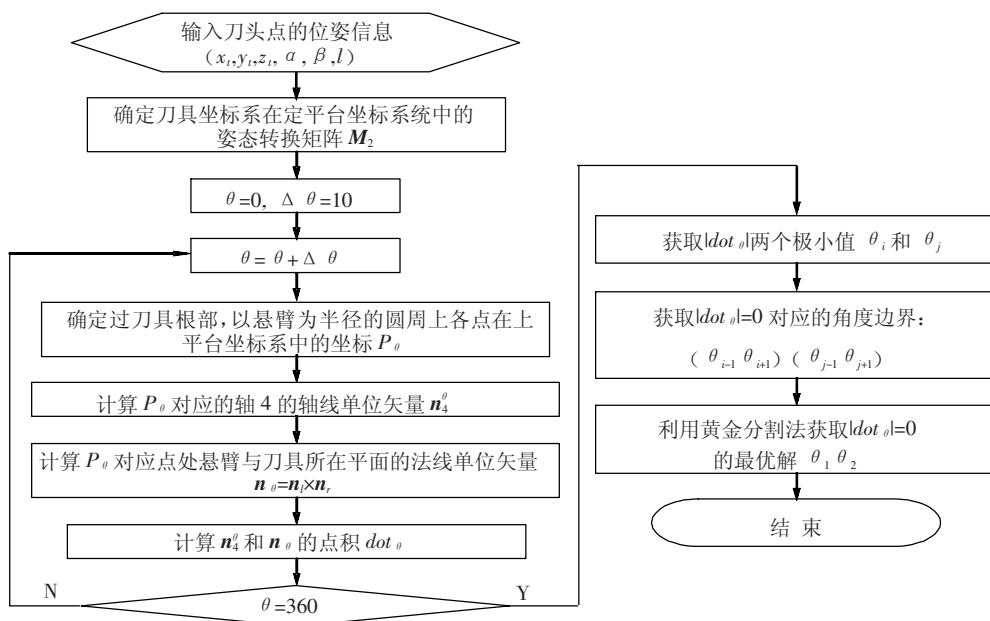


图4 动系原点方位角的求解流程

图5显示的是 $n_4 \cdot (n_l \times n_r)$ 随方位角度 θ 的变化曲线图. 求解过程发现满足刀具位姿条件的解存在两个, 即动系原点在圆周上的方位角分别为 θ_1 和 θ_2 .

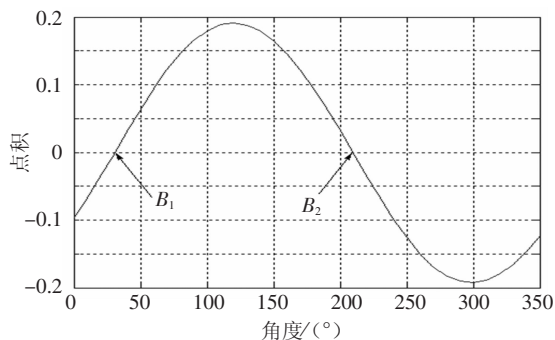


图5 刀具及悬臂所在平面的法向单位矢量和轴4单位矢量的点积

进而利用坐标系的转换可以计算出动系原点在定系中的位置参数 (x_{o1}, y_{o1}, z_{o1}) . 求解方法如下:

首先利用刀具在定系中姿态角度 α 和 β , 可以求出刀具坐标系在定系中的姿态转换矩阵 M_2 .

$$M_2 =$$

$$\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha & \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \alpha (\cos \beta - 1) & \sin^2 \alpha \cos \beta + \cos^2 \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

按照图4的流程计算出方位角度 $\theta_i (i = 1, 2)$, 进而获取动系原点在定系中的位置坐标

$$O_1 = [x_{o1} \ y_{o1} \ z_{o1}]^T = M_2 \cdot [r \cos(\theta_i) \ r \sin(\theta_i) \ l]^T + [x_t \ y_t \ z_t]^T,$$

借助式(1)、(2)即可获取并联机构的3路移动副的驱动长度参数 (l_1, l_2, l_3) .

转动副 R_4 轴线的单位矢量 $\mathbf{n}_4$ 即转化矩阵 $\mathbf{M}_1$ 的第三列元素 $\mathbf{n}_4 = \mathbf{M}_1(:,3)$.

刀具悬臂的单位矢量为

$$\mathbf{n}_r = \mathbf{M}_2 \cdot [\operatorname{rcos}(\theta_i) \quad r\sin(\theta_i) \quad 0]^T,$$

则转动副 R_5 的转动角度为

$$\theta_5 = \pi/2 - \arccos(\mathbf{n}_4 \cdot \mathbf{n}_r),$$

刀具悬臂单位矢量 $\mathbf{n}_r$ 在动系中可表示为

$$\mathbf{n}'_r = \mathbf{M}_1^{-1} \cdot (-\mathbf{n}_r),$$

转动副 R_4 的转动角度为

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{\mathbf{n}'_r(2)}{\mathbf{n}'_r(1)}\right),$$

从而完成串联部分的逆解分析过程.

3 5 自由度混联加工中心的位姿正解

5 自由度混联机床正解是给定机构的 5 路驱动输入 $(l_1, l_2, l_3, \theta_4, \theta_5)$, 确定刀具的加工点的位置和刀具的姿态. 正解过程对机构结构参数的标定是至关重要的. 机床的并联部分的正解采用数值迭代法.

由逆解过程推导出的等式(2)可以发现: 杆长是动系原点坐标的数学函数, 三路杆长分别对动系原点坐标 (x_{01}, y_{01}, z_{01}) 的 3 个元素分别求导, 可以获取如下等式:

$$\begin{bmatrix} \Delta l_1 & \Delta l_2 & \Delta l_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial x_{01}} & \frac{\partial l_1}{\partial y_{01}} & \frac{\partial l_1}{\partial z_{01}} \\ \frac{\partial l_2}{\partial x_{01}} & \frac{\partial l_2}{\partial y_{01}} & \frac{\partial l_2}{\partial z_{01}} \\ \frac{\partial l_3}{\partial x_{01}} & \frac{\partial l_3}{\partial y_{01}} & \frac{\partial l_3}{\partial z_{01}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_{01} & \Delta y_{01} & \Delta z_{01} \end{bmatrix}^T. \quad (3)$$

借助等式(3), 可以建立传统的数值正解算法. 但是该方法存在一个缺点: 若初始位姿离最终的目标解很远时, 可能无解或得到的是另一个求解区域的正解值. 针对该问题, 本文提出了一种改进后的杆长逼近算法. 首先, 程序内部确定一个初始位姿参数 $(x_{01}^0, y_{01}^0, z_{01}^0)$, 利用逆解求出对应的杆长 (l_1^0, l_2^0, l_3^0) , 然后依次让各杆长按照一定的步长 Δl 逼近该杆的目标杆长 l_i , 反复利用上次优化结果作为新的初始位姿, 直至杆长变为 (l_1, l_2, l_3) . 由于每次优化的初始值都非常接近该次优化的目标值, 故都能找到最终目标位姿 (x_{01}, y_{01}, z_{01}) . 改进算法的流程图如图 6 所示, 该算法对初始值的选取没有要求, 可以由程序内部随意确定, 计算时只用输入 3 个驱动杆杆长即可, 从而完成并联部分的正解求解过程.

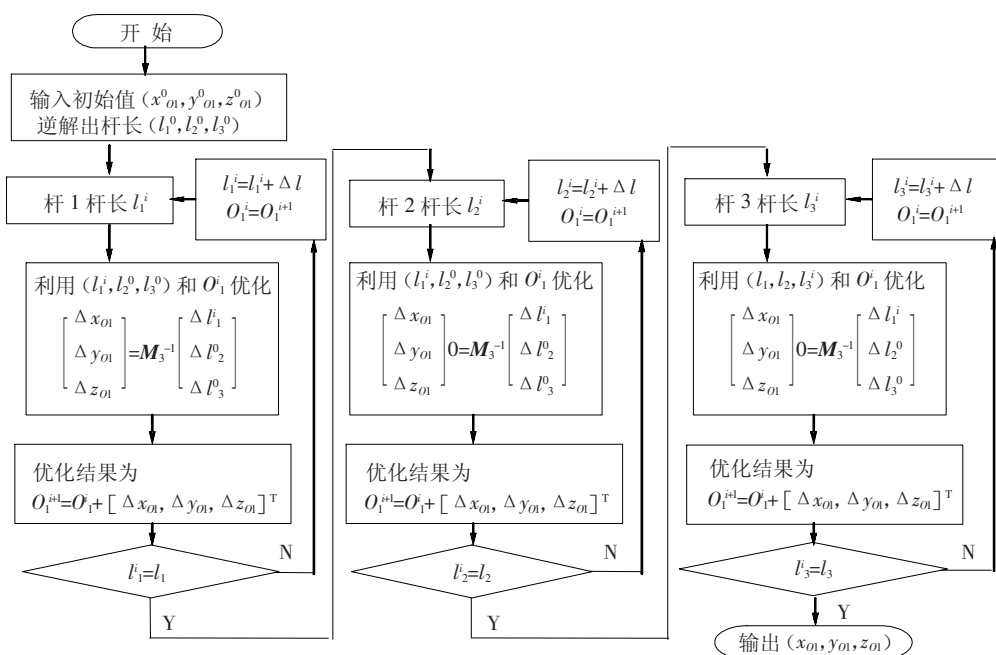


图6 并联机构的正解流程图

利用杆长参数 (l_1, l_2, l_3) 获取动系原点在定系中的位置参数 $\mathbf{O}_1$, 可以获取动系与定系间的转换矩阵 $\mathbf{M}_1$. 进而可以对串联部分进行正解求解. 为了便于分析, 刀具坐标系 $\mathbf{O}_2\mathbf{X}_2\mathbf{Y}_2\mathbf{Z}_2$ 的位置作适当调整, 参考图3, 使其原点在转动副 R_5 的中心, $\mathbf{X}_2$ 轴沿

$\mathbf{O}_1\mathbf{C}$ 方向, $\mathbf{Y}_2$ 轴方向为刀具及悬臂所在平面的法线方向, $\mathbf{X}_2$ 和 $\mathbf{Y}_2$ 轴初始状态分别平行于动系的 $\mathbf{X}_1$ 轴和 $\mathbf{Y}_1$ 轴, $\mathbf{Z}_2$ 轴方向由右手定则确定. 借助于转动副 R_4 和 R_5 的旋转角度 θ_4 和 θ_5 , 可以求出刀具的刀头点在动系中的坐标 $\mathbf{t}'$.

$$\mathbf{t}' = \mathbf{M}_4 \cdot \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ -l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_5 & 0 & \cos \theta_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ -l \end{bmatrix},$$

进而可以计算出刀头点在定系中的位置参数。

$$\mathbf{t} = \mathbf{O}_1 + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{t}',$$

同理,可以计算出刀具悬臂末端C点在定系中的位置坐标

$$\mathbf{C} = \mathbf{O}_1 + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_4 \cdot [r \ 0 \ 0]^T,$$

刀具轴线单位矢量 $\mathbf{n}_l$ 可由下式获取:

$$\mathbf{n}_l = [n_{lx}, n_{ly}, n_{lz}]^T = (\mathbf{C} - \mathbf{t}) / \|\mathbf{C} - \mathbf{t}\|,$$

于是刀具在定系中的欧拉姿态进动角 α 和章动角 β 分别为

$$\alpha = \arctan(n_{ly}/n_{lx}), \quad \beta = \arccos(n_{lz}).$$

4 位置正逆解算例

LINKS-EXE700 加工中心的结构参数如下:

$a_1 = 620 \text{ mm}$, $a_2 = 620 \text{ mm}$, $b = 670 \text{ mm}$,
 $c_1 = 195 \text{ mm}$, $c_2 = 195 \text{ mm}$, $d_1 = 195 \text{ mm}$, $d_2 = 50 \text{ mm}$,
 $d = 470 \text{ mm}$, $r = 120 \text{ mm}$, $l = 270 \text{ mm}$.

已知刀具在定系中的位姿 $P = (200, 300, -2100, 20^\circ, 30^\circ)$ 时,利用位姿逆解可以求得机构的并联部分的杆长以及串联部分的转角(如表1)。

表1 $P = (200, 300, -2100, 20^\circ, 30^\circ)$ 对应的逆解结果

正解结果	l_1	l_2	l_3	θ_4	θ_5
	mm			(°)	
I	1 531.040	1 343.876	1 372.908	28.418	39.302
II	1 751.881	1 473.141	1 476.723	-152.054	-44.797

可以发现第二组解中,转动副 R_5 的转角 θ_5 在实际加工过程中无法实现,只有第一组解是合理解。将第一组解作为正解的输入,利用上述的正解过程,可以得到刀具的位姿为

$P = (199.998, 300.000, -2100.000, 20.000^\circ, 30.000^\circ)$ 。

取整后为 $P = (200, 300, -2100, 20^\circ, 30^\circ)$,由此正逆解算法得到了相互验证。

5 结 论

1)新型的5坐标混联加工中心采用3自由度并联机构和2自由度串联机构相组合的方式,具

有工作空间大,刚度强的显著特点。

详细介绍了该型加工中心的结构、位姿正逆解算法,实际算例验证了算法的有效性。

参考文献:

- [1] CHEN Jenq-shyong, HSU Wei-yao. Design and analysis of a tripod machine tool with an integrated Cartesian guiding and metrology mechanism [J]. Precision Engineering, 2004 (28): 46-57.
- [2] 石宏,赵亮,蔡光起. 基于3-TPS混联机床的后置处理算法[J]. 东北大学学报, 2005, 26(10): 998-1001.
- [3] 王瑞,钟诗胜,王知行. 5轴新型数控铣床仿真模型的实现[J]. 计算机集成制造系统——CIMS, 2005, 11(8): 1076-1080.
- [4] CHEN Wen-jia, ZHAO Ming-yang. Development of a Novel Parallel Manipulator Based Machine Tool [C]//Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation. Shanghai, P. R. China: [s. n.], 2002: 895-899.
- [5] 罗磊,莫锦秋,王石刚. 并联机构动力学建模和控制方法分析[J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(1): 75-78.
- [6] FAN Kuang-chao, WANG Hai. Sensitivity analysis of the 3-PRS parallel kinematic spindle platform of a serial-parallel machine tool [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2003, 43: 1561-1569.
- [7] ZHENG Kui-jing, GAO Jian-she, ZHAO Yong-sheng. Path control algorithms of a novel 5-DOF parallel machine tool [C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation Niagara Falls. Niagara Falls, Canada: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2005: 1381-1385.
- [8] PRISCHOW G. Open Controller Architecture——Past, Present and Future [J]. Annals of CIRP, 2001, 50(2): 126-135.
- [9] 王瑞,王知行,钟诗胜. 七轴混联机床机构干涉校验算法及工作空间快速校验的研究[J]. 机械工程学报, 2006, 42(2): 221-225.
- [10] WANG Hai, FAN Kuang-chao. Identification of strut and assembly errors of 3-PRS serial-parallel machine tool [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44: 1171-1178.
- [11] ELATTA A Y, LI Pei Gen, FAN Liang Zhi. An Overview of Robot Calibration [J]. Information Technology Journal, 2004, 3(1): 74-78.

(编辑 杨 波)