

充气薄膜结构的 SMS 展开分析方法

肖 潇^{1,2}, 关富玲¹, 徐 彦¹

(1. 浙江大学 空间结构研究中心, 杭州 310058, brightxiao@163.com;

2. 南华大学 城市建设学院, 湖南 衡阳 421001)

摘 要: 为有效分析充气薄膜结构的展开, 提出基于能量原理分析充气薄膜结构展开的 SMS 方法, 即弹簧-质点系统方法. 对卷曲折叠充气直管采用 SMS 方法进行数值模拟, 并与实验结果进行对比分析, 发现其结果吻合良好, 验证了这种方法的正确性. 运用 SMS 方法分析不同充气速率对卷曲折叠充气管展开过程的影响以及充气圆环管和充气膜面的展开过程及动力性能. 与传统的有限元方法比较, SMS 方法建模简单, 思路清晰, 数值稳定性好.

关键词: 充气结构; 展开动力学; 膜; 展开分析; 弹簧-质点系统

中图分类号: TB12; TU33; V414.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2010)02-0302-05

A spring-mass system based approach for deployment analysis of inflatable membrane structures

XIAO Xiao^{1,2}, GUAN Fu-ling¹, XU Yan¹

(1. Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China, brightxiao@163.com;

2. School of Urban Construction, Nanhua University, Hengyang 421001, China)

Abstract: This paper presents a general method that is based on spring-mass system (SMS) for deployment analysis of inflatable membrane structures. Firstly, the inflatable deployment of the coil-folded tube was simulated by SMS method. The inflatable deployment experiment on an air track was conducted, and the results agreed well with those of the numerical method. Secondly, the influence of inflation rate on deployment dynamics characters was discussed and the results demonstrated that variations of inflation rate had a great influence on the deployment process. Finally, the deployment processes of toroidal inflatable boom and inflatable membrane were researched. Compared with conventional finite element methods, the SMS based method provides more flexibility for solving deployment analysis of inflatable membrane structures.

Key words: inflatable structures; deployment dynamics; membrane; deployment simulation; spring-mass system

空间充气展开结构由于质量轻、包装体积小、成本低和展开可靠性高等优点越来越受到重视, 成为目前研究的焦点^[1]. 一些空间任务也已考虑使用这种轻型的充气结构, 如充气支撑管、太阳能防护罩、太阳能集中器、ITSAT 计划的太阳帆板、太阳帆和 FLAPS 天线等^[2-3]. 由于展开研究的复杂性和难于预测, 目前都采用有限元方法来研究

充气结构在空间环境下的展开过程^[4]. Haug 等^[5]采用汽车气囊模型, 使用显式非线性有限元软件 PAM-CRASH 对 SAT2 天线支撑环和反射面进行了充气展开模拟. Wang 等^[6]用 LS-DYNA 有限元动力学软件计算了 Z 形折叠和卷曲式折叠两种管内的气压和体积随时间的变化. Salama 等^[7]采用通用非线性、大变形的有限元软件 LS-DYNA 对充气管的展开过程进行了模拟. 刘晓峰^[8]采用多体动力学模型计算了 Z 形折叠管的展开动力学特性. Lienard 等^[9]采用 MSC-Dytran 有限元程序对卷曲式折叠管进行了展开动力学分析.

收稿日期: 2008-06-12.

基金项目: 民用航天科研预先研究项目(C1320060312).

作者简介: 肖 潇 (1968—), 男, 博士研究生, 讲师;
关富玲 (1945—), 女, 教授, 博士生导师.

Fang 等^[10]采用气体动力学和多刚体运动学对卷曲折叠管进行了展开动力学研究. 研究发现这种方法的主要缺点是充气速度太快,不能真实地模拟充气结构的展开.

本文采用基于能量函数的弹簧-质点系统方法^[11],并针对充气结构的特点,作了以下改进:将薄膜材料的特性引入模型之中,考虑充气以及折叠处展开弯矩的影响. 该方法具有建模简单、计算效率高、数值稳定性好以及节约计算机时的优点.

1 SMS 方法

1.1 基本理论

SMS,即弹簧-质点系统,是首先将结构表面划分为很多个三角形单元,并假定三角形单元的3个顶点为质点,3条边长用弹簧代替. 初始状态中弹簧长度为原长,运动过程中弹簧的长度发生改变,弹簧中存在内力. 质点在弹簧内力和外荷载的作用下,最后运动到平衡状态.

质点的质量由三角形的面积确定,即

$$m_i = \frac{\varphi_i \times \rho}{2\pi} \sum_{k=1}^s A_k.$$

式中: ρ 为膜材面密度; A_k 为围绕质点 i 的第 k 个单元的面积; s 为围绕质点 i 的单元个数; φ_i 为单元每个顶点对应的内角.

将薄膜的膜面内力等效为弹簧内力. 基于材料力学,分析三角形单元的应变和3条边的伸长之间的关系. 如图1,三角形单元的局部坐标系 x', y' 和材料坐标系 x, y 在同一个平面上.

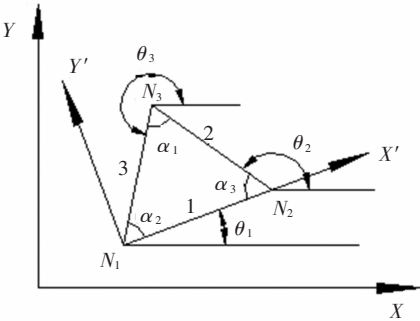


图1 弹簧-质点系统示意图

假设应变是由小位移产生,根据材料力学的摩尔圆理论,三角形在沿杆元 N_1N_2, N_2N_3, N_3N_1 方向的应变

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_i + \varepsilon_y \sin^2 \theta_i + \\ &\quad \gamma_{xy} \sin \theta_i \cos \theta_i. \end{aligned}$$

式中: $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 分别为在 x, y 方向的应变, γ_{xy} 为剪切应变; $\varepsilon_i = \frac{\delta_i}{l_i}$ 为3条边的应变, δ_i 和 l_i 分别为对应

边的伸长量和原长; θ_i 是三角形单元对应边和 x 轴的夹角. 从上式解出 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, 得

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} B \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}.$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} a_i &= \cos^2 \theta_i, b_i = \sin^2 \theta_i, c_i = \sin \theta_i \cos \theta_i, \\ B_{11} &= (b_2 c_3 - b_3 c_2) l_1^{-1}, B_{12} = (b_3 c_1 - b_1 c_3) l_2^{-1}, \\ B_{13} &= (b_1 c_2 - b_2 c_1) l_3^{-1}, B_{21} = (a_3 c_2 - a_2 c_3) l_1^{-1}, \\ B_{22} &= (a_1 c_3 - a_3 c_1) l_2^{-1}, B_{23} = (a_2 c_1 - a_1 c_2) l_3^{-1}, \\ B_{31} &= (a_2 b_3 - a_3 b_2) l_1^{-1}, B_{32} = (a_3 b_1 - a_1 b_3) l_2^{-1}, \\ B_{33} &= (a_1 b_2 - a_2 b_1) l_3^{-1}. \end{aligned}$$

由应力应变关系有

$$\sigma = D \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = DB\delta.$$

式中: D 为反映材料属性的弹性矩阵.

可得到三角形单元中3根弹簧的内力:

$$T = VB^T \sigma = VB^T DB\delta = K\delta. \tag{1}$$

式中: δ 为弹簧的伸长量; V 为三角形单元体积.

对于充气结构来说,质点所受的外力包括两个方面,一是充气结构内充气气压的作用;二是充气结构折叠处充气提供的展开弯矩的作用. 另外,质点还可能由于自接触而受到惩罚力作用.

1.2 展开弯矩

通常,充气结构在折叠处截面的曲率为最大,而且互相反号,如图2的A和B处. 因此,在A、B之间必定存在一个截面曲率为零的截面,假设曲率为零的截面只有一个,记为C. 展开过程中充气结构AC段可等效为端部曲率最大、顶部曲率为零的悬臂梁.

基于以上假设,推导充气结构折叠角和展开弯矩的关系,其与悬臂梁在不断增加的顶部荷载作用弯曲相似,悬臂梁在不断增加的顶部荷载作用弯曲,端部的弯矩和曲率最大,顶部为零,这和假设相符. 充气结构展开的弯矩假设和悬臂梁弯曲的弯矩数值相等,方向相反. 由 Bernoulli - Euler 法知,弹性悬臂梁弯曲有以下微分方程:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M + 2\nu pr^3 \sin \varphi}{Etr^3[(\pi - \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi]}.$$

式中: y 为梁段位移, x 为梁单元局部坐标, M 为折叠点处的弯矩, E 为材料弹性模量, ν 为材料泊松比, t 为材料厚度, p 为充气结构中的气压, φ 为环向褶皱分布区域对应的圆心角。

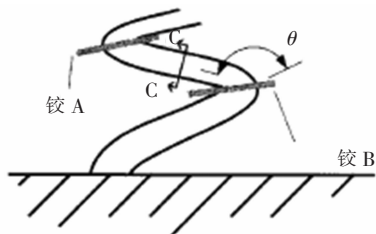


图2 折叠处等效为悬臂梁

折叠点处的弯矩 M 和 φ 的关系为

$$\frac{M}{pr^3} = \frac{\frac{\pi}{2}[(\pi - \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi]}{\sin \varphi + (\pi - \varphi) \cos \varphi} - \frac{\nu[(\pi - \varphi)^2 - (\pi - \varphi) \sin \varphi \cos \varphi - 2 \sin^2 \varphi]}{\sin \varphi + (\pi - \varphi) \cos \varphi}.$$

微分方程无量纲化:

$$Y = \frac{Et}{p} y(x), \quad (2)$$

$$T = \frac{M}{pr^3}, \quad (3)$$

$$F(T, \varphi) = \frac{T + \left(\frac{2\nu}{\pi}\right) \sin \varphi}{\frac{1}{\pi}[(\pi - \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi]}.$$

式中: Y 为梁端无量纲位移, T 为无量纲弯矩, F 为无量纲曲率函数。

于是式(2)变为

$$Y'' = F(T, \varphi). \quad (4)$$

式(4)有约束条件:

当 $T < (1 - 2\nu)/2$ 时, $\varphi = 0$;

当 $(1 - 2\nu)/2 < T < 1$ 时,

$$T = \frac{\frac{1}{2}[(\pi - \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi]}{\sin \varphi + (\pi - \varphi) \cos \varphi} - \frac{\frac{\nu}{\pi}[(\pi - \varphi)^2 - (\pi - \varphi) \sin \varphi \cos \varphi - 2 \sin^2 \varphi]}{\sin \varphi + (\pi - \varphi) \cos \varphi}.$$

悬臂梁变形曲线斜率 Y^* 和 T 有以下关系:

$$T = (1 - e^{-3.12Y^*}). \quad (5)$$

将式(2)和式(3)代入式(5)得

$$\frac{M}{\pi pr^3} = \left(1 - \exp\left(-\frac{3.12Et}{p} Y^*\right)\right). \quad (6)$$

斜率 Y^* 和折叠角 θ 之间有

$$\tan \frac{\theta}{2} = Y^*. \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)得

$$M = \pi pr^3 \left[1 - \exp\left(-\frac{3.12Et}{p} \tan \frac{\theta}{2}\right)\right].$$

该式表达了充气结构折叠点处的驱动弯矩和充气气压、折叠角之间的关系。

1.3 展开运动方程

弹簧-质点系统中的质点在弹簧力和所受外力作用下发生运动,运动学方程如下:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_I + F_E + F_P.$$

式中: M , C 和 K 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, F_I 为系统质点惯性力, F_E 为系统所受外力,主要包括充气气压和充气提供的展开弯矩的作用; F_P 为作用在系统上的惩罚力, X 为系统所有质点的位置矢量; KX 则为弹簧-质点系统的弹簧的内力,即薄膜的膜面内力,可由式(1)求得。

对系统的运动采用拉格朗日运动方程描述并忽略阻尼,其运动方程变为

$$M\ddot{X} - F = 0. \quad (8)$$

式中: F 为作用在质点上的不平衡力,忽略惯性力 F_I , 则

$$F = F_E + F_P - KX. \quad (9)$$

利用欧拉法求解方程(8),认为从时刻 t 到时刻 $t + \Delta t$ 时质点运动为匀速运动,所以满足:

$$\dot{X}_i^{t+\Delta t} = \Delta t \dot{X}_i^t, \quad X_i^{t+\Delta t} = X_i^t + \Delta t \dot{X}_i^t. \quad (10)$$

展开过程的初始状态为薄膜结构的折叠状态 S_0 , 设 t 时刻的状态为 S_i , 由 t 到 $t + \Delta t$ 时刻的展开过程中,质点受到外力、弹簧的内力作用;对所有质点和所有薄膜单元判别自接触对,施加惩罚力;最后将各力代入式(9)求得作用在质点上的不平衡力,由式(8)、(10)求得展开过程的加速度、速度、位移,叠加得到状态 S_{i+1} 。

2 SMS 方法的验证

利用直线型气浮导轨产生的微重力效果,对气浮导轨上的 1.2 m 长的卷曲折叠的铝箔 Mylar 薄膜管沿轴向展开进行了充气展开试验。气浮导轨是一种阻力极小的力学实验装置。它是利用气源将压缩空气打入导轨型腔内,再由导轨表面上的小孔喷出气流,这时在轨面与滑行器之间形成一层很薄的气垫(约几十微米),将滑行器浮起,当滑行器在导轨上滑动时,近似无阻力的直线运动。

卷曲折叠的充气管在充气展开之前,首先通过调节支座的螺钉将气浮导轨调节至水平,之后将充气管的两端分别通过两个转轴固定在两个同样的轻质滑行器的中间,再将两个滑行器轻放在

导轨上,并将充气端的滑行器固定,连接好各充气管路以及光电测试系统.先打开气浮导轨充气的阀门,再打开气源阀门,当从导轨的气孔中喷出的空气浮起滑行器时,旋转开气体流量计控制阀,使气体保持一定的速率向浮起的薄膜充气管内充气.在气体的作用下,展开端随转盘转动的同时,并随滑行器沿导轨做直线运动.安装在展开端滑行器上的 10 mm 宽的挡光片分别通过 6 个光电门时,MUJ-5B 型电脑测速器将记录下数据,从而得到充气管展开过程中经过的各个点的速度.

采用 0.1 kg/s 和 0.3 kg/s 两种不同充气速率对充气管进行充气,求出充气管展开过程中各个不同位置的速度,其结果如图 3 实线所示.可以看出,这两条曲线的趋势基本相同,随着充气管的展开,展开端的速度先是增加;在管子展开到约长度的 1/3 时,展开端的速度开始减小,而对于高速率充气情况,当展开到约长度的一半时,展开端的速度又开始增加,甚至超过前面的峰值然后减小,呈现出明显的波动,这是由于高速率充气时,薄膜管端部由于较大的冲击力而产生剧烈的抖动.当充气速率由 0.1 kg/s 提高到 0.3 kg/s 时,完全展开时间约由原来的 15 s 缩短为 10 s,而且同一位置的展开速度明显增加了.这些与弹簧-质点模型方法模拟的结果(图 3 虚线所示)基本一致.

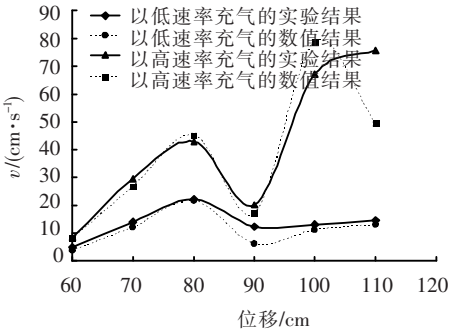


图3 两种充气速率下充气管展开端速度随位移变化曲线

3 算例分析

3.1 Z 形折叠充气环管的展开过程

算例 1:环形充气管长度为 3.33 m,截面直径为 0.16 m.充气管采用 Z 形折叠.周边环境气压为 0.1 MPa.充气速率为 0.1 kg/s.充入气体的参数如表 1 所示.经计算,其展开过程如图 4 所示.展开时间为 18 s.

表 1 充气管中充入气体的参数

定压 比热	定容 比热	气体 常数	充气 温度/K	充气 压强/kPa
1.01	0.7	287	273	23.6

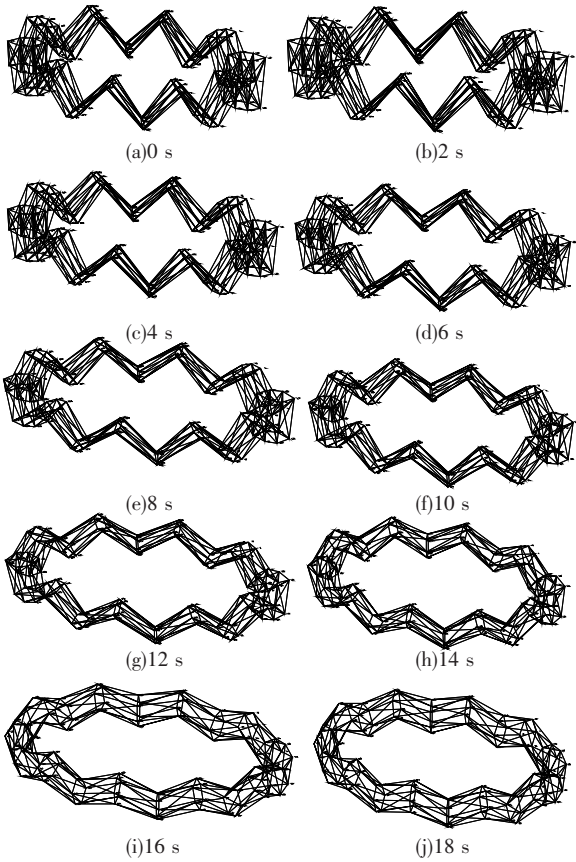


图 4 环管的充气展开过程

3.2 充气膜面的展开过程

算例 2:充气气体的参数见表 1,充气速率为 0.1 kg/s.周边环境气压为 0.1 MPa.充气膜面为直径是 4 m 的圆面.采用周边向中间收拢的折叠方式.其充气展开过程如图 5 所示.展开时间为 30 s.

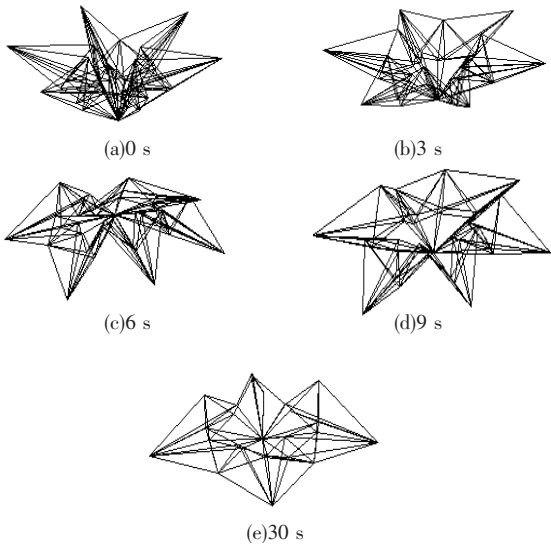


图 5 膜面的充气展开过程

膜面展开速度及加速度随时间变化关系如图 6 及图 7 所示.

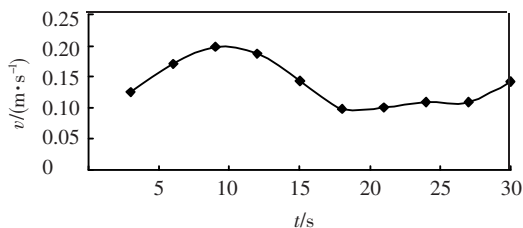


图 6 膜面展开速度随时间变化曲线

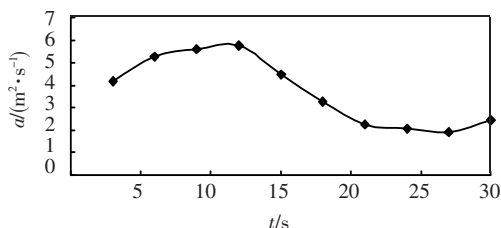


图 7 膜面展开加速度随时间变化曲线

由于在弹簧-质点系统中假设公式(10)成立,展开速度和加速度趋势相似。

4 结 论

1)采用弹簧-质点系统方法,对充气管的充气展开过程进行了数值模拟,得到了不同时刻卷曲折叠管的展开构形以及充气管展开端的速度随时间的变化关系;与实验结果进行了对比,验证了弹簧-质点系统方法的正确性。

2)在此基础上运用弹簧-质点系统方法分析了Z形折叠环管以及薄面的展开过程,取得了良好的效果。

参考文献:

- [1] HUANG J, FANG H, LOPEZ B, *et al.* The development of inflatable array antennas[C]//Space 2003 Conference, 2003. Long Beach, California: AIAA, 2003 - 6320.
- [2] FANG H, LOU M, HUANG J. Development of a 7-meter inflatable reflectarray antenna[J]. Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2004,1:20-30.

- [3] MALONE P K, WILHRNS G T. Lightweight inflatable solar array [J]. Journal of Propulsion and Power, 1996, 12(5):1-7.
- [4] STEELE C R, FAY J P. Inflation of rolled tubes[C]//Symposium on Deployable Structures. Cambridge, 1998.
- [5] HAUG E, PROTARD J B, GERREN A M, *et al.* The numerical simulation of the inflation process of space rigidized antenna structures[C]//Proceedings of International Conference on Spacecraft Structures and Mechanical. The Nederland, ESA,1991.
- [6] WANG J T, JOHNSON A R. Deployment simulation of ultra - Lightweight inflatable structures [J/CD]. Presented at 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference Denver. AIAA PAPER 2002 - 1261, 2002.
- [7] SALAMA M, KUO C P, LOU M. Simulation of deployment dynamics of inflatable structures[J]. Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 1999,4:2524-2534.
- [8] 刘晓峰,谭惠丰,杜星文. 充气太空管展开模拟[J]. 哈尔滨工业大学学报,2004, 36(5): 685-687.
- [9] LIENARD S, LEFEVRE Y. Modeling and analysis of the deployment of a rolled inflatable beam using MSC - DYTRAN[J]. Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2005,3:2110-2120.
- [10] FANG H, LOU M, HAH J. Deployment study of a self - rigidizable inflatable boom[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(1): 25-30.
- [11] WANG C C L, SMITH S S F, YUEN M M F. Surface flattening based on energy model[J]. Computer - aided Design, 2002,34: 823-833.

(编辑 刘 彤)