

基于分力合成方法的航天器闭环反馈控制

张建英¹, 刘 瞰¹, 郑立伟²

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001, zhangjianying79@163.com; 2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘 要: 为了增强分力合成主动振动抑制方法抵抗外界干扰的能力, 将分力合成方法与闭环反馈控制相结合同时进行设计. 用非约束模态级数方法建立解耦的姿态动力学方程和挠性附件振动方程, 通过选取合适的反馈量, 在设计闭环反馈参数时将挠性附件的振动和分力合成方法同时加入到约束条件中, 得到最佳性能解. 通过对单挠性杆模型的仿真, 在满足系统各项性能指标的条件下, 调整时间较分步设计方法明显减少, 证明本文方法的有效性.

关键词: 同时设计方法; 挠性振动; 分力合成主动振动抑制方法; 闭环反馈控制

中图分类号: V414

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)03-0384-05

Closed-loop feedback control of spacecraft based on the component synthesis method

ZHANG Jian-ying¹, LIU Tun¹, ZHENG Li-wei²

(1. School of Aeronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, zhangjianying79@163.com;

2. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: Concurrent design of component synthesis active vibration suppression (CSVS) method and closed-loop feedback control is presented in order to remarkably enhance the insensitivity to external disturbances for CSVS method. The attitude dynamics and vibration equations of rotary motion for the system consisted of central rigid body with flexible appendages are obtained. By using series of unconstrained modal functions, the decoupled motion expressions for both of the central rigid body and flexible appendages are derived. Through choosing appropriate controlled variable, the flexible appendages vibration and CSVS are added to the constraint equations in designing parameters of closed-loop feedback control and the best performance solution are obtained. Numerical simulation on a flexible single beam model shows that the proposed method can suppress not only the inherent flexible harmonics in the system, but also the additional vibrations introduced by the feedback loop. Meanwhile, the settle time is shorter than that of normal control method.

Key words: concurrent design method; flexible vibration; CSVS; closed-loop feedback control

分力合成主动振动抑制方法^[1]利用几个相同或相似的随时间变化的力作为分力, 它们按一定的规律沿时间轴排列合成挠性系统的输入, 它可以在实现指定刚体运动的同时有效抑制对系统影响较大的任意多阶振动分量. 文献[2-3]将分力合成方法应用于常幅值力矩机构飞行器大角度机动时的振动抑制, 文献[4]应用压电陶瓷将分

力合成主动振动抑制方法和正位置反馈相结合, 文献[5]利用零点配置方法在频域内研究分力合成主动振动抑制方法, 并用于大角度机动, 得到时间间隔相等的分力. 但是, 以上方法都将它作为一种前馈控制方法, 通过增加方法的鲁棒性来实现对系统参数变动的不敏感性, 而对外部干扰无能为力. 在实际中, 反馈控制具有较强的抗干扰能力, 所以, 将分力合成和反馈控制相结合, 在不考虑挠性附件的前提下设计控制器, 然后根据引入反馈后的整个系统极点设计分力合成指令来抑制

收稿日期: 2009-01-17.

作者简介: 张建英(1979—), 女, 博士;

刘 瞰(1932—), 男, 教授, 博士生导师.

挠性附件的振动,即分步设计方法. 采用分步设计方法会丢掉系统最佳性能解. 文献[6]也是在忽略挠性附件的前提下同时设计反馈系数和分力合成控制指令,得到的也不是最优解.

本文采用非约束模态法建立系统方程,在考虑挠性附件的情况下同时设计分力合成和闭环反馈系数,即同时设计方法.

1 分力合成主动振动抑制方法

分力合成主动振动抑制方法的推导是基于线性系统的叠加原理. 最简单的振动系统是如下二阶系统:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = F(t). \tag{1}$$

式中: x 为系统的状态, ξ 为阻尼系数, ω 为无阻尼固有频率,而系统的有阻尼振动频率 $\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$, 振动周期 $T_d = 2\pi/\omega_d$, $F(t)$ 为控制力.

分力合成的原理以定理的形式给出^[2].

定理 1 对于零初始条件的有阻尼二阶系统(式(1)),若均分系统的有阻尼振动周期为 m 等分,且在每等分的起始点或与起始点差整数倍有阻尼振动周期处施加相似分力,则当所有作用力结束后系统将是无振动运动的.

定理 1 中所谓“相似分力”是指时变规律相同,相邻分力的幅值比为 $\exp\left(-\frac{\xi\omega T_d}{n}\right)$ 的作用力.

图 1 是两个脉冲分力($m = 2$)的例子,它们分别作用于 0 和 $\frac{T_d}{2}$ 时刻,此时,若第一个分力的冲量为

A_1 ,则第二个分力的冲量应为 $A_1 \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right)$.

第一个脉冲分力引起的系统响应如实线所示,它刚好与第二个脉冲分力的系统响应(图中虚线)相抵消,系统在第二分力作用后将无振动.

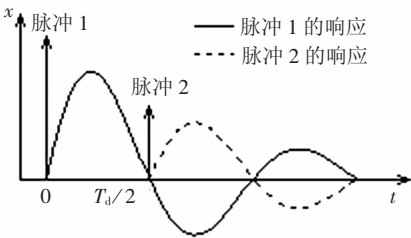


图 1 分力合成主动振动抑制的基本原理

分力合成方法可以同时抑制多阶振动^[1]: 先设计抑制第一阶振动的合力,然后以这个合力作为分力,按照定理 1 设计抑制第二阶振动的合力,最后这个合力既可以抑制第一阶振动,也可以抑制第二阶振动. 若再以上述最后合力作为分力,按

定理 1 设计抑制第三阶振动的合力, ..., 如是便可递增地获得同时抑制多阶振动的合力.

2 挠性系统模型

仿真模型如图 2 所示,它由半径为 b 的中心刚体 B 和等直悬臂挠性梁 S 构成,挠性梁长为 l ,抗弯刚度为 EJ . 图中 OXY 和 oxy 分别是惯性坐标系和挠性梁固联坐标系, ox 与未变形时挠性梁的轴线重合, $\theta(t)$ 表示两坐标系间的相对转动关系. 挠性梁相对坐标系 oxy 的挠性变形定义为 $w(x, t)$. 由于挠性结构的阻尼系数很小(大约在 0.001 ~ 0.01 之间),此处忽略挠性结构的阻尼项.

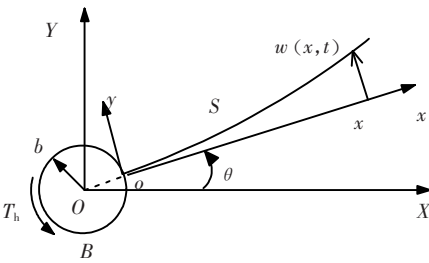


图 2 挠性结构示意图

系统的姿态运动方程和挠性附件的振动方程为

$$\begin{cases} I\ddot{\theta} + \sigma \int_0^l \ddot{w}(b+x) dx = T_h, \\ w'''' + \frac{\sigma}{EJ} [\ddot{w}(x, t) + (b+x)\ddot{\theta}] = 0. \end{cases} \tag{2}$$

其中, I 为系统绕 O 点的总转动惯量(包括中心刚体的转动惯量和挠性杆的转动惯量), σ 为挠性杆单位长度的质量, T_h 为作用于中心刚体的控制力矩.

本文使用非约束模态级数法将挠性结构离散化. 非约束模态定义为系统在不存在外力情况下无阻尼自由振动的频率和振型,在这种情况下,整个结构都允许振动. 若只控制前 n 阶振动模态,将挠性振动位移 $w(x, t)$ 表示为振型函数 $\varphi_i(x)$ 与模态坐标 $q_i(t)$ 乘积的 n 项级数和的形式,而将姿态角表示为某一变量和 n 项诱导振型 θ_i 与模态坐标级数和,令

$$\begin{cases} w(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t), \\ \theta(t) = \Theta(t) + \sum_{i=1}^n \theta_i(t) q_i(t). \end{cases} \tag{3}$$

其中, $\Theta(t)$ 是当挠性梁为刚体时卫星的姿态角. 将式(3)代入式(2),系统的姿态运动方程和挠性附件的振动方程为

$$\begin{cases} I\ddot{\Theta} = T_h, \\ \ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -f_i T_h. \end{cases}$$

其中, q_i 为第 i 阶挠性振动的非约束模态坐标, f_i 为与振型函数有关的变量. 可见, 姿态运动方程和挠性附件的振动方程是互相解耦的, 通过设计合力的控制力矩 T_h , 既可以完成指定的刚体运动又可以抑制掉挠性振动.

系统的真实姿态角为

$$\theta = \Theta - \sum_{i=1}^n f_i q_i(t).$$

3 基于 CSVS 的比例 + 速率反馈控制

采用比例 + 速率反馈的控制器, 控制力矩为

$$T_h = k_p(\theta_d - \Theta) - k_d\dot{\Theta}.$$

其中, k_p, k_d 分别为反馈控制的比例系数和微分系数; θ_d 为卫星的期望转角. 由于反馈的卫星刚体部分的转角 Θ 是不可直接测的, 本文通过设计状态观测器估计 Θ . 加入反馈控制器的闭环系统方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu, \\ y = CX. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \\ Q \\ \dot{Q} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0_{1 \times n} & 0_{1 \times n} \\ -\frac{k_p}{I} & -\frac{k_d}{I} & 0_{1 \times n} & 0_{1 \times n} \\ 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} & 0_{n \times n} & E_{n \times n} \\ k_p F & k_d F & -A & 0_{n \times n} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_p}{I} & 0_{1 \times n} & -k_p F^T \end{bmatrix}^T,$$

$$C = [1 \quad 0 \quad -F^T \quad 0_{1 \times n}], F = [f_1 \quad f_2 \cdots f_n]^T,$$

$$Q = [q_1 \quad q_2 \cdots q_n]^T, A = \text{diag}\{\omega_1^2 \quad \omega_2^2 \cdots \omega_n^2\}.$$

式中: 0 表示相应维数的零矩阵, E 表示单位阵, y 为卫星的姿态角 θ . 可见, 系统具有可控性和可观性, 所以系统(4)的状态观测器存在.

卫星刚体部分和第 i 阶模态坐标的闭环传递函数为

$$\frac{\Theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\omega_0\xi_0 s + \omega_0^2}, \quad (5a)$$

$$\frac{q_i(s)}{\theta_d(s)} = -\frac{f_i k_p s^2}{(s^2 + 2\omega_0\xi_0 s + \omega_0^2)(s^2 + \omega_i^2)}. \quad (5b)$$

其中

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_p}{I}}, \xi_0 = \frac{k_d}{2\omega_0 I}.$$

频率 ω_0 是系统弹性以外的振动, 也应使用分力合成方法抑制掉, 只是这里合成的不是系统控制力矩 T , 而是卫星的期望转角 θ_d , 也就是系统参考输入指令 R . 由式(5b)可知, 利用非约束模态方法建立的数学模型加入比例 + 速率反馈后各阶模态

坐标振动频率与引入的反馈系数无关.

3.1 超调约束

对于幅值为 L , 作用在时间 t_0 时刻的阶跃输入, 卫星刚体部的输出响应为

$$\Theta(t | t \geq t_0) = L - A \exp[-\xi_0 \omega_0(t - t_0)] \sin[\omega_{d0}(t - t_0) + \alpha].$$

其中 $A = \frac{1}{\sqrt{1 - \xi_0^2}}, \alpha = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \xi_0^2}}{\xi_0}\right), \omega_{d0} = \omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2}$. 第 i 阶模态坐标为

$$q_i(t | t \geq t_0) = LB_{1i} \exp[-\xi_0 \omega_0(t - t_0)] \sin[\omega_{d0}(t - t_0) - \beta_{1i}] - LB_{2i} \sin[\omega_i(t - t_0) - \beta_{2i}].$$

其中

$$B_{1i} = \frac{\sqrt{a_i^2 \omega_{d0}^2 + (b_i + a_i \xi_0 \omega_0)^2}}{\omega_{d0}},$$

$$\beta_{1i} = \arctan\left(\frac{a_i \omega_{d0}}{b_i + a_i \xi_0 \omega_0}\right),$$

$$B_{2i} = \frac{\sqrt{c_i^2 \omega_i^2 + d_i^2}}{\omega_i}, \beta_{2i} = \arctan\left(\frac{c_i \omega_i}{d_i}\right),$$

$$a_i = \frac{\omega_i^2 - \omega_0^2}{\omega_0^4 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega_i^2 - 2\omega_0^2 \omega_i^2 + \omega_i^4} f_i k_p,$$

$$b_i = \frac{2\xi_0 \omega_0^3}{\omega_0^4 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega_i^2 - 2\omega_0^2 \omega_i^2 + \omega_i^4} f_i k_p,$$

$$c_i = a_i,$$

$$d_i = \frac{2\xi_0 \omega_0 \omega_i^2}{\omega_0^4 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega_i^2 - 2\omega_0^2 \omega_i^2 + \omega_i^4} f_i k_p.$$

所以在 $t \geq t_0$ 时刻卫星的转角为

$$\theta(t | t \geq t_0) = L - L \hat{A} \exp[-\xi_0 \omega_0(t - t_0)] \sin[\omega_{d0}(t - t_0) + \hat{\alpha}] +$$

$$L \sum_{i=1}^n f_i B_{2i} \sin[\omega_i(t - t_0) - \beta_{2i}].$$

其中

$$\hat{A} = ([A \sin \alpha + \sum_{i=1}^n f_i B_{1i} \sin(-\beta_{1i})]^2 + [A \cos \alpha +$$

$$\sum_{i=1}^n f_i B_{1i} \cos \beta_{1i}]^2)^{1/2},$$

$$\tan \hat{\alpha} = \frac{A \sin \alpha + \sum_{i=1}^n f_i B_{1i} \sin(-\beta_{1i})}{A \cos \alpha + \sum_{i=1}^n f_i B_{1i} \cos \beta_{1i}}.$$

根据分力合成同时抑制多阶模态的方法, 可得到同时抑制刚体闭环振动频率和挠性附件振动频率的分力合成控制指令. 对于跟踪阶跃输入的分力合成控制指令, 包含阶跃分力的数量为

$$m = \prod_{i=0}^n m_i.$$

其中, m_0 为抑制刚体闭环振动频率的分力数量,

m_i 为抑制第 i 阶挠性振动模态的分力数量. 第 i 个阶跃分力的幅值为 Z_i , 且 $\sum_{i=1}^m Z_i = 1$, 分力作用的起始时间为 $t_i (i = 1, 2, \cdots, m)$. 所以前 $k (1 \leq k \leq m)$ 个分力施加完成之后, 即 $t \geq t_k$, 卫星的转角为

$$\theta_k(t | t \geq t_k) = \sum_{i=1}^k Z_i - \hat{A}_k \exp[-\xi_0 \omega_0 (t - t_k)] \sin(\omega_{d0} t + \hat{\Psi}_k) + \sum_{i=1}^n \hat{B}_{ki} \sin(\omega_i t - \beta_{ki}).$$

其中

$$\begin{aligned} S_k &= \sum_{i=1}^k Z_i \exp(\xi_0 \omega_0 t_i) \sin(\hat{\alpha} - \omega_{d0} t_i), \\ C_k &= \sum_{i=1}^k Z_i \exp(\xi_0 \omega_0 t_i) \cos(\hat{\alpha} - \omega_{d0} t_i), \\ \hat{A}_k &= \exp(-\xi_0 \omega_0 t_k) \hat{A} \sqrt{S_k^2 + C_k^2}, \tan(\hat{\Psi}_k) = \frac{S_k}{C_k}, \\ \hat{B}_{ki} &= f_i B_{2i} \sqrt{s_k^2 + c_k^2}, \tan(\beta_{ki}) = \frac{s_k}{c_k}. \end{aligned}$$

$s_k = \sum_{j=1}^k Z_j \sin(\omega_i t_j + \beta_{2i}), c_k = \sum_{j=1}^k Z_j \cos(\omega_i t_j + \beta_{2i})$, 令 $\dot{\theta}_k = 0$, 可得到卫星姿态角的峰值时间 $t_{\theta k}$, 此时系统超调为

$$M_k = \begin{cases} \theta_k(t_{\theta k}) - 1, & t_{\theta k} \in [t_k, t_{k+1}], \\ 0, & t_{\theta k} \notin [t_k, t_{k+1}]. \end{cases}$$

对于 m 个分力, 应使每个分力作用后系统的超调都小于它的容许值 M_{tol} , 即超调约束为

$$\{M_1, M_2, \cdots, M_m\} \leq M_{tol}. \tag{6}$$

3.2 调整时间约束

当所有 m 个分力都施加完之后, 系统响应为 $\theta(t | t \geq t_m) = 1 - \hat{A}_m \exp[-\xi_0 \omega_0 (t - t_m)] \sin(\omega_{d0} t +$

$$\hat{\Psi}_m) + \sum_{i=1}^n \hat{B}_{mi} \sin[\omega_i t - \beta_{mi}]. \tag{7}$$

根据分力合成的定义, 在所有分力完成时刻可以完全消除振动, 所以式(7) 后两项为零. 调整时间取为第 n 个分力作用完成的时刻, 并使它不大于规定的值 t_{st} , 即

$$\tau_n \leq t_{st}.$$

其中, t_{st} 为系统的容许调整时间.

3.3 执行机构约束

时间常数 t_c 是描述系统衰减速度的量, 表示为

$$t_c = \frac{1}{\xi_0 \omega_0}. \tag{8}$$

显然, 增大比例增益 k_p 可增加系统快速性, 减小上升时间, 但也加大了系统超调, 虽然超调可通过分力合成改善, 但并不是说 k_p 可以无限制增大, 还必须考虑执行机构的力矩限制, 因此下面研

究被控对象的输入 T_h 的变化.

假设输入是幅值为 L , 作用在时间 t_0 时刻的阶跃输入, 此时执行机构输出力(矩) 为

$$T_h(t) = -L k_p A e^{-\xi' \omega' (t-t_0)} \sin[\omega_{d0} (t - t_0) - \alpha].$$

当前 k 个分力施加之后, 即 $t \geq t_k$, 执行机构力矩的阶跃响应为

$$T_h(t | t \geq t_k) = -k_p A B_k e^{-\xi_0 \omega_0 (t-t_k)} \sin(\omega_{d0} t - \varphi_k).$$

其中

$$S_k = \sum_{i=1}^k Z_i e^{\xi_0 \omega_0 t_i} \sin(\omega_{d0} t_i + \alpha),$$

$$C_k = \sum_{i=1}^k Z_i e^{\xi_0 \omega_0 t_i} \cos(\omega_{d0} t_i + \alpha),$$

$$B_k = e^{-\xi_0 \omega_0 t_k} \sqrt{S_k^2 + C_k^2}, \quad \varphi_k = \arctan\left(\frac{S_k}{C_k}\right).$$

令 $T_h(t) = 0$, 得执行机构力矩的峰值时间 t_{hk} 为

$$t_{hk} = \frac{\varphi_k + \alpha}{\omega_{d0}}. \tag{9}$$

此时的峰值力矩为 $T_h(t_{hk})$, 由于 t_{hk} 可能大于或小于 $t_k, t_{hk} < t_k$ 时说明最大力矩未出现在式(9) 生效之后, 最大力矩是 $T_h(t_{hk})$, 因此执行机构力矩的最大值应为

$$T_k = \max\{T_h(t_{hk}), T_h(t_k)\}.$$

对于 m 个阶跃分力, 执行机构约束为

$$\max_i \{T_i\} \leq T_{tol}, \quad 1 \leq i \leq m. \tag{10}$$

总之, 同时设计反馈系数和分力合成参数就是在保证超调约束、时间常数约束和执行机构输出力(矩) 等的约束条件下使调整时间最小.

4 仿真结果

仿真模型参数如下: 挠性杆材料为铝, 尺寸为 2 400 mm × 200 mm × 3 mm; 系统转动惯量为 26. 03 kg · m², 半径 $b = 640$ mm; 执行机构为直流力矩电机. 为简化计算及不失一般性, 仿真模型选取前两阶挠性振动模态, $\omega_1 = 3. 882\ 2$ rad/s, $\omega_2 = 17. 570\ 4$ rad/s.

闭环系统性能指标如下: 调整时间 $t_{st} \leq 10$ s, 系统超调 $M_{tol} \leq 20\%$, 执行机构最大输出力矩 $T_{tol} = 10$ N · m.

分步设计法是一般的二阶闭环系统设计方法. 由以上性能指标取阻尼比和无阻尼振动频率为 $\xi_0 = 0. 707, \omega_0 = 0. 588$ rad/s, 可得反馈系数为 $k_p = 9, k_d = 21. 6$. 根据闭环系统的频率和阻尼以及挠性附件的振动频率, 可以用分力合成方法设计抑制振动的系统期望转角 θ_d . 同时设计反馈系数, 需首先选定分力合成的形式, 利用式(6)、式(8)和式(10)选择 k_d 和 k_p 使调整时间 t_{st}

最小. 为方便比较, 取 $k_d = 21.6$, 同时考虑前两阶挠性振动, 并假设 $m_0 = 3, m_1 = 2, m_2 = 2$, 则利用同时设计方法可得 $k_p = 24.2$.

执行 60° 的机动任务, 两种方法的姿态角曲线如图3所示, 对于5%的容许误差, 同时设计方法和分步设计方法的调整时间分别为4.433 5 s和7.417 8 s, 可见, 同时设计方法有更大的优势. 图4~图6为一阶模态坐标、二阶模态坐标和执行机构力矩的仿真曲线. 机动结束后, 同时设计和分步设计的一阶模态坐标分别为 $1.892 1 \times 10^{-5}$ m 和 $7.275 2 \times 10^{-6}$ m, 二阶模态坐标分别为 $3.959 1 \times 10^{-6}$ m 和 $2.026 2 \times 10^{-6}$ m. 可见, 同时设计方法的残余振动量比分步设计方法的残余振动量大, 所以, 同时设计方法调整时间的减少是靠增加一定的振动来得到的.

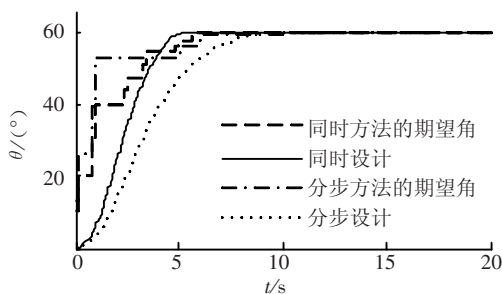


图3 姿态角仿真曲线

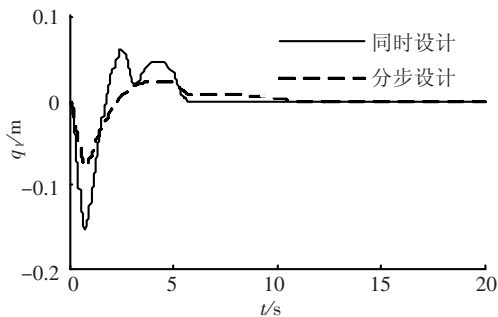


图4 一阶模态坐标仿真曲线

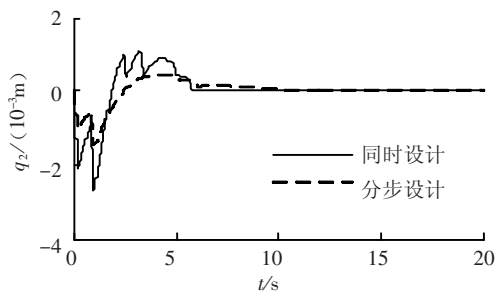


图5 二阶模态坐标仿真曲线

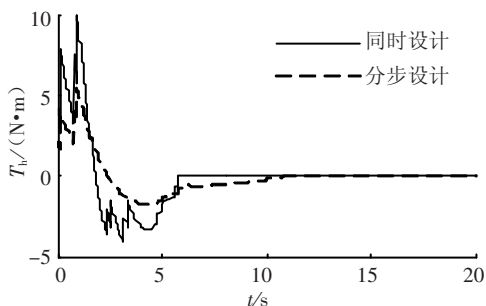


图6 执行机构力矩

5 结论

本文用非约束模态解法得到解耦的姿态运动方程和挠性附件振动方程, 利用状态观测器将卫星刚体部分的转角和角速度作为反馈量, 使用比例+速率反馈控制率, 在考虑挠性附件振动的条件下将分力合成主动振动抑制方法和闭环反馈控制同时设计, 充分发挥了分力合成抑制振动和反馈控制抗干扰力强的优点, 得到比分步设计更优的性能指标. 对单挠性杆模型的仿真结果证实了方法的有效性.

参考文献:

- [1] LIU Dun, WU Guang-yu. An active vibration suppression method for the flexible spacecrafts and its application [C]//AIAA/AAS Astrodynamics Conference. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994:376-381.
- [2] 陕晋军, 刘瞰. 应用分力合成主动振动抑制方法的最优飞行器大角度机动控制策略[J]. 航空学报, 2002, 23(21): 62-65.
- [3] SHAN Jin-jun, SUN Dong, LIU Dun. Design for robust component synthesis vibration suppression of flexible structures with on-off actuators [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(3): 512-525.
- [4] HU Qing-lei, MA Guang-fu. Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuvers [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(2): 377-380.
- [5] ZHANG Jian-ying, LIU Tun, ZHAO Zhi-ping. Study on component synthesis active vibration suppression method using zero-placement technique [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(4): 304-312.
- [6] 张建英, 刘瞰. 分力合成主动振动抑制方法和闭环反馈控制的同時设计[C]//第二十七届中国控制会议论文集. 昆明: 中国自动化学会控制理论专业委员会, 2008:667-671.

(编辑 张宏)