

高阶混沌振子的微弱信号频率检测新方法

徐艳春^{1,2}, 杨春玲¹

(1. 哈尔滨工业大学 电气工程学院, 哈尔滨 150001, xyc7309@163.com; 2. 黑龙江大学 机电工程学院, 哈尔滨 150080)

摘要: 采用高阶 Rossler 混沌振子及比例微分控制方法相结合, 将含有待检信号的 Rossler 混沌振子从混沌态控制到周期态, 然后利用谱分析的方法检测待检信号的频率. 该方法突破了以往 Duffing 方程检测信号频率需要使用较多振子的局限, 利用比例微分控制理论将 Rossler 系统控制到稳定的周期态, 从而提取待检信号的频率, 较大提高了检测精度和检测稳定性. 通过数值仿真, 验证了该方法的有效性.

关键词: Rossler 混沌系统; 比例微分控制; 频谱分析; 频率检测

中图分类号: TP274

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)03-0446-05

New method of weak signal frequency detection using high-level Chaotic oscillator

XU Yan-chun^{1,2}, YANG Chun-ling¹

(1. School of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, xyc7309@163.com;

2. School of Mechanical and Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: In this paper, high-level Rossler chaotic oscillator and proportional differential control are used together to detect the frequency of weak signal. Rossler system is controlled to critical state from periodic state to chaotic state. Then the unknown signal is put into the Rossler system. Proportional differential control is used to regulate the system to periodic state and the method of spectrum analysis is employed to detect the frequency the unknown signal. The presented method exhibits higher detection precision and is simpler than Duffing equation which needs many chaotic oscillators. Numerical simulation verifies that the presented method is feasible.

Key words: Rossler chaotic system; proportional differential control; spectrum analysis; frequency detection

由于混沌系统对初值和扰动的敏感性, 使其在很多领域得到广泛应用. 混沌理论在信号检测方面的应用近几年也引起人们的广泛关注. 目前, 该理论已被成功地应用于微弱信号检测当中, 并取得较大进展. 研究表明, 大多数检测方法是在信号频率已知的条件下去测量弱信号的幅值, 并没有提及如何检测信号的频率. 而有些研究采用混沌理论测量频率的方法是在 Duffing 方程的基础上, 采用 78 个振子阵列进行频率检测, 该算法不仅复杂且只有当振子频率增加到某一成分信号频

率附近时, 才可以从时间图像上清晰观测到阵发混沌现象, 检测方法繁琐^[1-3].

本文将 Rossler 混沌系统和比例微分控制方法相结合, 提出基于 Rossler 混沌控制的强噪声背景下正弦周期信号频率检测的新方法. 该方法最大特点是利用 Rossler 混沌振子和比例微分控制进行信号频率检测. 首先, 通过比例微分控制, 将正处在混沌状态的系统控制到周期轨道, 从而使系统呈现出周期运动. 当然, 前面所说的混沌状态的系统是因为含有噪声的待检测信号的输入才处于混沌态, 这种混沌态蕴含着待检信号的信息. 此时, 若直接用谱分析方法测频率, 并不能测出待检周期信号的频率, 本文用比例微分控制方法将其控制到稳定周期态后, 再用谱分析方法则可测出未知信号的频率.

收稿日期: 2009-01-09.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60877065); 哈尔滨市科技创新人才专项基金(RC2008XK009004), 黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11544035).

作者简介: 徐艳春(1973—), 女, 博士研究生;
杨春玲(1965—), 女, 教授, 博士生导师.

1 Rossler 混沌系统的特性研究

1963 年美国气象学家 Lorenz 在数值试验中偶然发现了第一个混沌吸引子,不久,德国物理化学家 O. E. Rossler 于 1976 年指出,还可以用两种不同的方法从 Lorenz 吸引子中抽出更简单、非对称的吸引子结构. 一是研究 Lorenz 方程组中的 r 值远远大于 28 时的情况;二是重新构造 Lorenz 吸引子的折叠过程. 这两种方法都可以得到同一拓扑结构,方程中虽只含一个非线性项 xz ,但却能产生混沌运动的非线性动力系统,这就是 Rossler 系统^[4-6].

Rossler 系统是一个简单的而又内禀复杂的非线性系统,系统的方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z), \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + (x - c)z. \end{cases}$$

Rossler 系统比 Lorenz 系统简单,而且拓扑不等价,即不存在任何的微分同胚变换把 Rossler 系统转化成另一个系统.

Rossler 系统是一个三阶自治系统,含有一个非线性项 xz ,正是这个非线性项使系统产生分叉、混沌等复杂的动力学行为. 其中方程在 $a = b = 0.2, c$ 为不同值的时候, Rossler 吸引子的形状如图 1 所示. 事实上, Rossler 系统的任何一个方程对周期信号都很敏感,输入微弱的周期信号会对系统行为产生很大的变化^[7].

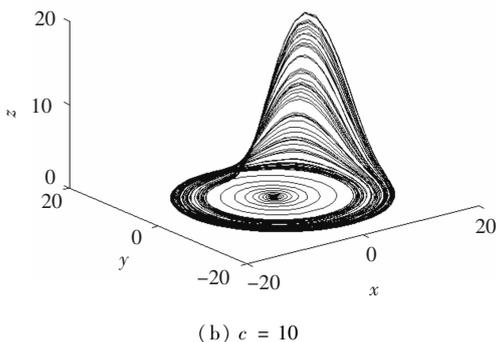
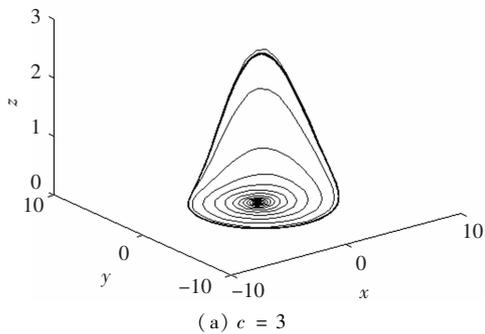


图 1 c 为不同值时 Rossler 吸引子相图

对 Rossler 系统进行稳定性分析如下. 取 $a = 0.3, b = 0.2, c = 5$ 进行研究.

令

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z) = 0, \\ \dot{y} = x + ay = 0, \\ \dot{z} = b + (x - c)z = 0. \end{cases}$$

这样得到系统的两个平衡点为: $s_1 = (0, 0, 0)$; $s_2 = (-ab + c, (ab - c)/a, -(ab - c)/a)$. 即 $s_1 = (0, 0, 0), s_2 = (4.94, -16.47, 16.47)$.

下面讨论这两个平衡点的稳定性.

对于平衡点 $s_1 = (0, 0, 0)$, 其雅可比矩阵 J 为

$$J = \begin{bmatrix} c & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ b & 0 & c \end{bmatrix}.$$

它的特征方程为

$$p^3 + 4.7p^2 - 0.3p + 4.94 = 0,$$

所以其特征值为

$$p_1 = 0.1306 + 0.9893i,$$

$$p_2 = 0.1306 - 0.9893i,$$

$$p_3 = -4.9612.$$

因特征值 p_1, p_2 有正的实部,而 p_3 有负的实部,故 $s_1 = (0, 0, 0)$ 是不稳定焦点.

对于平衡点 $s_2 = (4.94, -16.47, 16.47)$, 其雅可比矩阵 J 为

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.3 & 0 \\ 16.47 & 0 & -0.06 \end{bmatrix}.$$

其特征值分别为

$$p_1 = -0.0199 + 4.2027i,$$

$$p_2 = -0.0199 - 4.2027i,$$

$$p_3 = 0.2797.$$

因其特征值 p_1, p_2 有负的实部,而 p_3 有正的实部,所以 s_2 为不稳定的鞍点^[8-10].

2 比例微分控制策略

考虑如下的 n 维非线性动力学系统:

$$P = F(P, \mu, t).$$

其中: $P \in \mathbf{R}^n, F = [f_1, f_2, f_3, \dots, f_n]$ 是 n 维光滑的向量场; μ 为系统的参数,当 μ 取一定范围的值时,系统处于混沌运动.

现对上式所表示的系统的状态变量 P_m 取比例微分控制得

$$P'_m = k_1 P_m + k_2 \dot{P}_m.$$

其中: k_1, k_2 是本控制方法中的 2 个可调参数,调整 k_1, k_2 的值可以实现不同的控制目标. 将 \dot{P}_m 按如下方法进行反馈:

$$\begin{cases} \dot{P}_j = f_j(P_1, P_2, \dots, P'_m, P_n, \mu), \\ P_j = f_j(P_1, P_2, \dots, P_m, P_n, \mu), \\ P'_m = k_1 P_m + k_2 P'_m. \end{cases}$$

其中, $j = 1, 2, \dots, n$.

由上式所示的反馈方式可知: $F()$ 中的子系统 $f_m()$ 不受反馈控制作用而自由演化. 若系统 $f_m()$ 中无状态变量 x_m , 也不受控制作用而自由演化, 则本控制方法只需对系统的一部分子系统进行控制, 这就大大减小了控制的代价和在实际工程系统中实现控制的难度, 克服了目前大多数状态变量反馈法需要多个进行全局反馈的缺陷. 同时, 比例微分控制法不影响原系统的特性, 其结构相对简单, 控制结果非常丰富, 只要控制参数取很小的数值, 就能十分有效地实现对非线性动力学系统的混沌控制, 且控制速度快, 这也正是本文采用此控制方法的原因.

3 基于 Rossler 混沌控制的未知信号频率检测方法

本文采用 Rossler 混沌系统进行信号频率检测, 利用该系统对输入的周期信号敏感, 输入微弱的周期信号会对系统行为产生很大变化的特点, 将待检测的被噪声淹没的信号加入到 Rossler 系统的任一个方程中, 从而构成有待检信号的混沌系统. 若此时对该混沌系统进行频谱分析, 则频谱图曲线上的角频率将是 $\omega, 3\omega, 5\omega, \dots$, 或者是 $2\omega, 4\omega, 6\omega, \dots$, 此时表现为幅值高低不同且频率各异的若干信号, 无法知道哪个频率是所求的. 然而, 当系统被控制到周期状态时, 不管是奇阶超谐波还是偶阶超谐波, 基频(待检频率)的幅值最大、最清晰. 因此利用前面的比例微分控制理论将混沌系统控制到周期运动状态, 最后通过频谱图非常容易检测出频率值.

具体控制算法及步骤如下:

- 1) 调整 Rossler 混沌系统参数, 使其处于混沌的临界状态;
- 2) 加入含有噪声的待检测的微弱信号, 从而系统进入混沌态;
- 3) 采用上述比例微分控制策略, 调整控制参数, 使其从混沌态进入周期态;
- 4) 控制后的系统输出中含有待检信号的信息, 对其进行频谱分析, 从而检测出待检信号的频率.

文中选择 y 为受控变量, 为了讨论方便, 不失一般性, 令 $k_1 = 1$, 按上述控制方法得受控后的方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = -k_2 x - y - 0.2k_2 y + z, \\ \dot{y} = x + 0.2y, \\ \dot{z} = z(x - 5) + 0.2. \end{cases}$$

对不动点 $s_2 = (4.94, -16.47, 16.47)$ 进行研究, 将系统进行线性化, 得其雅可比矩阵 J 为

$$J = \begin{bmatrix} -k_2 & -(1 + 0.2k_2) & 1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ z & 0 & x - 5 \end{bmatrix}$$

把 J 代入其特征多项式为

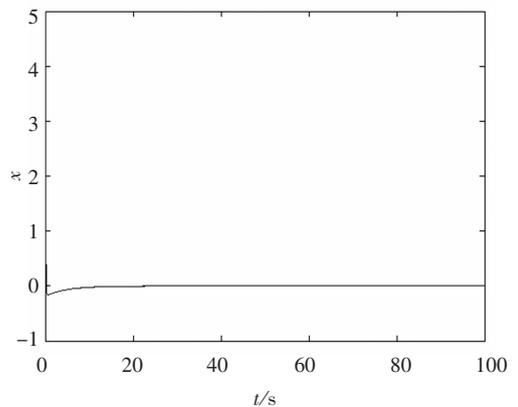
$$|\lambda I - J| = \lambda^3 + [5.4297 + k_2]\lambda^2 + [5.6297k_2 - 0.0908]\lambda + 5.6227 = 0.$$

由 Routh-Hurwitz 判据得, 当 $0.0163 < k_2 < 287653.4667$ 时, 系统的不动点是稳定的.

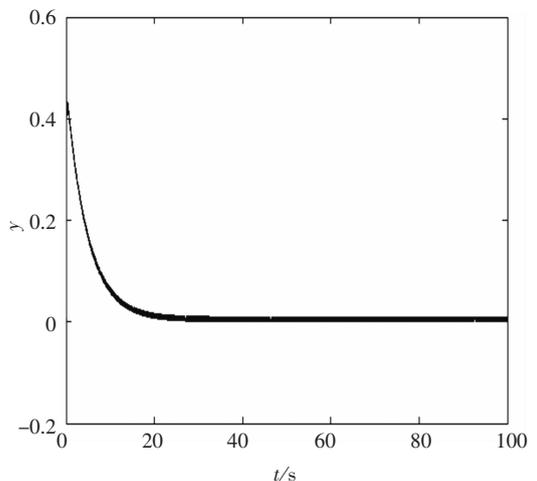
从理论上来说, 将待检测的微弱信号加入到 3 个方程中的任一个方程均可改变系统的动力学行为, 文中将待检信号加入到 Rossler 混沌系统的第二个方程中进行分析.

4 数值仿真

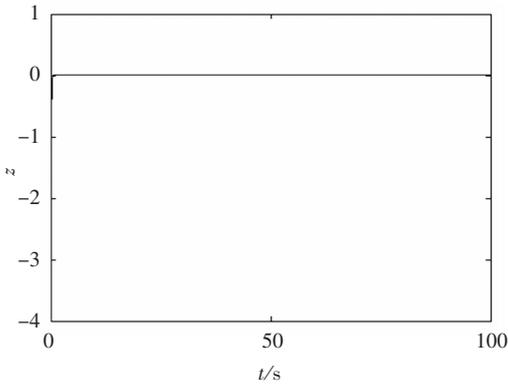
图 2 为 $k_2 = 10$, 混沌系统未含有待检信号时 Matlab 仿真结果, 从图中可看出这种控制方法是有效的, 系统通过这种控制能很好地控制到平衡点.



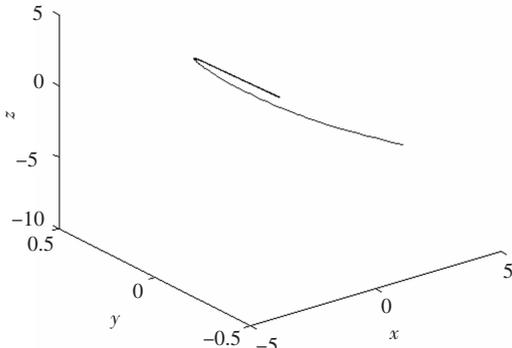
(a) 系统控制后变量 x 的时域图



(b) 系统控制后变量 y 的时域图



c) 系统控制后变量 z 的时域图



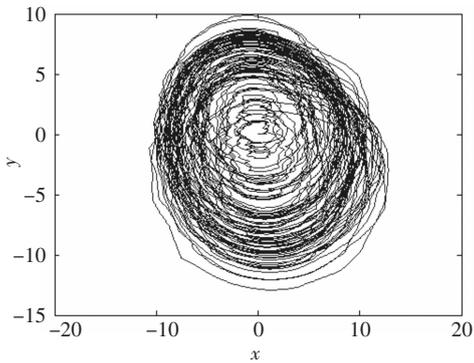
(d) 系统控制后的相图

图2 系统控制后的时域图和相图

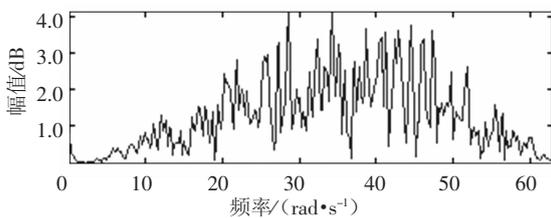
设待检信号为

$$f(t) = 0.001 \times \cos(60t) + n(t).$$

其中,待检信号的角频率为 60 rad/s,幅值为 0.001 V, $n(t)$ 是均值为零、方差为 0.1 的白噪声.输入信号加入到 Rossler 混沌系统第二个方程后系统的相轨迹及谱分析如图 3 所示.



(a) 控制前系统相轨迹图

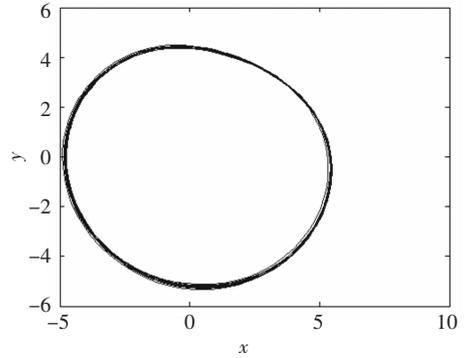


(b) 控制前系统的频谱图

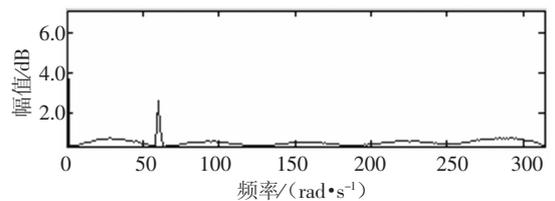
图3 输入信号后 Rossler 系统的相图及谱分析图

由图 3 根本辨认不出输入信号中的待检周期

信号.图 4 采用比例微分控制方法将 Rossler 混沌系统控制到周期态后进行待检信号的频率检测.



(a) 控制后系统的相图



(b) 信号频率为 60 rad/s 时受控系统的频谱图

图4 控制后系统的相图和谱分析图

由图 4 可直观准确的看出,待检的周期信号频率为 60 rad/s.

当待检信号频率为 200 rad/s 时,系统的频谱图如图 5 所示.

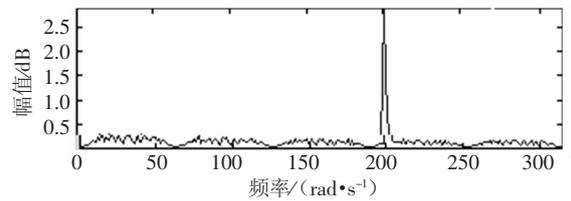


图5 受控系统的频谱图

经过大量的仿真实验,将在相同输入信噪比情况下,对本文提出方法和 Duffing 阵列方法频率检测的结果进行比较,从表 1 给出的实验结果可以看出,本文提出的微弱信号频率检测方法相对 Duffing 方程振子阵列检测方法来说具有更大的优势,其在检测精度上较 Duffing 系统检测方法有较大的提高.

表 1 2 种方法对微弱信号频率检测结果比较

输入信噪比/dB	频率/(rad·s ⁻¹)	本文方法		Duffing 振子方法	
		f/(rad·s ⁻¹)	误差/%	f/(rad·s ⁻¹)	误差/%
-80	60	60.010	0.025	60.025	0.035
	200	200.010	0.007	200.020	0.010
-55	60	60.000	0	60.010	0.020
	200	200.000	0	200.030	0.015

5 讨 论

对于 Duffing 方程在以往混沌检测信号方法中, $A\cos \omega t$ 作为策动力, 然后外加待检信号, 此时, 要求待检信号的频率与周期策动力的频率相同, 最后, 根据相轨迹的变化来测出待检信号的幅值. 在此过程中并没有测量频率; 也有一些文献专门利用 Duffing 方程振子阵列进行信号的频率检测, 但所需振子阵列较多, 采用 78 个固有频率以公比 1.03 成等比数列的振子构成阵列, $w_1 = 1$, $w_2 = 1.03, \dots, w_k = 1.03w_{k-1}, \dots, w_{78} = 9.738$. 若频率在 1 ~ 10 Hz 的被检信号输入到阵列中, 就会在两个相邻的振子上发生稳定的间歇混沌运动, 由此检测出信号的频率. 因而只有当振子频率增加到某一成分信号频率附近时, 才可以从时间图像上清晰地观测到阵发混沌现象.

应用本文提出的微弱信号频率检测方法, 对不同信噪比下的正弦周期信号进行了大量的检测仿真实验. 从仿真结果可以得到, 本文提出的微弱信号检测方法可以实现从强噪声背景中检测出待检信号的频率, 不受频差及策动力的限制, 待检信号的频率通过频谱图可以直观准确的被测出.

6 结 论

将比例微分控制方法引入到 Rossler 混沌系统中, 构成一个带有控制项的混合系统. 然后, 将混有噪声的待检周期信号通过这个混合系统, 调节控制项使混沌态转变成周期态. 从信号处理领域来讲, 相当于将噪声滤掉, 显露出待检周期信号, 然后, 再将混合系统输出的信号通过频谱分析, 在频谱图中显示幅值最大的所对应的频率就是待检信号的频率. 此方法克服了 Duffing 测量系统必须使用多个振子阵列的局限. 实验仿真表明: 本文提出的方法能够检测出深埋于强噪声中的微弱正弦信号的频率, 且其检测精度较 Duffing 系统

检测方法更高, 证明了该方法的有效性, 其在理论上是可行的.

参 考 文 献:

- [1] 聂春燕, 石要武. 互相关与混沌共同检测弱信号方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(1): 32 - 35.
- [2] 聂春燕, 石要武. 混沌系统检测 n 级信号方法的研究[J]. 电工技术学报, 2002, 17(5): 87 - 90.
- [3] WANG Guan-yu. Application of chaotic oscillators to weak signal detection[C]//IEEE Transaction on Industrial Electronics. Piscataway: [s. n.], 1999: 440 - 444.
- [4] YI Wen-suo, SHI Yao-wu, NIE Chun-yan. The chaotic oscillator estimate method for sin wave parameter in non-gaussian color noise environment[C]//The Sixth International Conference on Electronic Measurement and Instrument. Harbin: [s. n.], 2004: 151 - 155.
- [5] NIE Chunyan, SHI Yaowu, WANG Zhuwen, GUO Bin. A detection method of signal frequency based on optimization theory[C]//Sixth International Symposium on Instrumentation and Control Technology: Signal Analysis, Measurement Theory, Photo-Electronic Technology and Artificial Intelligence. Beijing: [s. n.], 2006: 323 - 327.
- [6] 汪英平, 郭静波, 王赞基. 强混沌干扰中的谐波信号提取[J]. 物理学报, 2001, 6(50): 1019 - 1023.
- [7] MACKAY R S, TRESSER C. Transition to topological chaos for circle maps[J]. Physics D, 1986, 19: 206 - 237.
- [8] 王伟, 张秋富. Rossler 系统的比例微分控制[J]. 重庆工学院学报: 自然科学版, 2008, 4(22): 136 - 138.
- [9] CHOE C U, HOHNE K, BENNER H, *et al.* Chaos suppression in the parametrically driven Lorenz system[J]. Physical Review, 2005, 72(5): 362 - 366.
- [10] SONG C Y, LEI Y H, DING S Q. Application of chaos to weak signal detection[J]. Editorial Board of Journal of Harbin Engineering, 2004, 25: 21 - 23.

(编辑 张 宏)