第42卷 第3期
2010年3月
哈尔滨工业大学学报
JOURNAL OF HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Vol. 42 No. 3
Mar. 2010

一种5轴混联铣床运动学的矢量法分析

王 瑞，钟诗胜

（哈尔滨工业大学（威海）船舶工程学院，威海 264209，wrhit@163.com.cn）

摘 要： 介绍一种由3自由度并联机构和2自由度串联机构组成的5轴混联铣床.采用矢量分析的方法，引入单位矩阵和四元素向量对运动学分析中的高阶转换矩阵进行降阶处理，实现机构输入参数与机构独立运动参数之间的矩阵转化，解决了机构运动参数耦合的问题；详细推导出铣床的并联部分驱动输入速度、加速度与机构动平台输出速度、加速度之间的数学关系，借助于运动学仿真分析软件验证了算法的正确性.该算法对于具有运动参数耦合的并联机构或混联机构的运动学分析、动力学分析以及机构的运动控制具有一定的参考价值.

关键词： 并联机床；混联机床；运动学分析；参数耦合

中图分类号： TG659　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 0367－6234(2010)03－0455－05

Kinematics analysis on a 5－axis parallel-serial machine tool based on vector method

WANG Rui，ZHONG Shi-sheng

（School of Ship Engineering，Harbin Institute of Technology，Wei Hai 264209，wrhit@163.com.cn）

Abstract： A 5－axis parallel-serial machine tool is introduced，which consists of a 3－DOF parallel mechanism and a 2－DOF serial mechanism. The size of transform matrix is decreased by adopting unit matrix and the problem of parameter coupling is resolved by adopting vector method. The relationship between the velocity，acceleration of movable platform and those input parameters of the parallel mechanism is established in detail. These algorithms are verified through ADAMS and can provide references for kinematics analysis，dynamics analysis，motion control of parallel or parallel-serial machine tools，which have coupling kinematic parameters.

Key words： parallel machine；parallel-serial machine；kinematics analysis；parameter coupling

目前，混联机床已有多种结构形式，其基础理论主要涉及以下几方面：运动学[1－9]、动力学、灵活度、控制理论与方法、精度及参数标定研究等.文献[1－9]中的运动学分析主要是分析机床位置正逆解以及运动学仿真.哈尔滨工业大学、哈尔滨量具刃具有限公司、瑞典EXECHON公司于2007年5月联合开发的LINKS－EXE700型新型5自由度混联数控铣床，具有大工作空间和静动态刚度好的优点.

本文综合考虑机床运动参数的耦合，采用矢量法[10]对其并联机构运动学的速度、加速度进行解析法分析，最后给出实例，通过ADAMS进行仿真验证.

1 铣床结构

图1为LINKS－EXE700型混联数控铣床的结构简图.不同于Tricept机构的3TPS＋TP构型，数控铣床分别由两TPR支路和一SPR支路连接上方的定平台和下方的动平台，在动平台的中部串联RR支路.其中T为虎克铰，P为移动副，R为转动副，S为等效球铰.

混联铣床的并联部分具有运动参数耦合的特点，其动平台的位置参数是独立的，而姿态参数是位置参数的数学函数，为了满足刀具的姿态灵活

收稿日期：2008－08－16.
基金项目：哈尔滨工业大学校基金资助项目HIT(WH)200716.
作者简介：王 瑞(1978—)，男，博士，讲师；
钟诗胜(1964—)，男，教授，博士生导师.

性,在动平台上通过串联机构可以实现刀具在可达空间范围内的任意姿态. 通过理论分析,该型混联铣床的自由度数为 5.

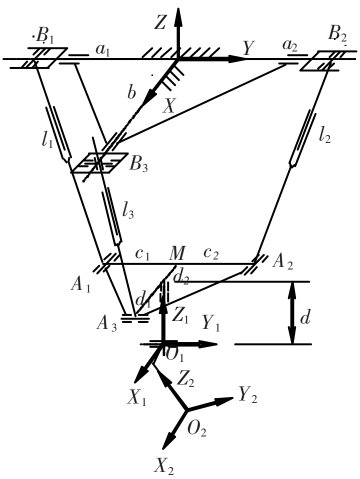

图 1　混联铣床的结构简图

2　动系运动参数解耦

如图 1 所示, 分别建立定平台坐标系 $OXYZ$(后文简称定系),动平台坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$,(后文简称动系),刀具坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$. 定系固定在机床上方的定平台上,其 Y 轴方向由虎克铰 B_1 指向虎克铰 B_2,X 轴过等效球铰 B_3;动系固定在下方的动平台上,其原点是串联机构第二个转动副的中心,Y_1 轴方向平行于转动副 A_1 和 A_2 的连线,X_1 轴平行于 MA_3,Z_1 轴为第一个转动副的轴线;刀具坐标系固定在刀具上,其原点在刀头点,Z_2 轴为刀具轴线,X_2 轴和 Y_2 轴初始复位状态分别平行于定系的 X 轴和 Y 轴. 在运动学分析时,由于串联部分的分析相对简单些,故本文只对复杂的并联部分进行分析推导.

并联机构的动平台位姿可以用动系原点坐标及动系姿态 RPY 角来描述,即

$$U = U(x_{O1}, y_{O1}, z_{O1}, \theta_x, \theta_y, \theta_z)\ .$$

其中:x_{O1}, y_{O1}, z_{O1} 是动系原点在定系中的坐标,用来描述动平台的位置;$\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 是 RPY 角,用来描述动平台的姿态.

根据机构的特点,可知图 1 中的 $\triangle B_1MA_3$ 和 $\triangle B_2MA_3$ 是直角三角形,B_3A_3 和 A_1A_2 垂直,可以推导出 x_{O1}, y_{O1}, z_{O1}, θ_x、θ_y, θ_z 之间满足如下关系:

$$\begin{cases} \theta_z = 0, \\ \theta_y = -2\arctan\left(\dfrac{d_2}{z_{O1}}\right), \quad (\text{cond.}\ x_{O1} = -d_2), \\ \theta_y = 2\arctan\left(\dfrac{(-z_{O1} - \sqrt{z_{O1}^2 + x_{O1}^2 - d_2^2})}{(x_{O1} + d_2)}\right), \quad (\text{cond.}\ x_{O1} \neq -d_2), \\ \theta_x = -\arctan\left(\dfrac{y_{O1}}{m}\right), \quad (m = (x_{O1} - b)\sin\theta_y + z_{O1}\cos\theta_y). \end{cases} \tag{1}$$

由上述结果可知,动平台位置参数 x_{O1}, y_{O1}, z_{O1} 是独立的,欧拉角 θ_x, θ_y, θ_z 是位置参数的三角函数,同理欧拉角速度、角加速度均为动平台线速度、线加速度的数学函数. 借助于姿态角,通过坐标变换可以获取并联机构的 3 路移动副的驱动长度 $l_i (i = 1,2,3)$.

3　运动学分析

如图 2 所示,用 L_i 表示第 i 条支路两铰点间矢量. 则第 i 条支路的单位矢量 $\boldsymbol{u}_i$ 为

$$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{L}_i / l_i,$$

式中:l_i 为第 i 杆的驱动长度,$\boldsymbol{u}_i$ 方向为 B_iA_i.

$\boldsymbol{v}_{Ai}$、$\boldsymbol{a}_{Ai}$ 可以用矢量表示为

$$\boldsymbol{v}_{Ai} = \dot{\boldsymbol{L}}_i, \quad \boldsymbol{a}_{Ai} = \dot{\boldsymbol{v}}_{Ai}.$$

对 $l_i^2 = L_i \cdot L_i$ 等式两边分别对时间一阶求导和二阶求导,可以得到第 i 杆输入速度和加速度的矩阵表达式

$$\dot{l}_i = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{Ai}, \tag{2}$$

$$\ddot{l}_i = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a}_{Ai} + (\boldsymbol{v}_{Ai}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{Ai} - \dot{l}_i^2)/l_i. \tag{3}$$

另一方面,铰点 A_i 的速度 $\boldsymbol{v}_{Ai}$ 也可以用动平台的角速度 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^{\mathrm{T}}$ 和动系原点 O_1 的线速度 $\boldsymbol{V} = (V_x, V_y, V_z)^{\mathrm{T}}$ 表示.

$$\boldsymbol{v}_{Ai} = \boldsymbol{V} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{Ai}. \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{r}_{Ai}$ 是动系原点 O_1 坐标到铰点 A_i 的位置矢量.

若以 $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)^{\mathrm{T}}$ 表示平台的角加速度,$\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z)^{\mathrm{T}}$ 表示动系原点 O_1 的线加速度,则铰点 A_i 的线加速度 $\boldsymbol{a}_{Ai}$ 可表示为

$$\boldsymbol{a}_{Ai} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{r}_{Ai} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{Ai}). \tag{5}$$

设动系的速度为 $\dot{\boldsymbol{P}} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z, V_x, V_y, V_z)^{\mathrm{T}}$, 加速度为 $\ddot{\boldsymbol{P}} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, A_x, A_y, A_z)^{\mathrm{T}}$, 式 (4) 和式(5) 可以改写为下列矩阵等式:

$$\boldsymbol{v}_{Ai} = [M_P^{Ai}] \dot{\boldsymbol{P}}\ , \tag{6}$$

$$\boldsymbol{a}_{Ai} = [M_P^{Ai}]\ddot{\boldsymbol{P}} + \dot{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{T}}[H_P^{Ai}]\dot{\boldsymbol{P}}. \tag{7}$$

式中：

$[M_P^{Ai}] = [\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{r}_{Ai} \quad \boldsymbol{j}\times\boldsymbol{r}_{Ai} \quad \boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}_{Ai} \quad \boldsymbol{i} \quad \boldsymbol{j} \quad \boldsymbol{k}] \in R^{3\times6}$,

$$[H_P^{Ai}] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}\times(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{j}\times(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{k}\times(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \\ \boldsymbol{i}\times(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{j}\times(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{k}\times(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & [\boldsymbol{0}]_{3\times3} \\ \boldsymbol{i}\times(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{j}\times(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \boldsymbol{k}\times(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{r}_{Ai}) & \\ & [\boldsymbol{0}]_{3\times3} & & [\boldsymbol{0}]_{3\times3} \end{bmatrix} \in R^{3\times6\times6}$$

式中：$\boldsymbol{i} = (1,0,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{j} = (0,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{k} = (0,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{0} = (0,0,0)^{\mathrm{T}}$.

另外，平台的角速度$(\omega_x,\omega_y,\omega_z)^{\mathrm{T}}$和平台的欧拉角速度$(\dot{\theta}_x,\dot{\theta}_y,\dot{\theta}_z)^{\mathrm{T}}$之间满足等式：

$$\begin{pmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_z\cos\theta_y & -\sin\theta_z & 0 \\ \sin\theta_z\cos\theta_y & \cos\theta_z & 0 \\ -\sin\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot (\dot{\theta}_x \quad \dot{\theta}_y \quad \dot{\theta}_z)^{\mathrm{T}} = [M_{\omega\dot{\theta}}](\dot{\theta}_x \quad \dot{\theta}_y \quad \dot{\theta}_z)^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

方程组(1)表明欧拉角是位置参数的函数，其欧拉角速度可以表示为

$$\begin{pmatrix}\dot{\theta}_x\\ \dot{\theta}_y\\ \dot{\theta}_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\dot{\theta}_x}{\partial x_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_x}{\partial y_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_x}{\partial z_{O1}} \\ \frac{\partial\dot{\theta}_y}{\partial x_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_y}{\partial y_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_y}{\partial z_{O1}} \\ \frac{\partial\dot{\theta}_z}{\partial x_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_z}{\partial y_{O1}} & \frac{\partial\dot{\theta}_z}{\partial z_{O1}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix}V_x\\ V_y\\ V_z\end{pmatrix} = [M_{\theta V}]\boldsymbol{V}. \tag{9}$$

引入单位对角矩阵$\boldsymbol{E}_{3\times3}$，利用转换矩阵$M_{\omega\dot{\theta}}$和$M_{\theta V}$可以将式(6)改写为

$$\boldsymbol{v}_{Ai} = [M_P^{Ai}]\dot{\boldsymbol{P}} = [M_P^{Ai}]\begin{bmatrix}[M_{\omega\dot{\theta}}][M_{\theta}\boldsymbol{V}] \\ \boldsymbol{E}_{3\times3}\end{bmatrix}\boldsymbol{V} = [M_{Vi}]V. \tag{10}$$

式中：

$$[M_{Vi}] = [M_P^{Ai}]\begin{bmatrix}[M_{\omega\dot{\theta}}][M_{\theta V}] \\ \boldsymbol{E}_{3\times3}\end{bmatrix}.$$

$[M_{Vi}]$为动平台铰点A_i的线速度与动系原点线速度间的转换矩阵. 该矩阵为$R^{3\times3}$型.

将式(9)代入式(2)中，得

$$\dot{l}_i = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_{Ai} = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}[M_{Vi}]\boldsymbol{V}. \tag{11}$$

因此得到 3 路驱动输入速度$(\dot{l}_1,\dot{l}_2,\dot{l}_3)^{\mathrm{T}}$与运动平台输出线速度$\boldsymbol{V}$之间的关系等式

$$\dot{\boldsymbol{q}} = (\dot{l}_1,\dot{l}_2,\dot{l}_3)^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}[M_{V1}]\\ \boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}}[M_{V2}]\\ \boldsymbol{u}_3^{\mathrm{T}}[M_{V3}]\end{bmatrix}\boldsymbol{V} = [G_V^q]\boldsymbol{V}. \tag{12}$$

对式(12)变换形式，可以获取动平台的输出线速度$(V_x,V_y,V_z)^{\mathrm{T}}$的表达等式

$$\boldsymbol{V} = [G_V^q]^{-1}\dot{\boldsymbol{q}} = [G_{\dot{q}}^V]\dot{\boldsymbol{q}}.$$

获取动平台的输出线速度后，利用式(9)，式(8)可以得到动平台的角速度

$$\boldsymbol{\omega} = [M_{\omega\dot{\theta}}][M_{\theta V}]\boldsymbol{V}, \tag{13}$$

从而获取动平台的速度$(\omega_x,\omega_y,\omega_z,V_x,V_y,V_z)^{\mathrm{T}}$.

式(13)两边对时间一阶求导，可以获取平台角加速度$(\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z)^{\mathrm{T}}$的表达式

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & \varepsilon_{14}\\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{24}\\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & \varepsilon_{34}\end{bmatrix}(A_x \quad A_y \quad A_z \quad 1)^{\mathrm{T}} = [M_{\varepsilon A}](A_x \quad A_y \quad A_z \quad 1)^{\mathrm{T}}. \tag{14}$$

同理引入单位对角矩阵$\boldsymbol{E}_{3\times3}$，四元素向量$\hat{\boldsymbol{A}} = (A_x,A_y,A_z,1)^{\mathrm{T}}$，可以获得$\ddot{\boldsymbol{P}}$的表达式

$$(\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z,A_x,A_y,A_z)^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix}[M_{\varepsilon A}]_{3\times4}\\ \boldsymbol{E}_{3\times3} \quad \boldsymbol{0}\end{bmatrix}_{6\times4} \cdot (A_x,A_y,A_z,1)^{\mathrm{T}} = [M_1]\hat{\boldsymbol{A}}. \tag{15}$$

式中：

$$\boldsymbol{0} = (0,0,0)^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{A}} = (A_x,A_y,A_z,1)^{\mathrm{T}},$$

$$[M_1] = \begin{bmatrix}[M_{\varepsilon A}]_{3\times4}\\ \boldsymbol{E}_{3\times3} \quad \boldsymbol{0}\end{bmatrix}_{6\times4}.$$

将式(6)，式(7)，式(11)和式(15)带入式(3)中，整理得

$$\ddot{l}_i = \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}[M_P^{Ai}][M_1]\hat{\boldsymbol{A}} + \dot{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}} * [H_P^{Ai}] + (1/l_i)([M_P^{Ai}]^{\mathrm{T}}[M_P^{Ai}] - [M_P^{Ai}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}[M_P^{Ai}]))\dot{\boldsymbol{P}}. \tag{16}$$

式中$*$为矩阵的广义标量积[10].

对式(16)整理后得

$$(\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}[M_P^{Ai}][M_1])_{3\times4}\hat{\boldsymbol{A}} = \ddot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{T}}H_P^q\dot{\boldsymbol{P}}. \tag{17}$$

式中：

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = [\ddot{l}_1,\ddot{l}_2,\ddot{l}_3]^{\mathrm{T}}, H_P^q = \begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}} * [H_P^{A1}] + (1/l_1)([M_P^{A1}]^{\mathrm{T}}[M_P^{A1}] - [M_P^{A1}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_1\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}[M_P^{A1}])\\ \boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}} * [H_P^{A2}] + (1/l_2)([M_P^{A2}]^{\mathrm{T}}[M_P^{A2}] - [M_P^{A2}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_2\boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}}[M_P^{A2}])\\ \boldsymbol{u}_3^{\mathrm{T}} * [H_P^{A3}] + (1/l_3)([M_P^{A3}]^{\mathrm{T}}[M_P^{A3}] - [M_P^{A3}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}_3\boldsymbol{u}_3^{\mathrm{T}}[M_P^{A3}])\end{bmatrix}_{6\times6\times6}.$$

引入四元素向量，从而使方程(17)转化为三元一次方程，该方程的解就是动平台线加速度$(A_x,A_y,A_z)^{\mathrm{T}}$，将线加速度代入式(15)，即可获取动平台的角加速度$(\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z)^{\mathrm{T}}$，从而获取动平台

的加速度向量 $\ddot{\boldsymbol{P}} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, A_x, A_y, A_z)^{\mathrm{T}}$.

4 运动学分析实例

LINKS－EXE700 型混联铣床的并联机构结构参数如下：$a_1 = 620$ mm, $a_2 = 620$ mm, $b = 670$ mm, $c_1 = 195$ mm, $c_2 = 195$ mm, $d_1 = 195$ mm, $d_2 = 50$ mm, $d = 470$ mm.

机床处于某一位姿时，机构的驱动杆长度依次为905.884，905.884，905.884 mm；设驱动杆的伸长速度依次为10，20，－5 mm/s；伸长加速度依次为10，10，－10 mm/s^2；运动时间为3 s. 利用matlab数学分析工具进行计算，获取动平台的速度和加速度曲线如图2所示. 为了进一步验证算法的正确性，利用ADAMS进行仿真建模，如图3所示，借助ADAMS的运动分析模块，可以得到动平台的相关运动参数，结果如图4和图5所示，与图3 matlab计算结果完全一致. 表明上述算法正确有效.

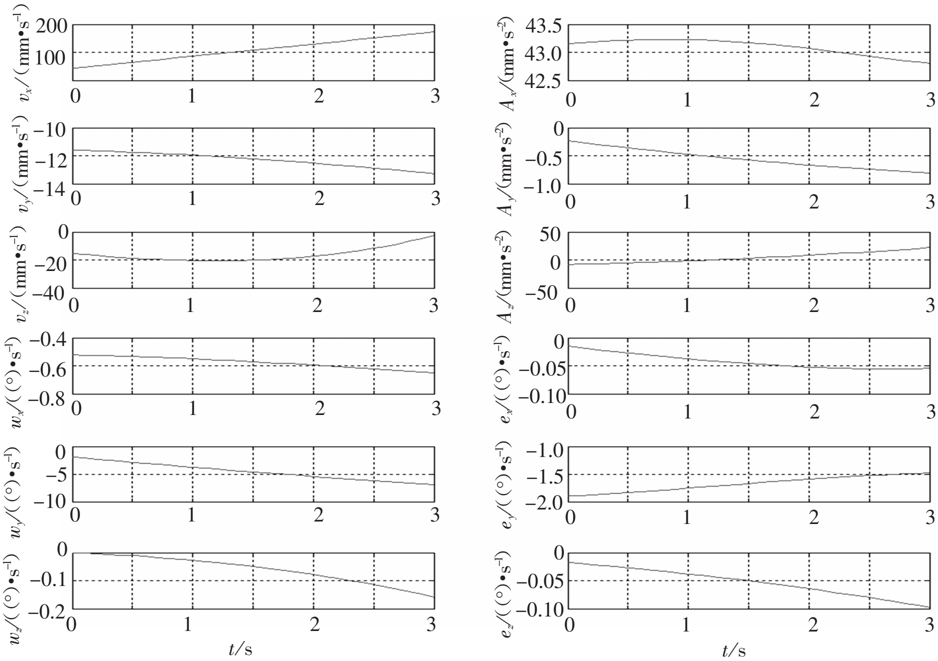

图2 Matlab分析的动系运动参数曲线

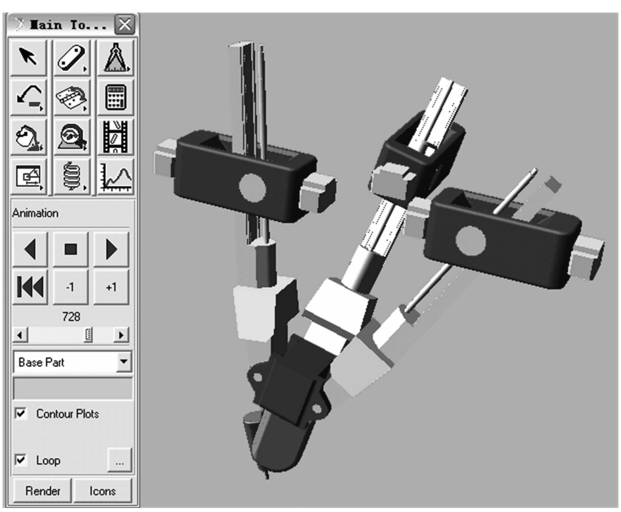

图3 ADAM仿真中的混联铣床

5 结 论

1）介绍了一种5自由度混联数控铣床，借助矢量分析法，引入单位矩阵和四元素矢量，将转换矩阵由高维变换为低维矩阵，实现了机构输入参数与机构独立运动参数间的矩阵转化，解决了机构运动参数耦合的问题.

2）详细推导了并联部分的输入速度、加速度与运动平台输出的速度、加速度之间的数学关系. 借助ADAMS运动分析软件验证了算法的正确性.

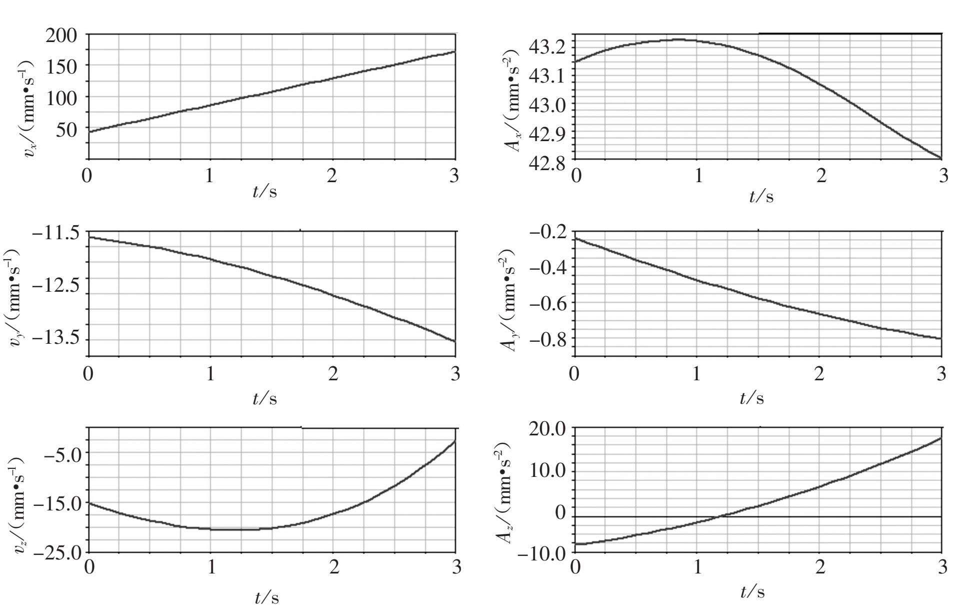

图 4　ADAM 仿真动系原点的线速度和线加速度曲线

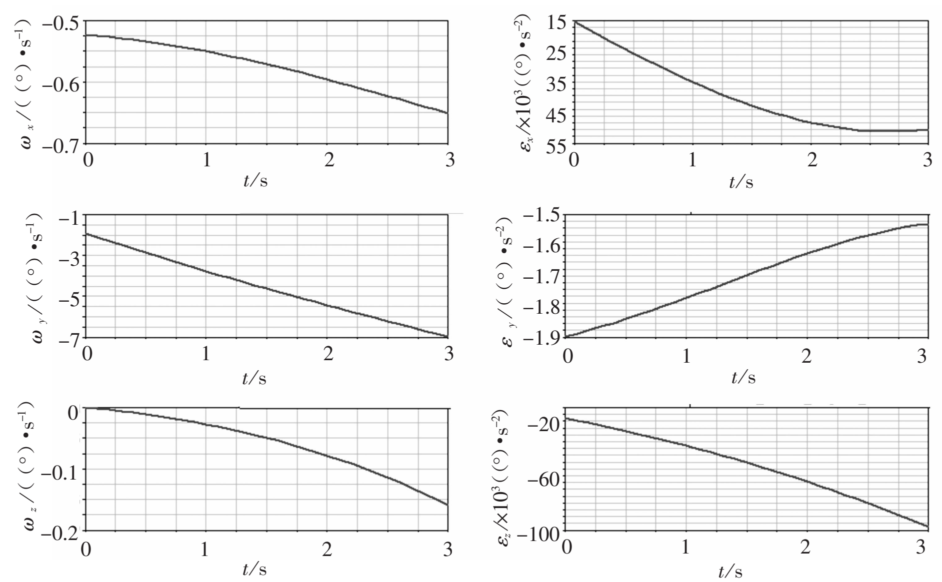

图 5　ADAM 仿真中动系的角速度和角加速度曲线

参考文献：

[1] 石宏，赵亮，蔡光起．基于 3－TPS 混联机床的后置处理算法[J]．东北大学学报，2005，26(10)：998－1001.

[2] KATZ R, LI Z. Kinematic and dynamic synthesis of a parallel kinematic high speed drilling machine[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44(12－13): 1381－1389.

[3] YANG Guilin, CHEN I M, CHEN Weihai. Kinematic design of a six-DOF parallel-kinematics machine with decoupled-motion architecture[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2004, 20(5): 876－884.

[4] 牛志刚．PRS－XY 型混联机床运动控制算法研究[J]．机械科学与技术，2006，25(1)：57－59.

[5] 王瑞，钟诗胜，王知行．5 轴新型数控铣床仿真模型的实现[J]．计算机集成制造系统——CIMS，2005，11(8)：1076－1080.

[6] 杨强，孙志礼，闫明，等．一种新型五自由度并联机构运动学分析与仿真[J]．东北大学学报，2008，29(1)：117－120.

[7] CHEN Wen-jia, ZHAO Ming-yang. Development of a Novel Parallel Manipulator Based Machine Tool[C]// Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation. Shanghai: [s. n.], 2002: 895－899.

[8] 朱立达，蔡光起．五轴混联机床运动学和动力学仿真[J]．制造技术与机床，2007 (5)：39－42.

[9] 黄建龙，李云龙．一种多轴混联结构机床运动学分析和轨迹设计[J]．机械制造，2005 (5)：15－18.

[10] 黄真，赵永生，赵铁石．高等空间机构学[M]．北京：高等教育出版社，2006：195－198.

（编辑　杨　波）