

# 简单双足被动行走模型仿真和分析

胡运富, 朱延河, 吴晓光, 赵杰

(哈尔滨工业大学 机器人研究所, 哈尔滨 150001, huyunfu134@yahoo.com.cn)

**摘要:** 为了更准确理解双足被动机器人运动的本质特征, 加强模型研究对实际样机设计的指导作用, 采用数值仿真和 Adams 验证的方法研究简单两杆直腿圆弧足被动模型. 分析了该被动模型的特点并通过拉格朗日法建立了与其对应的动力学模型; 根据机器人稳定行走周期步态在相平面内表现为极限环特点, 通过 Matlab 工具给出了理想模型稳态行走仿真的详细过程, 分析并得出机器人能够周期稳态行走的初值条件, 运动特点和运动过程中动能、势能的分布、变化过程以及相互转化关系, 同时利用 Matlab 的仿真结果实现 Adams 对现实样机模型稳态行走的仿真分析, 为下一步对机器人稳定性分析提供了基础, 为后续研究被动机器人样机提供设计依据.

**关键词:** 被动行走; 不动点; 双足机器人; 相空间; 庞加莱映射

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)03-0490-05

## Simulation and analysis of simple biped passive dynamic walking model

HU Yun-fu, ZHU Yan-he, WU Xiao-guang, ZHAO Jie

(Robotics Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, huyunfu134@yahoo.com.cn)

**Abstract:** For a better understanding of the essential characteristics of passive robot, making the research of model be a better guide to the design of actual prototype, methods of numerical simulation and verification of Adams were employed to research a two-dimensional pure passive walking model with round feet. Characteristics of the passive model were analyzed and the dynamic equations were derived with Lagrange Equation. Based on the phenomenon of dynamics of symmetric gait of the robot appearing to be a limit cycle in the phase space, a complete process of the simulation of steady-walking of this model was given with Matlab tool and the initial conditions of the steady-walking model were achieved. The dynamics and characteristics in each stage of the biped locomotion cycle were discussed. Adams was used to verify the simulation. This study will be the basis of stability analysis of the robot and a guide to the design of a passive robot prototype.

**Key words:** passive walking; fixed point; biped robot; phase space; Poincare mapping

传统双足机器人的研究主要是基于 ZMP 稳定判据和工业机器人轨迹跟踪的控制方法<sup>[1]</sup>. 这些机器人依赖于大力矩, 高增益反馈的驱动系统以及上层的轨迹规划和姿态平衡控制. 复杂的控制和驱动系统以及过高的能量消耗限制了此类机器人的实用化. 相对于传统机器人而言, 被动步行机器人以其结构和控制简单, 步态自然, 节能和在

非结构化环境中具有更好的移动能力等特点引起广大学者的极大关注<sup>[2]</sup>.

Mochon 和 McMahon 研究仅依靠重力下坡的机器人<sup>[3]</sup>, 指出人类在行走过程中, 部分依靠了重力来驱动摆动腿运动, 这与双摆很相似. 在 1989 年, McGeer 发现<sup>[4-5]</sup>: 完全不用驱动和控制的机器人也能实现稳定的步行运动, 进而提出了“被动动力步行”概念. 在此之后, 许多人开始对被动机器人进行了研究, Garcia<sup>[6]</sup>, Collins<sup>[7]</sup> 等还对机器人行走的参数匹配问题进行了研究. 近年来美国 Cornell 大学<sup>[8]</sup>, MIT<sup>[9]</sup> 和荷兰的 Delft 大学<sup>[10]</sup> 在被动机器人研究方面成绩突出<sup>[11]</sup>. 被动

收稿日期: 2009-01-13.

基金项目: 国家高技术研究发展资助计划项目(2006AA04Z220);

国家自然科学基金资助项目(60705027).

作者简介: 胡运富(1985—), 男, 硕士研究生;

赵杰(1968—), 男, 教授, 博士生导师.

机器人具有自然的步态和类似于人类步行的能量效率,通过研究被动步行可以更好地挖掘人类步行的本质.然而,被动机器人理论研究尚不成熟,理论模型与实际样机差异大,且所有的分析只能建立在机器人能成功行走的基础上.

本文以此为出发点,从被动机器人模型的建立、仿真过程和运动特点,都给出了详细的阐述;利用数值仿真的结论,在 Adams 中对实际样机模型进行验证,给出了从机器人建模到能行走的全过程分析;这将有助于快速理解被动机器人运动的本质,为进一步深入研究被动机器人打下基础.

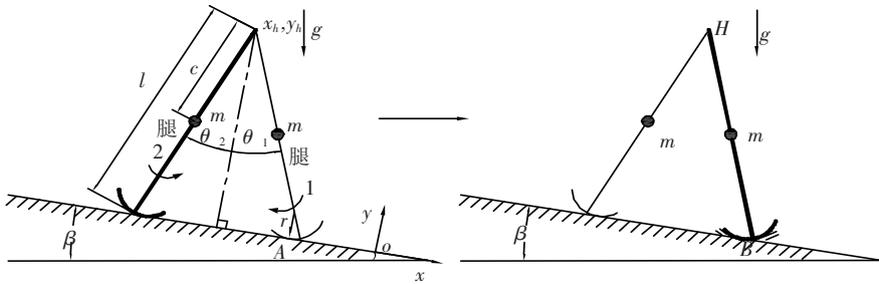


图1 简单被动行走模型

为使仿真可行,作如下假设:

- 1) 腿是刚性的,没有弹性变形且髋关节为无阻尼无摩擦;
- 2) 将足与地面的碰撞理想化,认为圆弧足不发生变形和滑动,且碰撞是瞬时的,完全非弹性碰撞,无打滑和弹起现象;
- 3) 认为地面是刚性的、平坦的,且有小角度的斜坡.

## 2 动力学建模

给定初始条件,该简单被动动力模型在重力和自身的惯性作用下,可沿小坡度的斜面稳定地向下行走.其每一步运动过程可分为如下两部分:

- 1) 当摆动腿离开地面时,支撑腿绕支撑足做倒立摆运动(支撑足与地面是纯滚动),而摆动腿则绕髋关节做单摆运动,准确的描述是该摆动腿绕沿着弧线轨迹运动的支点做单摆运动.此过程为连续运动阶段.显然该过程中只有重力做功,故其总的机械能是守恒的.

为使所建立的动力学方程适用性更广,将方程无量纲化:令  $K_J = J/ml^2, K_r = r/l, K_c = c/l$ , 且将时间无量纲化为  $t \sqrt{(g/l)}$ ; 由拉格朗日方程推导该阶段的动力学方程,可得

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta, \dot{\theta}) \\ f_2(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix}$$

其中:

## 1 模型

建立的最简单的被动行走机器人模型如图1,由两个刚性的直腿并通过一个被动铰链联结.该模型中的两个直腿具有完全相同的质量和几何参数,不同于以往研究的点足模型(点足模型与实际机器人差异很大),该模型每条腿的质量都是均匀分布的,大小为  $m$ ,其相对质心的转动惯量均为  $J$ ;腿长均为  $l$ ;质心距离髋关节的距离为  $c$ ;考虑到运动的稳定性,采用圆弧足,半径为  $r$ .

$$\begin{aligned} M_{11} &= K_J + (2K_r - 1)^2 + (K_c - 1)^2 + 2K_c K_r - \\ &\quad 2K_r \cos \theta_1 (2K_r + K_c - 2), \\ M_{12} &= M_{21} = K_c [(K_r - 1) \cos(\theta_2 - \theta_1) - K_r \cos \theta_2], \\ M_{22} &= K_J + K_c^2, \\ f_1(\theta, \dot{\theta}) &= K_r \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 (2 - K_c - 2K_r) + K_c \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \\ &\quad \theta_1) (K_r - 1) - 2gK_r \sin \beta + g \sin(\theta_1 - \\ &\quad \beta) (2 - K_c - 2K_r) - K_c K_r \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2, \\ f_2(\theta, \dot{\theta}) &= -K_c (K_r - 1) \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - \\ &\quad gK_c \sin(\theta_2 - \beta). \end{aligned}$$

- 2) 当摆动腿与地面碰撞后,摆动腿和支撑腿角色互换,同时碰撞是瞬时的,完全非弹性(摆动足与地面无滑动),故在碰撞前后,两腿角速度发生变化,而两腿角度不变,系统满足角动量守恒.现可基于角动量守恒方程,描述碰撞过程:设碰撞瞬间前后分别用上角标“-”和“+”表示,系统角动量用  $L$  表示.

对于碰撞点  $B$  和髋关节  $H$  角动量守恒:

$$\begin{cases} L_B^-(\theta_1^-, \dot{\theta}_1^-, \theta_2^-, \dot{\theta}_2^-) = L_B^+(\theta_1^+, \dot{\theta}_1^+, \theta_2^+, \dot{\theta}_2^+), \\ L_H^-(\theta_1^-, \dot{\theta}_1^-, \theta_2^-, \dot{\theta}_2^-) = L_H^+(\theta_1^+, \dot{\theta}_1^+, \theta_2^+, \dot{\theta}_2^+). \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{由前述分析知:} \begin{cases} \dot{\theta}_1^- = \dot{\theta}_1^+, \\ \dot{\theta}_2^- = \dot{\theta}_2^+, \\ \dot{\theta}_1^- = -\dot{\theta}_2^-. \end{cases} \quad (2)$$

由方程(1),(2)可求出:  $\dot{\theta}_1^+$  和  $\dot{\theta}_2^+$ .

该无膝被动模型的摆动方程和碰撞方程构成了一个完整步态周期的动力学模型,为后续的仿真和稳定性分析打下基础.

### 3 MATLAB 数值仿真

只要设计的模型参数合理,并且所给的初始条件恰当,该模型就能形成稳定的行走步态.现通过具体例子说明 Matlab 仿真的过程.如设计的模型几何参数如表 1.

表 1 每条腿的参数

腿质量/ kg	质心与髋 关节距离/ m	腿长/ m	腿对质心的 转动惯量/ (kg·m <sup>2</sup> )	圆弧足 半径/m	斜坡倾角/ rad
1	0.25	0.5	0.01	0.1	0.01

非线性系统对初值极其敏感,且能控制的只是其初始条件,其以后的运动是可预知的被动运动.以机器人两脚同时着地且碰撞发生后的瞬间为初始状态.被动动力行走机器人对初始状态有严格的要求,它应该满足这样的条件:机器人摆动腿的初始倾角及角速度在完成一个完整步态周期后,应具有与其上一步相同或相近的倾角和速度,从而可以实现周期性的行走运动.其初始状态可由 3 个独立的参数来表示,即  $\phi_0 = (\theta_1, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$ .

对机器人每个完整步态包括 2 次碰撞.机器人稳定行走时,在一个周期中重力所做的功  $\Delta E_p$  应等于这两次碰撞造成动能的损失  $\Delta E_p$ .

$$\begin{cases} \Delta E_K - \Delta E_p = 0, \\ \Delta E_p = 2m\lambda g \sin(\beta), \\ \theta_1 r + (l - r) \sin(\theta_1) = \lambda/4. \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\lambda$  为步长.

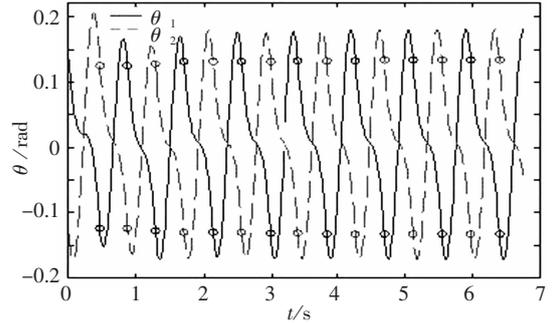
通常采用迭代的方法寻找能使被动行走机器人稳定行走的初值,但是迭代初值的选取带有随机性,合适的迭代初值很难选取.若选取不好则迭代难于收敛,无法获得仿真初值.对于该被动行走模型的动力学方程,通过能量分析的方法,利用方程(3)寻找迭代初值范围.在该范围取  $\phi_{01} = (0.133\ 61, -1.390\ 00, -1.310\ 00)$ .在 Matlab 中作出仿真曲线,如图 2 所示.

图 2 中反映了该模型运动前 15 步的曲线变化,实线和虚线分别对应图 1 中的腿 1 和腿 2.可看出该模型在经过前几步调整后,运动逐渐稳定.上图中的小圆圈“o”分别表示双足同时着地时各腿所对应的角度和角速度.

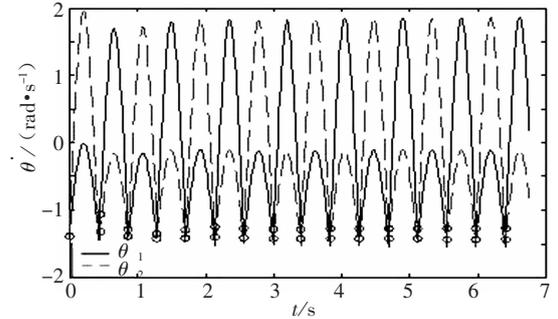
从图 2(a)中可看出摆动腿的角位移变化幅度大,而支撑腿的角位移变化幅度小,双腿重合时角位移大于零,这说明双腿在所行走的斜面垂直位置左侧重合.对于摆动腿在一个周期内的角度变化曲线可以看出:摆动腿离地时首先有个反向回摆的过

程,然后向前摆动,最后回落与地面碰撞.

从图 2(b)中可看出支撑腿的角速度时刻小于摆动腿的角速度.摆动腿的角速度变化范围比较大,从负值到正值,再减小到负值;而支撑腿的角速度始终为负值,这说明支撑腿是始终向前运动的.碰撞时两腿速度的绝对值同时减小,故此刻机器人动能是减小的.



(a) 双腿角度随时间的运动曲线



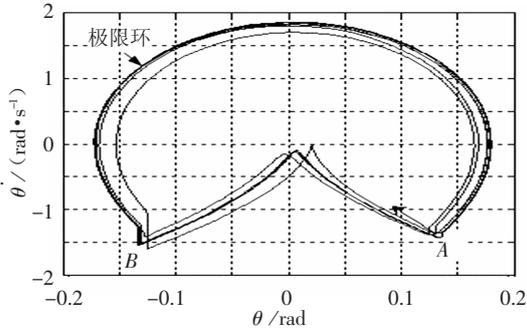
(b) 双腿角速度随时间的变化曲线

图 2 双腿运动状态随时间的变化曲线

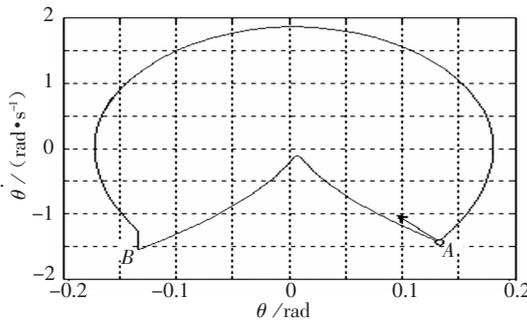
机器人的连续运动可由状态变量  $\phi(t) = (\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$  来描述,每个状态变量对应空间中的一个点,由这些点构成的空间称为“相空间”.该空间所有的点都可以产生连续的运动,但只有部分点可以形成成功稳定的周期步态.一个成功步态的终点应该是下一步的起点.机器人双足着地的状态是某步的起始状态或终点状态,通过研究双足着地的状态,可判断机器人运动的周期稳定性,双足着地状态可由状态变量  $\phi(t) = (\theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2)$  来表示.将每次双足与地碰撞后瞬间状态用庞加莱截面横截,若截点为  $P_0, P_1, P_2, \dots$ ,对于任意截点  $P_n$  沿轨迹线演变到下个截点  $P_{n+1}$  的过程为“庞加莱映射”.如果截点映射到自己,则该点称为“不动点”,它表示该机器人运动是周期稳定的.

图 3(a)反映了该被动模型在所给的初始条件下,腿 1 随时间变化的相图,每个线圈对应一个完整步态,该图中体现了模型运动的两个阶段: A 点为初始状态,从 A 到 B 阶段为腿 1 是支撑腿阶段;在 B 点摆动腿(腿 2)与地面碰撞造成支撑腿

(腿1)角速度突变(绝对值变小),同时支撑腿和摆动腿角色互换,故从B到A腿1为摆动腿阶段,在A点腿1与地面碰撞其角速度突变(绝对值变小),此时两腿角色再次互换.从图中还可看出腿1作为支撑腿时因摆动腿与地碰撞造成的速度损失要大于其自身作为摆动腿时与地面碰撞造成的速度损失.经过前2圈的调整后,腿1的状态随时间变化,收敛到同一个线圈中,这是后面要说的“极限环”,它反应了该机器人的行走能呈现稳定步态.



(a) 初值为  $\phi_{01} = (0.133\ 61, -1.390\ 00, -1.310\ 00)$



(b) 初值为  $\phi_{1P} = (0.133\ 61, -1.429\ 90, -1.273\ 00)$

图3 腿1的相图

当经过几个步态后,如果机器人的运动在其对应的相图中重复在一个环线上运动时,该机器人的运动就是稳定的,该环线即为“极限环”.该环线上所对应的起始点为“不动点”;如果所给的初始条件偏离不动点在一个小的范围内,那么经过若干步后,机器人的运动相图轨迹会回到“极限环”上,形成稳定步态.那么多小的范围能保证运动收敛到极限环?这就及要求该不动点的吸引盆,这不在本文讨论范围内.

现考虑如何求不动点.假设“相空间”中的不动点为  $\phi_P$ ,由于系统强的非线性,故可以用非线性函数  $S$  来表示空间中的点

$$\phi_{n+1} = S(\phi_n).$$

这里的  $S$  是包括碰撞在内的一次完整的动态步行的表达式,它反映了  $\phi_{n+1}$  和  $\phi_n$  之间的关系,所有的初始条件可以写为不动点和偏差的和:

$$\phi_n = \phi_P + \Delta\phi_n.$$

虽然  $S$  高度非线性,但对于偏离不动点的小的偏差  $\Delta\phi_n$ ,仍然可用线性化的方法来估计相空间  $\phi_P + \Delta\phi_{n+1} = S(\phi_P + \Delta\phi_n) \approx S(\phi_P) + J\Delta\phi_n$ ,  $J = \partial S / \partial \phi$ .

该方程可简化为  $\Delta\phi_{n+1} = J\Delta\phi_n$ ,  $J$  为雅克比矩阵,其特征值的模是进行稳定性分析的关键.如果其模  $< 1$ ,则说明结果将收敛于不动点.雅克比的表达式一般采用牛顿-拉普森迭代函数来求解.如果所给的初值接近于不动点的一定范围,可快速求得不动点.过程如下:

重复

$$\begin{cases} \Delta\phi = [I - J]^{-1}(S(\phi) - \phi), \\ \phi = \phi + \Delta\phi, \end{cases}$$

直到

$$|\Delta\phi| < \varepsilon.$$

对于上面所给的初值  $\phi_{01} = (0.133\ 61, -1.390\ 00, -1.310\ 00)$ ,求得不动点为  $\phi_P = (0.133\ 61, -1.429\ 90, -1.273\ 00)$ ,将该不动点作为模型运动的初始条件,由图3(b)知此时腿1的相图轨迹完全重复同一个线圈,此线圈也为腿1所在相平面的“极限环”.

图4从能量的角度给出了模型在运动过程中,动能、势能及其总的机械能的变化曲线,从图中可以看出:在一步过程中,动能是先减小,后增大,再减小,最后再增大;而势能的曲线变化趋势正好相反,这说明摆动腿和支撑腿之间存在某种耦合关系.每步结束时的动能几乎和该步开始时的动能大小一样;每步结束时的势能几乎相当该步开始时的势能的等差递减.在每一步的摆动阶段,因为只有重力做功,故总的机械能守恒;在碰撞阶段,因为动能突变,而势能不变,故总的机械能也突变(减小).在一个完整的步态周期中,重力对系统所做的功等于因碰撞损失的动能.

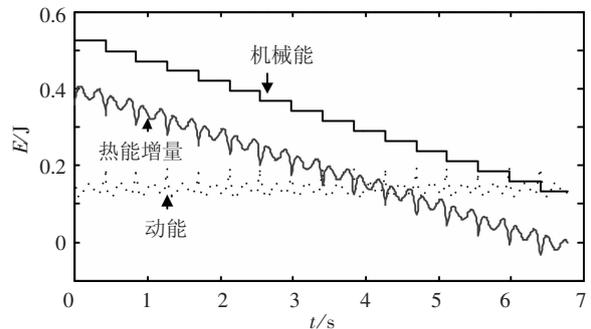


图4 模型运动过程中能量变化曲线

## 4 Adams 仿真实验验证

由于双足被动行走机器人系统是复杂的非线性动力系统,建立其动力学数学模型时需要对其

械结构参数、行走环境参数进行简化、优化,而 ADAMS 的仿真环境更逼近实际的实物试验环境. 为了验证以上所分析的结果对以后实际物理样机的成功行走有实际的指导意义,可将由 Matlab 求出的不动点

$$\phi_p = (0.133\ 61, -1.429\ 90, -1.273\ 00)$$

带入 Adams 的虚拟样机中作为初始条件,来验证分析的合理性.

根据图 1 的模型,设计出该模型相对应的实际的物理样机造型,其可通过两对对称的腿做成一个“两直腿”模型如图 5 所示. 该模型的建立,解决了模型行走过程中侧向平衡问题;同时图中棋盘路面的设计,避免了运动过程中摆动腿与地面相碰的“擦地”现象. 下面在 Adams 中通过一些仿真曲线来分析样机模型的运动特点.

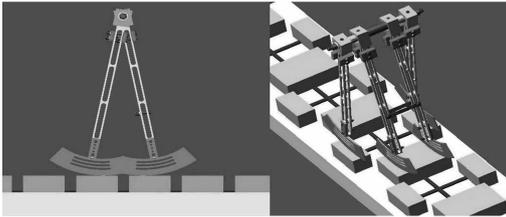
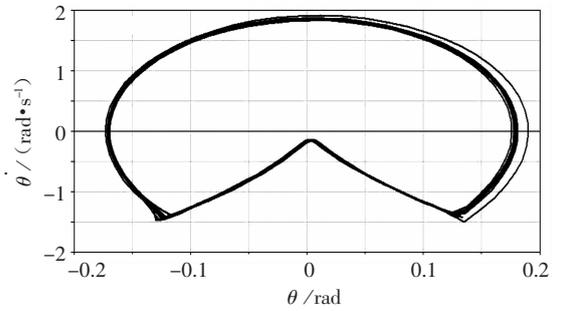


图 5 Adams 虚拟样机仿真模型

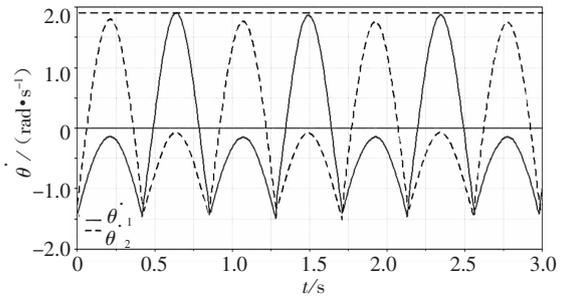
从图 6(a)可以看出经过及其短暂的调整(几乎不用调整),机器人的运动很快收敛到“极限环”上,呈现稳定的周期运动. 可见,通过数值仿真获得的不动点,可作为相应的实际的样机行走的初值条件.

从图 6(b)中可看出,在同一完整步态周期中,腿 1(实线)作为摆动腿时角速度极值大于腿

2(虚线)作为摆动腿时的角速度极值,可见虽然腿 1 和腿 2 在结构上是对称的,但在实际的运动过程中表现出的运动形态并不对称.



(a) 腿 1 的相图



(b) 双腿角速度随时间的变化曲线

图 6 双腿运动状态随时间的变化关系曲线

图 7 中实线为腿 2 的足距离地面的高度,两条虚线为两腿运动过程中的角度曲线. 当高度小于 0 时,说明腿 2 在摆动过程中足有“擦地”现象,该现象起始于 C 点,在 E 点处结束,图中 D 点两腿角度相等,即两腿重合,可见“擦地”发生在两腿重合之前;“擦地”现象在实际的机器人行走中是不允许的,而棋盘状路面的运用,可避免这种现象.

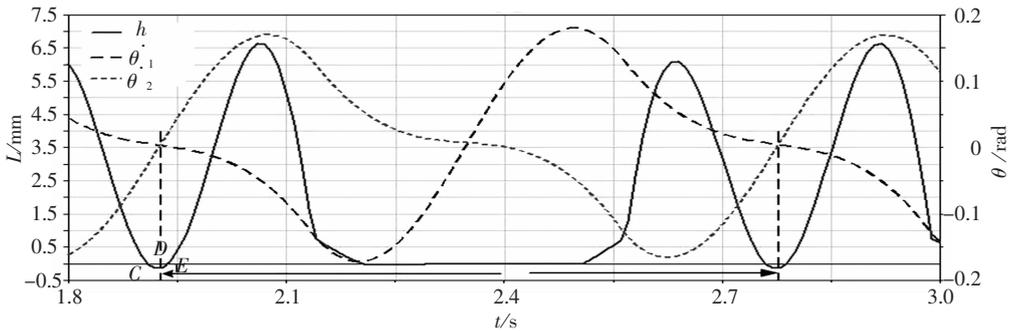


图 7 稳定行走时双腿角度变化曲线和腿 2 的足距地面高度

## 5 结 论

1) 采用拉格朗日法建立了简单两杆直腿圆弧足机器人行走步态的数学模型.

2) Matlab 仿真分析并得出了理想化模型能够行走的初值条件、运动特点和运动过程中的能量变化关系,体现了双足机器人运动的本质特征.

3) 将 Matlab 仿真结果作为 Adams 仿真的初

始条件,获得了更加接近真实机器人样机稳态行走步态分析. 而且在此虚拟样机平台上,可方便地进行参数优化和性能预测,提早发现设计问题,减少时间和经费的消耗,也可减少对物理样机的危险操作.

4) 仿真所提供的腿的长度、质量以及质心位置等参数,为最终做出物理样机,成功在路面行走奠定了基础. (下转第 499 页)