

应用徐变恢复效应建立的应变全量递推方法

孙 璨,傅学怡

(哈尔滨工业大学 深圳研究生院 城市与土木工程学科部,深圳 518055, hwakin@263.net)

摘 要: 在统一当前应用广泛的各类徐变预测模式的条件下,建立高效、通用的徐变计算理论和方法,应从徐变本身的基本性质入手,从根本上把握其内在规律.在初步归纳了徐变统一理论基本特征的基础上,应用混凝土徐变恢复效应理论和应力冲量持时函数,建立了不需记录全部应力历史的全量递推方法,推导了应变全量递推表达式.研究表明,该方法适于不同类型的徐变预测模型和加载模式,能较大幅度提高计算效率,并满足计算精度要求.

关键词: 徐变恢复;全量递推方法;混凝土;应力历史;应力冲量

中图分类号: TU375;O344

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)04-0562-06

Total variables recurrence method of concrete creep by use of creep recovery effect

SUN Can, FU Xue-yi

(Dept. of Urban and Civil Engineering, Shenzhen Graduate School, Harbin Institute
of Technology, Shenzhen 518055, China, hwakin@263.net)

Abstract: Based on all types of widely used prediction modes of concrete creep, the basic creep characteristics were used to build up an efficient and universal calculation method of creep. The feature of unified creep theory was simply summarized. The total variables recurrence formula and its calculation flows were deduced. In the deduction process, creep recovery theory and stress impulse function were analyzed. This method can meet the precision requirement by memorizing parts of stress history and improve the calculation efficiency greatly. It can be used for different types of creep and loading modes.

Key words: creep recovery; total variables recurrence formula; concrete; stress history; stress impulse

当前国内外应用广泛的混凝土徐变、收缩效应预测模型,形式多样,各有优缺点,尚无法统一,因此在分析对比的基础上,长期效应计算方法的效率、精度及通用性就显得更为重要.在长期荷载作用下混凝土徐变变形与应力变化历史密切相关,基于正常工作应力下的线性徐变假定^[1],现有的徐变计算多采用叠加累积或微积分表达式,需记录全部应力历史,占用大量存储空间,对于单元数目庞大的高层混凝土结构有限元分析,效率尤其低下;有研究者利用指数形式徐变度函数特

点,建立了只记录当前应力的徐变应变增量递推式,提高了计算效率,但无法通用于应用更广泛的非指数函数形式的徐变预测模型^[2-5].

在各类纷繁复杂的徐变预测模型基础上,研究建立统一的徐变计算理论和方法,提高计算效率和通用性,是当前混凝土徐变计算方法研究的重要方向之一.本文初步探讨了建立徐变算法统一理论的基本思想和研究依据;进而应用徐变恢复效应理论及应力冲量持时函数,建立了不需记录全部应力历史的全量递推方法并推导了应变全量递推表达式,不受预测模型类型限制.研究表明,该方法能大幅提高徐变分析的计算效率,计算精度也能满足工程需要.

收稿日期: 2008-07-22.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50248005;50578096).

作者简介: 孙 璨(1980—),男,博士研究生;

傅学怡(1945—),男,教授,博士生导师.

1 统一徐变计算理论基本特征初探

研究分析混凝土徐变的特征可以看出,要建立统一的适于各类预测模型的徐变计算方法,同时保证计算的效率和精度,应由徐变自身固有性质入手,找到不同类型徐变预测模型函数间共同包涵又互相联系的本质特性,从根本上把握并利用其内在规律。

结合过往研究成果和经验,统一的徐变计算理论应具备以下几个基本特征:基于各种预测模型所共有的徐变基本性质;各级应力及其增量对后期徐变效应的贡献作用物理意义清晰,便于建立递推关系;满足计算精度要求;相对传统方法能大幅提高计算效率;便于工程设计及有限单元法应用;等等。根据以上基本特征,下文将从混凝土徐变的基本特性之一——徐变恢复效应入手,推导建立一种新的徐变应变递推计算方法。

2 徐变恢复理论及应力冲量持时函数

2.1 基于徐变恢复理论的徐变应变表达式

由应变叠加原理,有

$$\varepsilon(\tau_n) = \varepsilon_e(\tau_n) + \varepsilon_c(\tau_n) + \varepsilon_s(\tau_n). \quad (1)$$

式中: τ_n 为欲求时刻; $\varepsilon(\tau_n)$ 、 $\varepsilon_e(\tau_n)$ 、 $\varepsilon_c(\tau_n)$ 、 $\varepsilon_s(\tau_n)$ 分别为 τ_n 时混凝土总应变、弹性应变、徐变应变、收缩应变。弹性应变只与当前应力 σ_n 及弹性模量 $E(\tau_n)$ 有关

$$\varepsilon_e(\tau_n) = \frac{\sigma_n}{E(\tau_n)}. \quad (2)$$

收缩应变计算与应力历史无关

$$\varepsilon_s(\tau_n) = \varepsilon_{sh-u}\beta(\tau_n, \tau_{sh}). \quad (3)$$

式中: ε_{sh-u} 为极限收缩应变; $\beta(\tau_n, \tau_{sh})$ 为与时间有关的系数; τ_{sh} 为收缩开始龄期。

徐变应变的分析则较复杂,早期应力作用对后期徐变效应仍有贡献,混凝土徐变试验研究^[1-2]已表明,徐变效应可分为可恢复徐变(弹性后效)与不可恢复徐变两部分(图1),即 τ_i 时刻开始作用应力 σ_i ,若在 τ_{i+1} 时刻卸载,混凝土的徐变变形不会完全恢复;随着时间延续,可恢复徐变将趋于完全恢复,而不可恢复徐变则会逐渐达到稳定。

根据 McHenry^[1]提出的徐变可逆性原理及试验结果,可近似将 τ_{i+1} 时刻卸载等同于同时刻施加反向的等值荷载,则至 τ_n 时混凝土尚未恢复的徐变变形 $\varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i, \tau_{i+1})$ (图1实线),可表示为应力 σ_i 分别在 τ_i 和 τ_{i+1} 时刻加载后在 τ_n 时刻产生的徐变变形(图1虚线)之差,即

$$\varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i, \tau_{i+1}) = \varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i) - \varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_{i+1}). \quad (4)$$

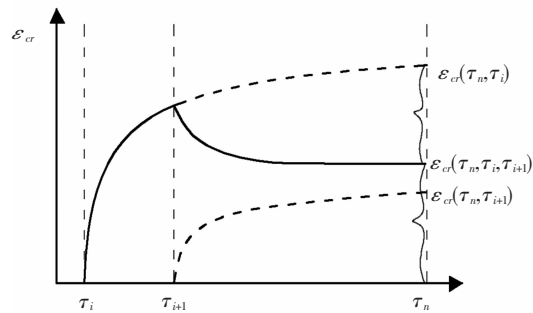


图1 徐变恢复及可逆性原理示意

设混凝土应力长期连续变化的过程可离散化表示,各时段内应力作用保持不变,如图2。

基于徐变恢复及可逆性原理,相邻时段间应力增量变化可看作应力 σ_i 在其作用时段末 τ_{i+1} 时卸载,并同时新加载应力 σ_{i+1} 的过程,则由加载初期 τ_1 至 τ_n 时的累计徐变应变可表示为

$$\varepsilon_c(\tau_n) = \varepsilon_c(\tau_n, \tau_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} \varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i, \tau_{i+1}). \quad (5)$$

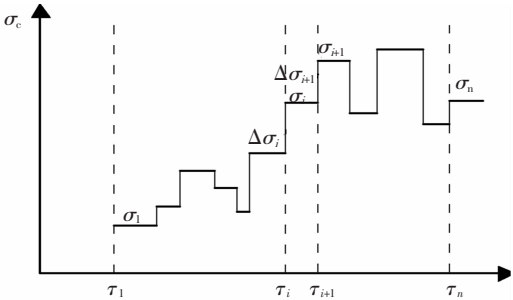


图2 离散化应力随时间变化历程示意

2.2 应力冲量持时函数推导

设应力与徐变应变基本关系式为

$$\varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i) = \frac{\sigma_i \varphi(\tau_n, \tau_i)}{E(\tau_n)} \text{ 或 } \sigma_i C(\tau_n, \tau_i). \quad (6)$$

式中: $\varphi(\tau_n, \tau_i) - \tau_i$ 时加载至 τ_n 的徐变系数(徐变应变与弹性应变的比值); $C(\tau_n, \tau_i) - \tau_i$ 时加载至 τ_n 的徐变度(单位应力作用下的徐变应变)。

为方便统一起见,本文定义广义徐变度函数

$$C(\tau_n, \tau_i) = \frac{\varphi(\tau_n, \tau_i)}{E(\tau_n)}. \quad (7)$$

可将各徐变系数模型转化为不同类型的徐变度函数。因此由式(4)~(7),徐变应变计算式(5)可化为

$$\varepsilon_c(\tau_n) = \sigma_{n-1} C(\tau_n, \tau_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} (\sigma_i (C(\tau_n, \tau_i) - C(\tau_n, \tau_{i+1}))). \quad (8)$$

由拉格朗日中值定理有(设 $\tau_i \leq \xi_i \leq \tau_{i+1}$)

$$C(\tau_n, \tau_i) - C(\tau_n, \tau_{i+1}) = (\tau_{i+1} - \tau_i) C'_\tau(\tau_n, \xi_i). \quad (9)$$

代入式(8)有

$$\varepsilon_c(\tau_n) = \sigma_{n-1} C(\tau_n, \tau_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} (I_{\sigma_i} C'_\tau(\tau_n, \xi_i)). \quad (10)$$

式中: $I_{\sigma_i} = \sigma_i(\tau_{i+1} - \tau_i)$, 定义为 σ_i 在 $(\tau_{i+1} - \tau_i)$ 内持续作用的应力冲量; $C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$ 为 $C(\tau_n, \tau_i)$ 对 τ_i 的偏导函数在 ξ_i 的取值; $I_{\sigma_i} C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$ 称为应力冲量持时函数。

应力冲量持时函数的物理意义为 τ_i 时加载应力 σ_i 在 $\tau_i \sim \tau_{i+1}$ 时段内持续的冲量作用在 τ_n 时刻对总徐变效应的贡献; 式(10)可将各级应力对后期徐变的影响相互分离, 表达清晰, 便于进一步建立递推方法。

3 应力-应变全量递推方法及表达式推导

3.1 建立递推式的基本依据

根据徐变恢复理论和试验结果, 当式(4)中 τ_n 与 τ_{i+1} 间隔足够长时, $\varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i, \tau_{i+1})$ 将基本稳定不变, 即在式(5)中, τ_i 加载的应力 σ_i 卸载后, 对 τ_n 时混凝土徐变增长的贡献量接近于 0. 因此在合理的误差范围内, 可假定某级应力 σ_i 加、卸载后经历有限步(设 m 步)时段($\tau_i \sim \tau_{i+m}$)引起的徐变应变 $\varepsilon_{cr}(\tau_{i+m}, \tau_i, \tau_{i+1})$ 及其后各级徐变应变有以下等式近似成立:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cr}(\tau_{i+m}, \tau_i, \tau_{i+1}) &= \varepsilon_{cr}(\tau_{i+m+j}, \tau_i, \tau_{i+1}) = \\ &\varepsilon_{cr}(\tau_n, \tau_i, \tau_{i+1}), \\ j &= 1, 2, \dots, (n - i - m). \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)即为建立徐变应力-应变递推关系的基本依据。

3.2 全量递推式推导过程

推导徐变应变全量递推公式具体步骤如下:

3.2.1 选择徐变预测模型

可选择国内外应用最广泛的徐变预测模型, 如 ACI209 Mode(92)、CEB-FIP Mode(78/90)、BP-2 及指数函数模型等等, 确定材料性质参数。

不同模型简要对比: ACI209(92)与 CEB-FIP(90)模型都为双曲线函数, CEB-FIP(78)同 BP-2 则采用几部分应变求和的形式。这几种模型都常用于普通混凝土徐变分析, 双曲线函数计算较简单, 但只将 $(\tau_n - \tau_i)$ 作为变量, 而忽略了加载龄期早晚的差异; 采用应变求和形式的函数式, 徐变变形组成较清晰, 但参数较多, 计算公式较复杂。指数函数式一般应用于水工大体积混凝土, 变量 $(\tau_n - \tau_i)$ 位于指数上, $(\tau_n - \tau_i)$ 较大

时, $e^{-\theta(\tau_n - \tau_i)}$ 即接近 0, 徐变效应可能过早达到稳定而与实际不符。

3.2.2 计算徐变度偏导数 $C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$

ξ_i 取值范围 $\tau_i \leq \xi_i \leq \tau_{i+1}$, 各级时间步内假定徐变保持拟稳态, 且各类徐变函数曲线一般都具有平缓的特点, 可近似取 $\xi_i = \frac{\tau_{i+1} + \tau_i}{2}$ 方便计算, 即可得关于 τ_n 的函数 $C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$, 及应力冲量持时函数 $I_{\sigma_i} C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$ 。

3.2.3 分析徐变效应稳定性质 确定 m 取值

设各级时间步对应的 $C'_\tau(\tau_n, \xi_i)$ 在 $\tau_x (> \tau_{i+1})$ 的函数值为 $C'_\tau(\tau_x, \xi_i)$, 则该函数曲线分别在 τ_{i+3} 和 τ_{i+2} 处的斜率比值设为 α_i

$$\alpha_i = \frac{\text{grad}(C'_\tau(\tau_{i+3}, \xi_i))}{\text{grad}(C'_\tau(\tau_{i+2}, \xi_i))}. \quad (12)$$

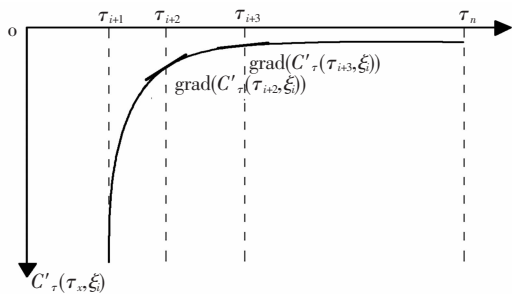


图3 徐变度导函数曲线斜率示意

由于不同的徐变模型和时间历程对应的徐变恢复效应达稳定的性质不尽相同, 可设 α_0 为各级应力冲量卸载后的徐变恢复是否达稳定及式(11)是否成立的判定值(简称稳定限值, $0 < \alpha_0 < 1$). 自 $i = 1$ 始, 若 $\alpha_i < \alpha_0$, 则

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cr}(\tau_{i+2}, \tau_i, \tau_{i+1}) &\neq \varepsilon_{cr}(\tau_{i+2+j}, \tau_i, \tau_{i+1}) \\ j &= 1, \dots, (n - i - 2). \end{aligned} \quad (13)$$

徐变效应尚未稳定, 继续计算式(12)分别在 τ_{i+4} 和 τ_{i+3} 时的斜率比值 α_i , 以此类推, 设 τ_{i+m_i} 时 $\alpha_i \geq \alpha_0$, 即认为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cr}(\tau_{i+m_i}, \tau_i, \tau_{i+1}) &= \varepsilon_{cr}(\tau_{i+m_i+j}, \tau_i, \tau_{i+1}), \\ j &= 1, \dots, (n - i - m_i). \end{aligned} \quad (14)$$

徐变达稳定, m_i 为 σ_i 对应的使式(11)成立的最小值。

可见 α_0 越大时徐变恢复越接近极限值, 计算精度要求也越高, 但计算效率将下降; 根据预测模型类型和不同的精度及效率要求, 通常可取为 0.8~0.95。

整个时间历程中, 使各级时间步作为起始时刻所对应的 $\alpha_i \geq \alpha_0$ 及式(11)均能成立的最小 m 值为

$$m = \max(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots). \quad (15)$$

3.2.4 推导全量递推式

设 $\tau_1 \sim \tau_n$ 间以 τ_m 为划分徐变恢复达到稳定的时间界线:

1) 当 $\tau_n \leq \tau_m$ 时, 仍需记录从 $\tau_1 \sim \tau_n$ 所有的应力变化历史, 由式(10) 计算 $\varepsilon_c(\tau_n)$ ($n = 2 \sim m$);

2) $\tau_n = \tau_{m+1}$ 时有

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(\tau_{m+1}) &= \sigma_m C(\tau_{m+1}, \tau_m) + \\ &\sum_{i=1}^{m-1} (I_{\sigma_i} C'_{\tau}(\tau_{m+1}, \xi_i)) = \\ &\sigma_m C(\tau_{m+1}, \tau_m) + \sum_{i=2}^{m-1} (I_{\sigma_i} C'_{\tau}(\tau_{m+1}, \xi_i)) + \\ &I_{\sigma_1} C'_{\tau}(\tau_{m+1}, \xi_1). \end{aligned} \tag{16}$$

其中 $I_{\sigma_1} C'_{\tau}(\tau_{m+1}, \xi_1)$ 即为 $\varepsilon_{cr}(\tau_{m+1}, \tau_1, \tau_2)$, 该值已达稳定. 定义递推公因式:

$$\begin{aligned} F(\tau_k) &= \sigma_k C(\tau_{k+1}, \tau_k) + \\ &\sum_{i=k-m+2}^{k-1} (I_{\sigma_i} C'_{\tau}(\tau_{k+1}, \xi_i)). \end{aligned} \tag{17}$$

该公因式只记录 $(m-1)$ 步应力历史($\sigma_{k-m+1} \sim \sigma_k$).

则式(16)可化为

$$\varepsilon_c(\tau_{m+1}) = F(\tau_m) + I_{\sigma_1} C'_{\tau}(\tau_{m+1}, \xi_1). \tag{18}$$

由式(17)、(18)可得 $\tau_n = \tau_{m+2}$ 时徐变的递推表达式:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(\tau_{m+2}) &= \sigma_m C(\tau_{m+2}, \tau_m) + \sum_{i=2}^{m-1} I_{\sigma_i} C'_{\tau}(\tau_{m+2}, \xi_i) + \\ &I_{\sigma_1} C'_{\tau}(\tau_{m+2}, \xi_1) = \\ &F(\tau_{m+1}) + I_{\sigma_2} C'_{\tau}(\tau_{m+2}, \xi_2) + \\ &\gamma_{m+1}(\varepsilon_c(\tau_{m+1}) - F(\tau_m)). \end{aligned} \tag{19}$$

其中 $I_{\sigma_2} C'_{\tau}(\tau_{m+2}, \xi_2)$ 也已达稳定; γ 为误差调整系数, 与 α_0 及不同预测模型的特征有关, 一般略低于 1.0, 用于自适应修正在递推过程中由徐变恢复假定而引起的误差.

3) 当 $\tau_n > \tau_{m+1}$ 时, 即有应变全量递推通式

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(\tau_n) &= F(\tau_{n-1}) + I_{\sigma_{n-m}} C'_{\tau}(\tau_n, \xi_{n-m}) + \\ &\gamma_{n-1}(\varepsilon_c(\tau_{n-1}) - F(\tau_{n-2})) \quad (n > m+1). \end{aligned} \tag{20}$$

该递推式只需记录 τ_n 之前 m 步的应力历史, 便可建立起前后级徐变应变的递推关系.

以上全量递推方法计算徐变应变的流程如图 4.

4 应用与讨论

采用多个典型的预测模型、不同的加载模式及计算参数等, 验证本文递推公式的适用性、计算精度及效率, 与需记录全部应力历史的计算方法(式 10, 简称“原计算方法”)对比.

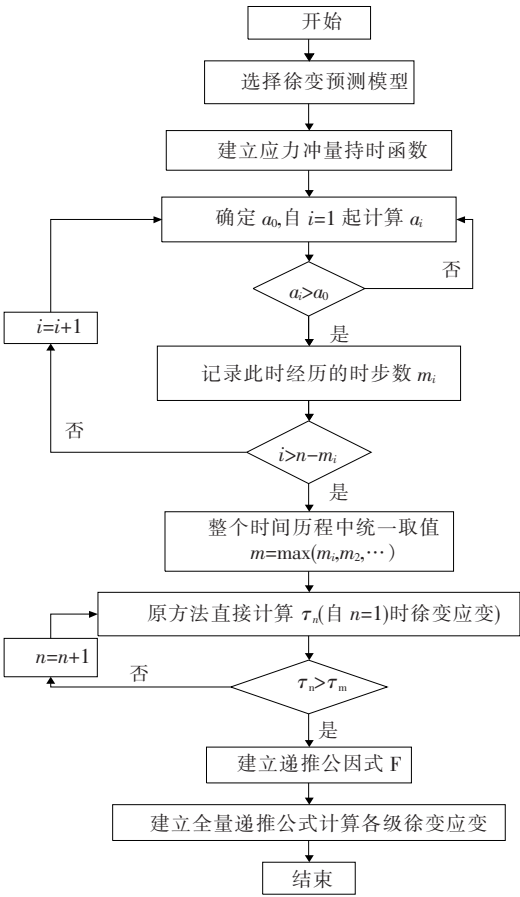


图 4 全量递推公式计算流程图

4.1 不同预测模型应用对比

设混凝土强度等级 C30, 弹性模量 3.0×10^4 MPa, 水灰比 0.44, 环境相对湿度 55%, 湿润养护, 构件截面尺寸 400 mm $\times$ 250 mm, 全截面受均布压应力, 初始加载应力 5.0 MPa, 初始加载龄期 7 d, 其后每隔 7 d 增长 0.01 MPa, 共经历 400 步荷载递增. 对不同特点的预测模型, 采用原方法和本文方法得到的计算结果对比如图 5(为节省篇幅, 不同类型模型各选取一典型预测模型).

α_0 越接近于 1, 各预测模型采用全量递推方法所得结果相对误差越小; $\alpha_0 = 0.95$ 时计算结果吻合较好; $\alpha_0 = 0.85$ 时, 误差仍可接受, 最大误差约 9.3%, 具体见表 1.

ACI209(92) 模型计算误差总体较小; 当 α_0 低于 0.9 时 CEB - FIP(78) 和指数模型计算误差稍大. 具体见表 1.

4.2 不同加载模式应用对比

采用不同的应力加载方式, 分析结果如下:

应力单调递增: 如图 5.

应力单调递减: 初始应力为 5.0 MPa, 初始加载龄期为 7 d, 其后每隔 7 d 减少 0.01 MPa, 共经历 400 步荷载递减.

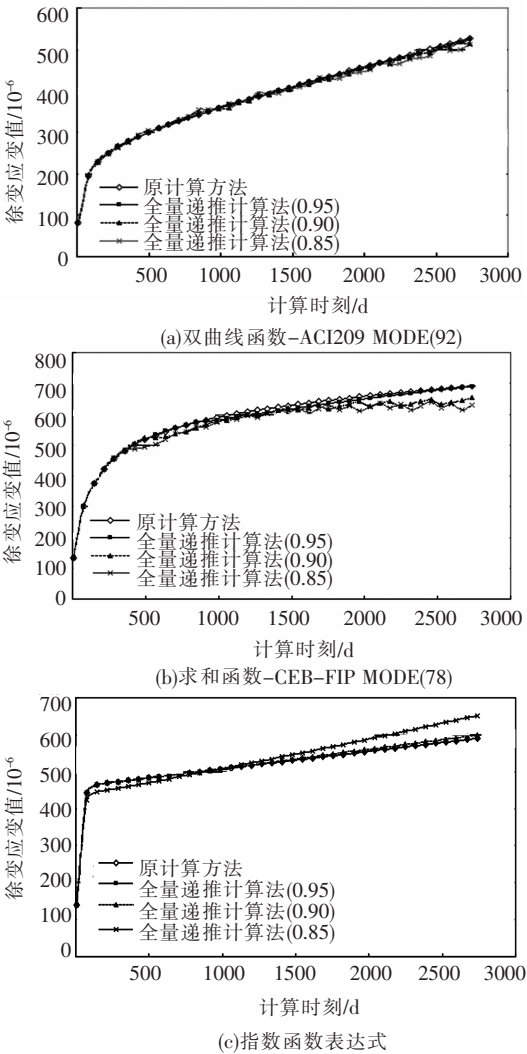


图 5 不同预测模型计算结果对比(括号内为 α_0)

表 1 不同预测模型递推法与原方法计算结果相对误差 %

预测模型	$\alpha_0 = 0.85$	$\alpha_0 = 0.90$	$\alpha_0 = 0.95$
ACI(92)	2.8	2.5	1.1
CEB(78)	8.9	5.2	2.4
指数函数	9.3	1.7	0.2

应力增减交替加载:初始应力 5.0 MPa, 初始加载龄期为 7 d, 其后每隔 7 d 为一步, 逢奇数步减少($0.01 \times$ 步数) MPa, 逢偶数步增加($0.01 \times$ 步数) MPa, 共 400 步。

各类模型采用不同加载模式计算的误差规律相似, 双曲线函数及指数函数形式的预测模型误差总体较小; α_0 较低时, 求和形式的预测模型计算误差较大。见表 2。

不同的加载模式对比, 采用递推方法在应力递增模式下的平均误差略小于其它的加载模式。

4.3 全量递推方法的计算效率讨论

设总欲求时间步 n , 需记录的应力历史步数 m , 以计算中基本乘积的运算次数为考察对象讨论如下:

原计算方法:欲求 τ_n 时刻徐变需计算 $(n-1)$ 次应力冲量与徐变度导数的基本乘积运算再求和, 则计算从 $\tau_1 \sim \tau_n$ 各级徐变共需 $\frac{(n-1)n}{2}$ 次基本乘积运算。

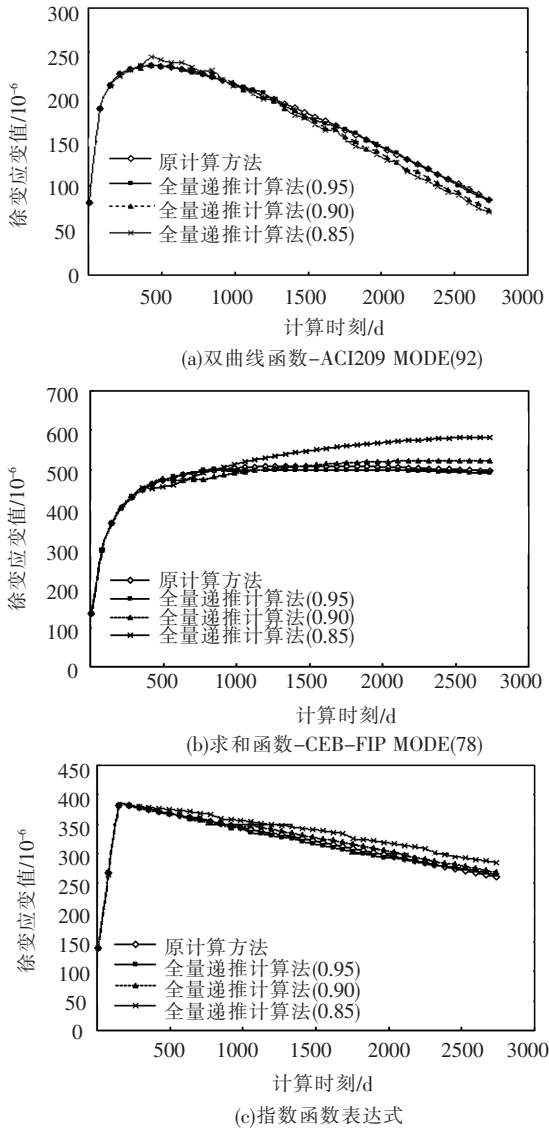


图 6 荷载单调递减时计算结果对比(括号内为 α_0)

全量递推方法:分两个阶段:第 1 阶段($\tau_1 \sim \tau_{m+1}$) 同上, 共需 $\frac{m(m+1)}{2}$ 次基本乘积运算;第 2 阶段($\tau_{m+2} \sim \tau_n$), 递推公因式 $F(\tau_i)$ 中需计算 $(m-1)$ 次乘积, 该阶段共需 $(n-m-1)(m+1)$ 次乘积运算。两阶段($\tau_1 \sim \tau_n$) 需基本乘积运算的总次数:

$$0.5 \times m(m+1) + (n-m-1)(m+1) = 0.5 \times (2n-m-2)(m+1). \quad (21)$$

本文方法计算效率的高低取决于 m 与 n , 取 m/n 范围 $0 \sim 15\%$, 则随 n 变化时计算效率对比如图 8。

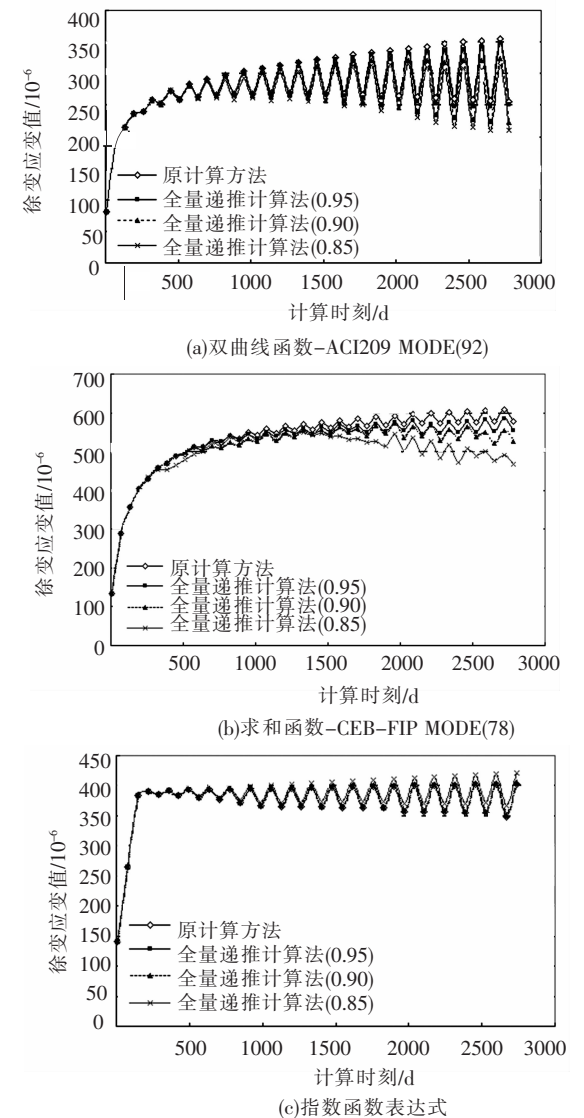


图7 荷载增减交替时计算结果对比(括号内为 α_0)

表2 不同加载模式下递推法与原方法计算结果		相对误差对比		
		%		
加载模式		$\alpha_0 = 0.85$	$\alpha_0 = 0.90$	$\alpha_0 = 0.95$
双曲函数	单调递增	2.8	2.5	1.1
	单调递减	9.1	8.4	1.6
	增减交替	8.6	6.9	1.5
和函数	单调递增	8.9	5.2	2.4
	单调递减	12.5	5.4	1.0
	增减交替	13.4	9.0	4.2
指数函数	单调递增	9.3	1.7	0.2
	单调递减	8.4	1.8	0.2
	增减交替	5.8	0.6	0.1

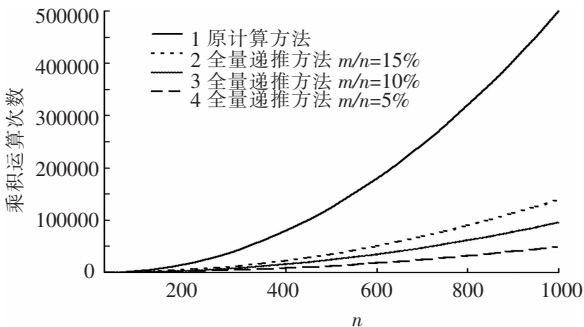


图8 m 与 n 变化时计算效率对比

5 结 语

实例研究表明,本文全量递推方法的物理意义清晰,能在满足计算精度的基础上大幅提高计算效率.应用于各类常见的徐变预测模型及不同加载模式时平均相对误差低于10%,同时所需记录的应力步数及乘积运算次数显著减少.

参考文献:

[1] 周履,陈永春. 收缩徐变[M]. 北京:中国铁道出版社, 1994.

[2] 丁文胜,吕志涛,孟少平,等. 混凝土收缩徐变预测模型的分析比较[J]. 桥梁律设,2004, 6:13-16.

[3] 黄达海. Bazant 混凝土固化徐变理论应用分析[J]. 建筑材料学报,2001, 4(4): 327-331.

[4] ACI Committee 209. Prediction of creep, shrinkage and temperature effect in concrete structure[S]. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 1992.

[5] Comit  E' uro - International du Beton - Fe' de' ration International de la Pre' contrainte. CEB - FIP Model Code 1990[S]. London: Thomas Telford Services Ltd, 1990.

[6] BAZANT Z P, HAUGGAARD A B. Microprestress-solidification theory for concrete creep[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1997, 11: 42-48.

[7] 韩璋,邹小江. 高层建筑考虑施工过程徐变分析的实用方法[J]. 昆明理工大学学报, 2002,27(4): 118-122.

[8] 王德法,张浩博. 轴拉荷载下混凝土徐变性能的研究[J]. 西安交通大学学报,2000,34(3): 95-97.

[9] 傅学怡,孙璨,吴兵. 高层及超高层钢筋混凝土结构的徐变影响分析[J]. 深圳大学学报:理工版,2006, 23(4): 283-290.

[10] BAZANT Z P, MURPHY W P. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structure-model B3 [J]. Materials and structures. 1995, 28(1): 65-75.

[11] GB50010-2002 混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2002.

(编辑 赵丽莹)