

考虑控制输入受限的卫星姿态控制

高岱¹, 吕建婷^{1,2}, 王本利¹

(1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 哈尔滨 150001, mackintosh@gmail.com;

2. 黑龙江大学 数学科学学院, 哈尔滨 150080)

摘要: 研究了刚体卫星在控制输入受限时的姿态调节控制问题. 设计了基于饱和函数的非线性控制器, 在控制输入受限的同时, 也是角速度受限的. 通过李亚普诺夫方法证明了闭环系统零平衡点的全局渐近稳定性, 保证了姿态和角速度都是渐近趋于零的. 所提出的控制方案是模型独立的, 不依赖于卫星的转动惯量. 仿真结果表明, 在控制输入受限情况下, 用所设计的控制方案实现姿态控制是可行的、有效的.

关键词: 姿态控制; 控制输入受限; 修正罗德里格参数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)05-0683-04

Satellite attitude control subject to control input constraints

GAO Dai¹, LU Jian-ting^{1,2}, WANG Ben-li¹

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, mackintosh@gmail.com;

2. School of Mathematical Science, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: This paper deals with the problem of attitude regulation control of rigid satellite subject to control input constraints. A nonlinear controller based on the saturation function is designed to deal with the control input saturation and angular velocity constraint. Lyapunov theory is employed to prove the global asymptotic stability of the zero equilibrium points of the closed loop system and both attitude and angular velocity will tend to be zero asymptotically. The controller is derived independent of satellite inertia matrix, and the control scheme is model independent. Simulation results demonstrate the feasibility and effectiveness of the control scheme under control input constraints.

Key words: attitude control; control input constraints; modified rodrigues parameter

控制输入受限问题是姿态控制系统设计时需要考虑的一个实际问题. 如果不考虑输入受限而设计控制器, 闭环系统的渐近稳定性不一定能够得到保障. 近年来, 控制输入受限问题已引起广泛关注, 提出了许多控制算法^[1-7].

Wallsgrove^[1]在干扰有界下设计了控制输入受限的姿态调节控制器, 并假定干扰的幅值小于控制幅值, 采用 Lyapunov 分析方法对闭环系统进行了稳定性的证明. Boskovic 等^[2]针对卫星姿态调节问题设计了鲁棒自适应变结构控制方案, 所

设计的控制方案控制能量是有限的, 对外界干扰是鲁棒的, 并且对卫星的惯量参数是自适应的. 文献[3]用非线性 H_∞ 控制方法, 通过调整控制输入加权的方法来限制控制量的幅值大小, 但是对于控制输入的幅值大小并没有一个明确的限制. 文献[4]采用无源化方法, 在控制输入饱和和限制下设计了姿态调节控制器. 文献[6]针对姿态跟踪控制问题, 采用四元数作为姿态描述, 通过选取恰当的饱和函数来改变控制器的结构, 从而解决了控制饱和问题. 并且考虑控制输入幅值受限的同时, 还考虑了控制输入变化率的受限情况. 文献[7]采用修正罗德里格参数作为姿态描述, 在无需角速度反馈时, 进行了控制输入受限下姿态跟踪控制设计.

本文针对采用修正罗德里格参数作为姿态描

收稿日期: 2008-12-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60704020).

作者简介: 高岱(1974—), 男, 博士研究生;

王本利(1944—), 男, 教授, 博士生导师.

述的卫星姿态控制系统,提出了一种控制输入受限时的姿态调节控制方案. 所设计的控制方案,在控制输入受限的同时,也是角速度受限的,且不需要转动惯量的精确信息,同时通过 Lyapunov 方法证明了闭环系统的渐近稳定性. 最后对姿态调节系统进行仿真验证,结果表明了所设计的控制算法是行之有效的.

1 卫星数学模型

刚体卫星姿态运动的动力学方程为^[8]

$$J\dot{\omega} + \omega^\times J\omega = u. \tag{1}$$

其中: $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^\top \in \mathbf{R}^3$ 为星体相对于惯性空间角速度矢量在星体坐标系中的分量; $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为卫星的转动惯量矩阵; $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^\top \in \mathbf{R}^3$ 是三轴控制力矩矢量; 对于 $\forall \zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3]^\top \in \mathbf{R}^3$, 符号 ζ^\times 表示如下的斜对称矩阵:

$$\zeta^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

由修正罗德里格参数 σ 描述的卫星非线性运动学方程为^[9]

$$\dot{\sigma} = G(\sigma)\omega. \tag{2}$$

其中矩阵 $G(\sigma) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 定义如下:

$$G(\sigma) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sigma^\top \sigma}{2} I_3 + \sigma^\times + \sigma \sigma^\top \right).$$

其中: I_3 表示 3×3 维单位矩阵,并且对于任意的 $\zeta \in \mathbf{R}^3$, 定义

$$\zeta^2 = \zeta^\top \zeta.$$

2 姿态控制器设计

2.1 控制目标

针对系统(1) ~ (2),设计控制器 $u = f(\sigma, \omega)$, 且 $u \in \Omega_u = \{u: \|u\| \leq u_M\}$, 使得闭环系统的零平衡点是渐近稳定的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma, \omega) = (0, 0)$.

2.2 定义

定义: 给定正常数 L 和 M , 且 $L \leq M$, 函数 $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; x \mapsto \varphi(x)$ 是局部 Lipschitz 和递增的, 如果满足以下条件:

- 1) $\varphi(x) = x$, 当 $|x| \leq L$;
- 2) $|\varphi(x)| \leq M$, 对所有 $x \in \mathbf{R}$;

则 φ 被称为线性饱和的.

2.3 控制器设计

引理 1^[10] (LaSalle 不变原理) 设 $\Omega \in D$ 是方程 $\dot{x} = f(x)$ 的一个正不变紧集. 设 $V: D \rightarrow \mathbf{R}$ 是连续可微函数, 在 Ω 内满足 $\dot{V} \leq 0$. 设 E 是 Ω 内所有点的

集合, 满足 $\dot{V}(x) = 0, M$ 是 E 内最大不变集. 那么当 $t \rightarrow \infty$ 时, 始于 Ω 内的每个解都趋于 M .

引理 2^[10] (Barbalat 引理) 设 $\phi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 是 $[0, \infty)$ 上的一致连续函数. 假设 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ 存在且有限, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$$\phi(t) \rightarrow 0.$$

定理 1 对于系统(1) ~ (2), 选取控制器为 $u = G^\top(\sigma)S_2(-k\dot{\sigma} - S_1(\lambda\sigma)).$ (3)

这里

$S_j: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3; x \mapsto S_j(x) = (\varphi_{j1}(x_1), \varphi_{j2}(x_2), \varphi_{j3}(x_3))^\top$, 其中: $j = 1, 2, \lambda$ 和 k 为大于零的标量常数.

如果控制器的参数满足

$$L_{1i} = M_{1i} < L_{2i} \leq M_{2i} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}u_M, \quad i = 1, 2, 3. \tag{4}$$

则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma, \omega) = (0, 0), u \in \Omega_u.$$

证明 将方程(2) 两端对时间求导数, 同时左乘矩阵 $F^\top JF$, 其中 $F = F(\sigma) = G^{-1}(\sigma)$, 并将方程(1) 及 $\omega = G^{-1}(\sigma)\dot{\sigma} = F\dot{\sigma}$ 代入整理得到如下方程:

$$J^* \ddot{\sigma} + F^* \dot{\sigma} = u^*.$$

这里

$$u^* = F^\top u, \\ J^* = F^\top JF,$$

$$F^* = -F^\top (JF\dot{G}(\sigma) + (JF\dot{\sigma})^\times) F.$$

选取标量函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \dot{\sigma}^\top J^* \dot{\sigma} + \int_0^\sigma S_1^\top(\lambda\tau) d\tau.$$

这里

$$\int_0^\sigma S_1^\top(\lambda\tau) d\tau = \sum_{i=1}^3 \int_0^{\sigma_i} \varphi_{1i}(\lambda_i \tau_i) d\tau_i.$$

计算 V 对时间 t 的导数得到

$$\dot{V} = \dot{\sigma}^\top J^* \ddot{\sigma} + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^\top \dot{J}^* \dot{\sigma} + \dot{\sigma}^\top S_1(\lambda\sigma) =$$

$$\frac{1}{2} \dot{\sigma}^\top (\dot{J}^* - 2F^*) \dot{\sigma} + \dot{\sigma}^\top u^* + \dot{\sigma}^\top S_1(\lambda\sigma).$$

由于

$$\zeta^\top (\dot{J}^* - 2F^*) \zeta = \zeta^\top (\dot{F}^\top JF + F^\top J\dot{F} + 2J^* \dot{G}F) \zeta + 2\zeta^\top F^\top (JF\dot{\sigma})^\times F \zeta. \tag{5}$$

利用叉乘矩阵的性质并将 $\dot{G} = -G\dot{F}G$ 代入式(5) 化简可得

$$\zeta^\top (\dot{J}^* - 2F^*) \zeta = 0. \tag{6}$$

将式(6)和(3)代入, 有

$$\dot{V} = \dot{\sigma}^\top u^* + \dot{\sigma}^\top S_1(\lambda\sigma) = \dot{\sigma}^\top (S_2(-k\dot{\sigma} - S_1(\lambda\sigma)) + S_1(\lambda\sigma)) =$$

$$\sum_{i=1}^3 \dot{\sigma}_i (\varphi_{2i}(-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) + \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)).$$

由 $|\varphi_{1i}| \leq M_{1i} < L_{2i}$, 得到

$$\varphi_{2i}(\varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) \equiv \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i).$$

下面分三种情况考虑:

1) 当 $\dot{\sigma}_i > 0$, 有 $-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i) < -\varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)$, 进而有 $\varphi_{2i}(-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) < \varphi_{2i}(-\varphi_{1i}(\lambda\sigma_i))$. 所以可以推出 $\varphi_{2i}(-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) + \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i) < 0$.

2) 当 $\dot{\sigma}_i < 0$, 通过分析可以得到 $\varphi_{2i}(-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) + \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i) > 0$.

3) 当 $\dot{\sigma}_i = 0$, 可以得到 $\varphi_{2i}(-k\dot{\sigma}_i - \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i)) + \varphi_{1i}(\lambda\sigma_i) = 0$.

结合 V 的连续可微性及 $\dot{V} \leq 0$, 由 LaSalle 不变原理有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\sigma} = 0$. 由于 $\det(4G(\sigma)) = (1 + \sigma^2)^3 \neq 0$, 可知 $G(\sigma)$ 是非奇异的, 同时由式 (2) 可以得出 $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$.

根据 $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$ 及 $\dot{\omega}$ 的一致连续性, 利用 Barbalat 引理, 得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\omega} = 0$. 最后由式 (1) 和 (3), 可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma = 0$.

由于 $\|G\| \leq \frac{1}{2}$, 当不等式 (4) 满足时, 必然有 $u \in \Omega_u = \{u: \|u\| \leq u_M\}$, 至此定理可证.

注1: 本文提出的控制算法在控制输入受限的同时, 也是角速度受限的. 因为考虑式 (1), 忽略小项, 当角加速度为零时, 有 $k\dot{\sigma} + \lambda\sigma = 0$. 所以控制器中 $S_1(\lambda\sigma)$ 可以起到限制角速度的作用.

这里 $|\omega_i| \leq \frac{4M_{1i}}{k} + \varepsilon$, ε 为小量. 当 $\frac{4M_{1i}}{k} + \varepsilon \leq \omega_{\max}$ 满足时, 有 $|\omega_i| \leq \omega_{\max}$.

注2: 卫星姿态控制系统中存在转动惯量参数不确定性问题. 当设计的控制方案不依赖于转动惯量 J 时, 可以说是模型独立的方案. 本文所提出的姿态控制算法是一种模型独立的控制算法, 不依赖于卫星的转动惯量.

注3: 本文利用线性饱和函数, 在控制输入受限下进行姿态控制器设计. 采用类似的证明思路, 也可以利用广义饱和函数, 进行控制器的设计. 下面给出广义饱和函数的定义.

定义 给定正常数 M , 函数 $\varphi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; x \mapsto \varphi(x)$ 是局部 Lipschitz 和递增的, 如果

1) $x\varphi(x) > 0$, 对所有 $x \neq 0$;

2) $|\varphi(x)| \leq M$, 对所有 $x \in \mathbf{R}$;

则 φ 被称为广义饱和函数.

控制器选取如下:

$$u = -\frac{2}{\sqrt{3}}G^T(\sigma)S_3(k\dot{\sigma} + \lambda\sigma).$$

这里

$$S_3: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3; x \mapsto S_3(x) = (\varphi_{31}(x_1), \varphi_{32}(x_2), \varphi_{33}(x_3))^T.$$

选取标量函数

$$V = \frac{1}{2}\dot{\sigma}^T J^* \dot{\sigma} + \int_0^\sigma S_3^T(\lambda\tau) d\tau.$$

采用 Lyapunov 稳定性分析方法可以进行闭环系统的稳定性的证明.

上述算法在控制输入受限下, 能保证闭环系统的渐近稳定性, 这里 $\|u\| \leq M$, 但不是角速度受限的.

3 仿真分析

为验证本文提出的控制方法的有效性, 选择如下卫星参数进行数学仿真验证:

卫星的转动惯量为

$$J = \begin{bmatrix} 42 & 1.8 & -1.5 \\ 1.8 & 25 & -1.2 \\ -1.5 & -1.2 & 61.8 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2).$$

初始姿态、角速率的初值分别取为

$$\sigma(0) = [-0.3 \ -0.4 \ 0.2]^T,$$

$$\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T (\text{rad/s}).$$

控制器参数选取为

$$u_M = 0.05, \lambda = 0.6, k = 50,$$

$$L_{1i} = M_{1i} = 0.05, L_{2i} = M_{2i} = 0.06.$$

数学仿真结果如图 1~3 所示.

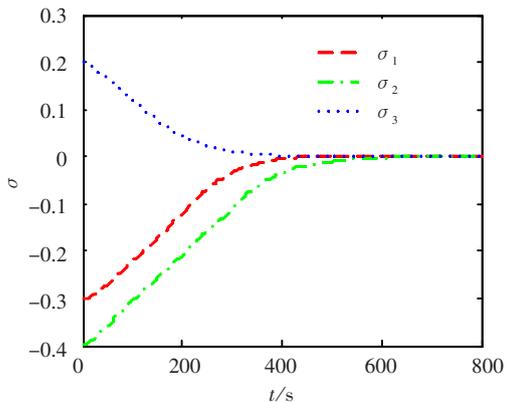


图1 MRP 变化曲线

1) 图 1 给出了控制量在输入限幅条件下的姿态 σ 随时间变化曲线, 图 2 为姿态角速度变化曲线. 可以看出在 650 s 内实现了姿态的稳定. 同时, 角速度也保持在一定的限制范围内.

2) 图 3 为相应的控制力矩变化曲线, 可以看

出在(4)式的控制参数条件下,控制力矩是完全受限的。

数学仿真结果表明,所设计的控制方案在控制输入受限下保证了闭环系统的渐近稳定性,可以很好的完成卫星的姿态控制,并且是角速度受限的,因此是可行的、有效的。

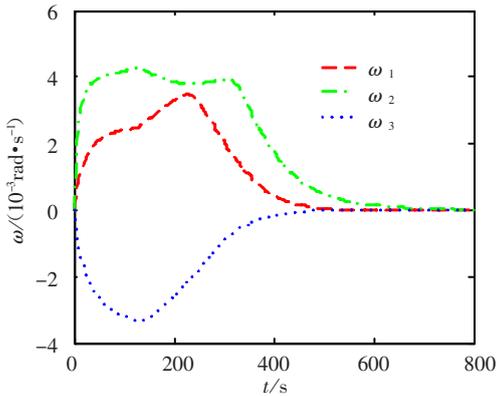


图2 角速度变化曲线

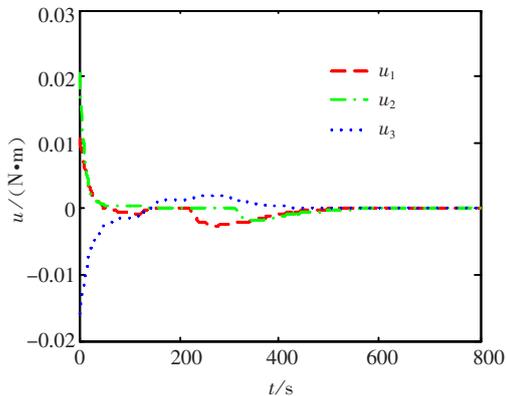


图3 控制量变化曲线

4 结 论

本文采用修正罗德里格参数描述星体姿态,针对考虑控制受限的刚体卫星的姿态调节控制设计了一种姿态控制器.所设计的控制方案不需要转动惯量的精确信息,在控制受限下很好地实现了姿态控制,并且是角速度受限的.最后通过数学仿真进行了验证。

参考文献:

- [1] WALLSGROVE R J, AKELLA M R. Globally stabilizing saturated attitude control in the presence of bounded unknown disturbances[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(5): 957-963.
- [2] BOŠKOVIĆ J D, LI S M, MEHRA R K. Robust adaptive variable structure control of spacecraft under control input saturation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2001, 24(1): 14-22.
- [3] SHOW L, JUANG J, JAN Y W, *et al.* Spacecraft Robust Attitude Control with Saturation Nonlinearity[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Monterey: [s. n.], 2002.
- [4] LI Chuan-jiang, MA Guang-fu, SONG Bin. Passivity-based nonlinear attitude regulation of rigid spacecraft subject to control saturation[C]//Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian: [s. n.], 2006: 8421-8425.
- [5] AKELLA M R, VALDIVIA A, KOTAMRAJU G R. Velocity-free attitude controllers subject to actuator magnitude and rate saturations [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(4): 659-666.
- [6] BOŠKOVIĆ J D, LI S M, MEHRA R K. Robust tracking control design for spacecraft under control input saturation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, 27(4): 627-633.
- [7] LV Jian-ting, MA Guang-fu, LI Chuan-jiang. Adaptive output feedback control for satellite attitude tracking subject to control saturation[J]. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems: Series B*, 2007, 14(s2): 91-95.
- [8] SIDI M J. *Spacecraft Dynamics and Control*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [9] TSIOTRAS P. Stabilization and optimality results for the attitude control problem[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1996, 19(4): 772-779.
- [10] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*[M]. 3rd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2001.

(编辑 张 宏)