

卫星框式结构扰动动态特性分析的行波方法

田 浩, 王有懿, 刘春川

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001, dongda@hit.edu.cn)

摘 要: 为分析飞轮扰动对卫星框式结构动态特性的影响, 针对卫星薄板结构采用行波方法建立其动力学模型, 在此基础上, 运用行波法与子结构法相结合的方式建立了卫星框式结构行波动力学模型, 进行了结构动态特性数值仿真并与有限元结果进行对比. 结果表明, 采用行波方法计算卫星框式结构动力学响应准确有效, 并且能够在中、高频段获得更精确的计算结果.

关键词: 行波方法; 框式结构; 动力学模型; 动态特性; 飞轮扰动

中图分类号: V414

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)05-0696-04

Dynamics characteristic analysis of disturbance on satellite frame structure via travelling wave method

TIAN Hao, WANG You-yi, LIU Chun-chuan

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, dongda@hit.edu.cn)

Abstract: In order to analyze the effects of flywheel disturbance on dynamic characteristics of satellite frame structure, the dynamics model of satellite thin plate was established by travelling wave method in this paper, and then the travelling wave dynamics model of satellite frame structure was established by combining travelling wave method and sub-structure technique. The simulation on dynamics characteristic of the satellite frame structure was carried out, and simulation results were compared with FEM results. It is showed that travelling wave method is accurate and effective in calculating the dynamic response of satellite frame structure, and it is more accurate than FEM results at mid to high frequencies.

Key words: travelling wave method; frame structure; dynamics model; dynamics characteristic; flywheel disturbance

为适应多功能、高性能需求, 现代卫星整体结构愈来愈复杂. 而星上飞轮和陀螺等高速旋转部件的转动, 将导致整星的复杂抖动, 同时由于环境阻尼很小, 整星抖动将长时间持续存在, 影响天线、相机等高精度敏感设备的正常工作性能, 降低精度. 研究表明^[1-3] 这类扰动通常呈现周期性, 且扰动频率远高于星上控制系统的控制频率.

尽管卫星整体结构复杂, 但其基本组成单元大多为杆、梁、板等简单均质结构或以杆、梁为基本单元的桁架、框架结构以及蜂窝夹层板等, 尤其对于框式卫星结构, 其整体可看作由薄板结构组

合而成. 建立这类结构的动力学模型并研究分析扰动对卫星动态特性的影响, 可以为扰动源与有效载荷之间有效地布置减振装置提供理论指导, 分析并消除高速旋转部件产生的扰动, 最终达到抑制振动、提高航天器姿控系统控制精度的目标.

目前, 扰动引起结构动态响应的主要研究方法有: 有限元方法、行波方法、统计能量法等. 在分析结构中、高频动态特性时, 有限元方法和统计能量法^[4] 都表现出各自的不足. 尽管有限元法在处理低频问题中得到了成功应用, 基于模态叠加的有限元法在求解中、高频问题时, 需要考虑更多的高阶模态, 而高阶模态计算本身不准确^[4], 从而导致相应的中、高频响应自然不准确, 其数值结果在某些情况下甚至与物理本质相差甚远. 统计能

收稿日期: 2009-04-29.

基金项目: 长江学者和创新团队发展计划资助(IRT0520).

作者简介: 田浩(1968—), 男, 副教授, 硕士生导师.

量法在求解结构的高频问题上,只能得到全域的平均信息,无法分析具体位置的响应. 因此, Von Flotow^[5]首先采用波动方法来处理结构的振动问题,以此来研究结构的高频动态特性, Miller^[6]和朱桂东^[7]在此基础上进行了杆、梁及框架等一维结构的行波研究, Pan^[8]和 Kessissoglou^[9]则采用行波方法分析了半无限板和 L 型垂直板结构中的动态响应. 但是以上文献的分析大多基于一维结构或半无限板结构,限制了其直接应用于工程实际,本文基于文献[8-9]的方法,采用行波法分析扰动对卫星框式结构动态特性的影响,并与有限元方法分析结果加以对比,以期望获得处理较复杂结构高频动态响应的一种新方法和新手段.

1 薄板的行波动力学模型

薄板结构是卫星中许多实际复杂组合结构的重要组件,建立薄板结构动力学模型有利于分析复杂结构的动态特性. 本节主要针对薄板结构采用行波方法建立其在扰动激励下的行波动力学模型.

为了比较全面地描述薄板的动力学响应问题,需同时考虑板的横向弯曲运动与面内运动. 板的弯曲运动微分方程及面内纵向和剪切运动微分方程可表示如下:

$$D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{(1+\nu)}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{(1-\nu^2)\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{(1+\nu)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{(1-\nu^2)\rho}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0.$$

考虑 $y = 0, y = L_y$ 两端简支的板结构,根据行波理论,弯曲波、面内纵波及面内剪切波位移的表达式可表示为^[10]

$$w(x,y) = \sum_{n=1}^{N_B} (A_1 e^{-ik_x x} + A_2 e^{ik_x x} + A_3 e^{-k_n x} + A_4 e^{k_n x}) \sin k_y y, \tag{1}$$

$$u(x,y) = \sum_{n=1}^{N_L} (\lambda_1 B_1 e^{\lambda_1 x} + \lambda_2 B_2 e^{\lambda_2 x} + k_y B_3 e^{\lambda_3 x} + k_y B_4 e^{\lambda_4 x}) \sin k_y y, \tag{2}$$

$$v(x,y) = \sum_{n=1}^{N_S} (k_y B_1 e^{\lambda_1 x} + k_y B_2 e^{\lambda_2 x} + \lambda_3 B_3 e^{\lambda_3 x} + \lambda_4 B_4 e^{\lambda_4 x}) \cos k_y y. \tag{3}$$

其中: A_i, B_i 是波谱系数; $k_y = n\pi/L_y$ 是 y 方向的模态波数, n 是模数; k_x 和 k_n 分别为弯曲波在 x 方向的传播波波数与衰减波波数, 且 $k_x = \sqrt{k_p^2 - k_y^2}, k_n = \sqrt{k_p^2 + k_y^2}, k_p = \sqrt{\omega(\rho h/D)^{1/4}}$ 是

薄板的弯曲波数, $D = Eh^3/(12(1-\nu^2)), E$ 为弹性模量, h 为板的厚度, ν 为泊松比; 特征值 λ_i 的表达式为 $\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{k_y^2 - k_L^2}, \lambda_{3,4} = \pm \sqrt{k_y^2 - k_S^2}$, 其中 $k_L = w \sqrt{\rho(1-\nu^2)}/E$ 是面内纵向波数, $k_S = w \sqrt{2\rho(1+\nu)}/E$ 是面内剪切波数.

式(1)~(3)中的波位移可以分解成 y 方向 $\sin k_y y$ 或 $\cos k_y y$ 驻波形式与 x 方向弯曲行波形式或面内行波形式乘积之后的叠加. 其中弯曲行波的各项含义为: A_1 为 $e^{-ik_x x}$ 代表多次向右传播的弯曲传播波, $A_2 e^{ik_x x}$ 代表多次向左传播的弯曲传播波, $A_3 e^{-k_n x}$ 代表多次向右传播的弯曲衰减波, $A_4 e^{k_n x}$ 代表多次向左传播的弯曲衰减波.

对于弯曲波、面内纵波、面内剪切波,为了保证在位移响应计算中 y 方向选择足够的模态数目来精确描述结构的频率响应, y 方向模数选取的最小值分别为^[9]

$$N_B = \lceil (L_x L_y / (2h)) \sqrt{12\rho(1-\nu^2)/E} \rceil f,$$
$$N_L = \lceil \pi L_x L_y \rho(1-\nu^2)/E \rceil f^2,$$
$$N_S = \lceil \pi L_x L_y 2\rho(1+\nu)/E \rceil f^2.$$

其中: f 为激励力频率.

由上可知,式(1)~(3)对于每阶驻波模态的行波不受模态的限制,而且在位移响应计算中,不存在截断误差,因而可以精确地描述卫星中薄板结构的动力学响应问题,即扰动引起卫星薄板结构的动态特性.

2 两板连接处耦合模型

在两板耦合连接处,存在着弯曲波模式和面内波模式的互相转换,如图1所示.

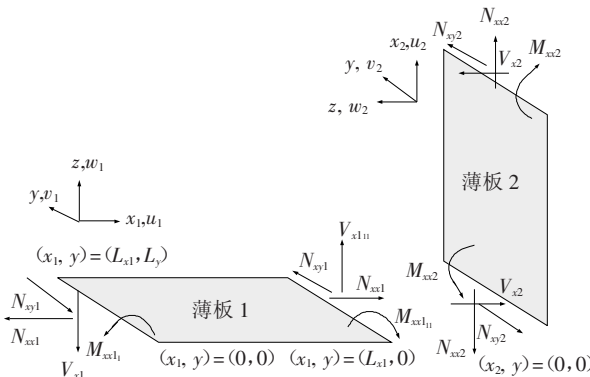


图1 L型板的自由体受力图

在两板连接处的连接边界条件为

$$V_{x1II} = N_{x2}, V_{x2} = -N_{x1}, M_{x1II} = M_{x2},$$

$$N_{xy1} = N_{xy2}, w_1 = u_2, w_2 = -u_1, v_1 = v_2 \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x}.$$

相应各内力的计算公式如下:

$$\begin{aligned}M_{xx} &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \\Q_{xx} &= -D\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right), \\M_{xy} &= -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \\N_{xx} &= \frac{Eh}{(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y}\right), \\N_{xy} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right).\end{aligned}$$

对应的 z 方向的合成剪力为

$$V_x = Q_{xx} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}.$$

3 卫星框式结构的行波动力学模型

如图 2 所示的卫星框式结构,可采用行波法与子结构法相结合的方法进行分析.相应薄板结构的行波动力学模型如 1 节所述,此时必须考虑薄板的面内运动,因为在板连接处存在波形转换.由于对称性,框架结构可以展开成 4 个两两耦合连接的薄板结构(如图 1).对应的连接边界条件同上节的两板连接处的连接边界条件.

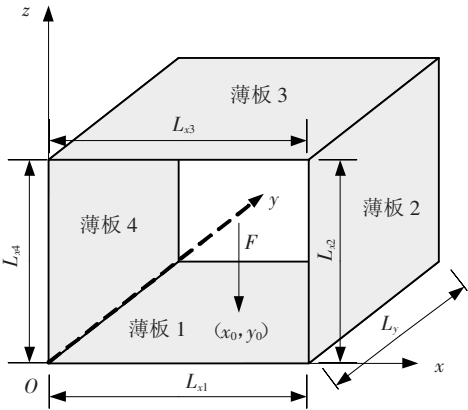


图 2 框式结构示意图

对于框式结构,在力作用点 $x = x_0, y = y_0$ 处的连续条件为

$$\begin{aligned}w_1 &= w_2, \quad \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}, \quad D\left(\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3}\right) = -F_0.\end{aligned}$$

综上所述,针对四板周向连接的框式结构,考虑边界条件、力作用处连续条件及两块板之间连接条件,可以得到下述方程组:

$$[\alpha]\{A\} = \{F\}. \tag{4}$$

其中: $[\alpha]$ 是 36×36 矩阵; $\{A\}$ 和 $\{F\}$ 的表达式如下:

$$\begin{aligned}\{A\} &= \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{18}, A_{19}, A_{20}, B_1, B_2, \\ &\quad B_3, \dots, B_{14}, B_{15}, B_{16}\}^T,\end{aligned}$$

$$\{F\} = \left\{0,0,0,0,0,0, -\frac{2F_0}{L_y D} \sin k_y y_0, 0,0,\dots,0,0,0\right\}^T.$$

由上可知,只要给出具体参数值,可以求得方程组(4)中的 $\{A\}$,即各项波谱系数,代入板的位移表达式(1)~(3)中,从而可以计算卫星框式结构中任意一点的动态响应,也即获得了扰动对卫星框式结构动态特性的影响.

4 算 例

以简支边界条件下的框式结构为例,一方面求得其动态特性并与有限元方法结果加以比较,另一方面计算框式结构在高频扰动激励下的动态响应,以说明行波方法计算结构高频动态响应的优点.

针对图 2 所示的简支框式结构,其初始条件为:加单位简谐力 $F(x_0, y_0)$,弹性模量 $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$,泊松比 $\nu = 0.3$,密度 $\rho = 7\,800 \text{ kg/m}^3$,阻尼因子 $\eta = 0.001$,结构尺寸 $L_{x1} = L_{x2} = L_{x3} = L_{x4} = 1.6 \text{ m}$, $L_y = 0.6 \text{ m}$, $h = 0.004 \text{ m}$.

图 3、图 4 分别给出在扰动 $F(x_0, y_0)$ 作用下,二板中点和三板中点横向位移频响函数的行波解,及将结构分别划分为 384, 768, 1 536 四边形单元的有限元解. 在应用有限元软件求解过程中,选取 100 阶模态,足以满足基于模态叠加的有限元法对于低、中、高频响应计算的需要.

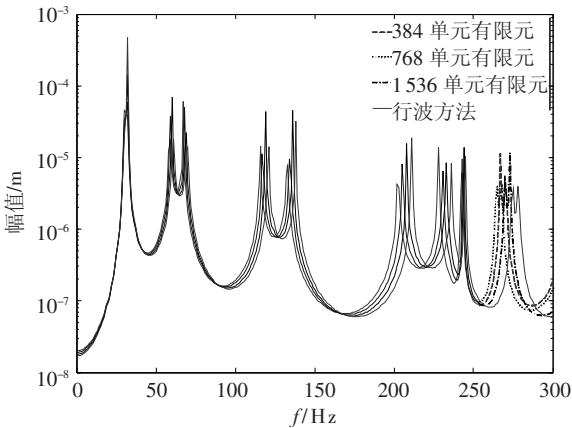


图 3 有限元与行波方法计算框式结构响应 1

从图 3~4 中可以看到,基于模态叠加的有限元方法计算结果在低频段(航天领域频率范围在 50 Hz 以下均可视为低频^[2])与行波方法计算结果很吻合,在中、高频段,随着单元的増加,有限元方法的解趋向于行波解,造成这种差别的原因在于有限元采用模态叠加方法计算结构响应,在求解过程中存在舍入误差,而行波法不受模态的限制,因而计算得到的结构动力学特性更精确.

图 5 为运用行波方法计算框式结构 0 ~

3 000 Hz频段动力学响应示意图. 由图可知行波方法计算结果很稳定,在高频段时并未出现发散现象;而且随着频率的增大,振动幅值明显降低.

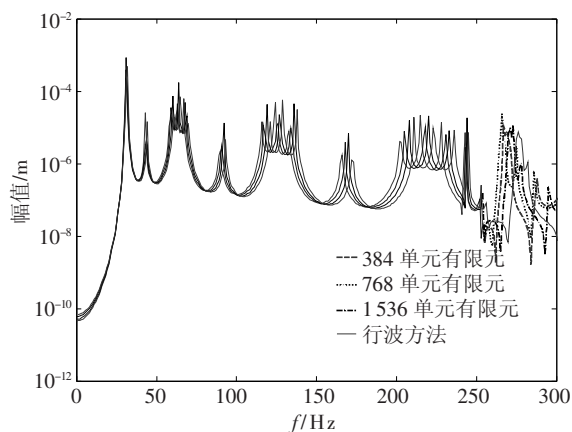


图4 有限元与行波方法计算框式结构响应2

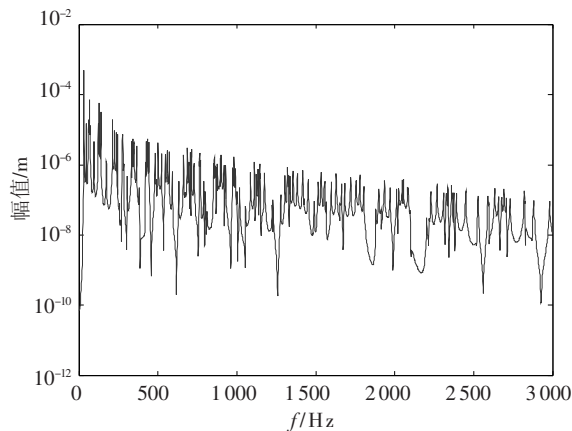


图5 行波方法计算框式结构的高频响应

5 结 论

1)通过与基于模态叠加的有限元方法在低频段的比较,可知行波方法是准确的.而在中、高频动力学响应计算中,行波方法计算的结果则比有限元法更精确.

2)使用行波方法在高频段的计算结果没有出现发散现象,这说明行波方法的收敛性很好.

本文基于行波模型给出了获得框式结构高频动态响应的一种新方法,是基于同样模型的有限元方法在自由度趋向无穷时的极限解.该方法具有一定的通用性,对某些复杂结构可以采用更为精确的模型,以获得理想的结果.但由于结构的复杂性(难以建立精确的行波模型)限制了行波方

法的使用对象,模型简化与假设限制了行波方法的求解精度,因此使行波方法与工程实际相结合而成为一种工程实用的分析方法还需更进一步的深入研究.

参考文献:

- [1] ALICE L, CARL B, KUO-CHIA L, *et al.* Solar Dynamics Observatory (SDO) HGAS induced Jitter[C]//49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Schaumburg, IL, United States; [s. n.], 2008:1-10.
- [2] KUO-CHIA L, PEIMAN M, CARL B. Reaction wheel disturbance modeling, Jitter analysis, and validation tests for Solar Dynamics Observatory[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Honolulu, Hawaii; [s. n.], 2008:1-18.
- [3] MILLER S E, KIRCHMAN P, SUDEY J. Reaction wheel operational impacts on the GOES - N Jitter environment[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head, South Carolina; [s. n.], 2007:1-12.
- [4] LYON R H. Statistical Energy Analysis of Dynamic System [M]. Cambridge Massachusetts: The MIT Press, 1975.
- [5] VON FLOTOW A H. Travelling wave control for large spacecraft structures [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1986, 9(4):462-468.
- [6] MILLER D W, VON FLOTOW A H. A travelling wave approach to power flow in structural networks [J]. Journal of Sound and Vibration, 1989, 128(1):145-162.
- [7] 朱桂东,崔祜涛,郑钢铁,等. 框架结构振动分析的行波方法 [J]. 应用力学学报, 1998, 15(4):60-65.
- [8] Pan X, Hansen C H. Active control of vibration power transmission along a semi-infinite plate [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 184(4):585-610.
- [9] KESSISOGLU N J. Power transmission in L-shaped plates including flexural and in-plane vibration [J]. Acoustical Society of America, 2004, 115(3):1157-1169.
- [10] BEREIN A N, LANGLEY R S. Application of the dynamic stiffness technique to the inplane vibration plate structures [J]. Computers & Structures, 1996, 59(5):869-875.

(编辑 张宏)