# 白化处理的自然梯度盲源分离统一算法

刘 鑫，马 琳，谭学治

（哈尔滨工业大学 通信技术研究所，哈尔滨 150080，liuxinstar1984@sohu.com）

**摘 要**：分析了基于自然梯度的信号白化处理和白化后的盲信号分离，提出了一种基于白化处理的自然梯度盲源分离算法.算法统一了信号的白化和分离，而不需要单独再对信号进行白化预处理，通过采用自然梯度学习规则提高了算法的性能，并理论证明了算法的可分离性、等变化性和分离矩阵的非奇异性.仿真表明，算法能够有效地分离和重构源信号，相比信号未白化的随机梯度算法以及传统的 FastICA 算法，收敛速度快、分离效果好，更适合盲源分离.

**关键词**：盲源分离；白化处理；自然梯度；代价函数

**中图分类号**：TN911.23 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2010)07－1046－05

# Integrated Blind Source Separation Algorithm with Natural Gradient Based on Whitening Process

LIU Xin, MA Lin, TAN Xue-zhi

(Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China, liuxinstar1984@sohu.com)

**Abstract**: Through analyzing the whitening and separation process of signal based on natural gradient, a blind source separation algorithm with natural gradient based on whitening process is proposed. The algorithm colligates the whitening and separation of signal, and need not whiten the signal individually. By the application of natural gradient, the performance of algorithm is improved. Deduction proves that the algorithm satisfies the separation, equal variety and nonsingularity of separation matrix. Simulation shows that the algorithm can separate and reconstruct source signal effectively. Compared with the random gradient algorithm without signal's whitening and the conventional FastICA algorithm, it exhibits faster convergence as well as better separation effect and is more favorable for blind source separation.

**Key words**: blind source separation; whitening process; natural gradient; cost function

盲源分离是信号处理中最热门的学科之一，它具有可靠的理论基础和许多方面的应用潜力，尤其是生物医学工程、医学成像、语音增强、遥感、通信系统、地震探测、地球物理学、计量经济学、数学挖掘和机械故障诊断等领域发展更为迅速[1].较早进行盲源分离方法研究的是 Herault 和 Jutten，他们于 1991 年提出了一种类神经盲源分离方法，然而该方法只能完成两个混叠源信号的分离[2].同年 L. Tong 和 R. W. Li 给出了较为完善的关于盲源分离问题的数学框架，并使用已成熟的矩阵分解方法来解决盲源分离问题[3].1994 年 P. Comon 提出了 ICA(Independent component analysis)这一概念[4]，并将它应用到盲源分离中，取得了较好的分离效果.同年 Cichocki 等人提出了著名的自然梯度学习算法，并证明相比随机梯度它是一种更有效的学习规则[5].另一方面，白化是信号处理中的一个重要的预处理手段，在盲源分离算法中，预先对观测信号进行白化处理，能够简化分离算法，改善盲分离算法的性能[6].由于白化是一种预处理，因此当前的盲源分离算法中，白化和分离是独立的，这无疑增加了算法复杂度.本文提出的基于白化处理的自然梯度盲源分

**收稿日期**：2009－07－02.
**基金项目**：国家高技术研究发展计划资助项目(2008AA12Z305).
**作者简介**：刘 鑫(1984—)，男，博士研究生；
谭学治(1957—)，男，教授，博士生导师.

离统一算法，将白化和分离统一为一个迭代算法，并且采用了性能较好的自然梯度学习规则，相比以往算法具有较快的收敛速度，分离效果也更好.

## 1　盲源分离概述

### 1.1　盲源分离模型

设有 $m$ 个独立源信号 $\boldsymbol{s}(t) = (s_1(t), s_2(t), \cdots, s_m(t))^{\mathrm{T}}$ 和 $n$ 个传感器记录的观测序列 $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t))^{\mathrm{T}}$，其中 $x_i(t)$ 是 $m$ 个源信号的 $\boldsymbol{s}(t)$ 的线性混叠，即[7]

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t).$$

式中 $\boldsymbol{A}$ 为 $n \times m$ 的混合矩阵. 通常盲源分离需要做如下一些假设：

1）$\boldsymbol{A}$ 为非奇异阵，且观测信号矢量数 $n$ 大于或等于源信号矢量数 $m$，通常 $n = m$.

2）在任一时间点，源信号各分量 $s_k(t)(k = 1, 2, \cdots, m)$ 相互统计独立.

3）每一个源信号 $s_k(t)$ 都为零均值的平稳随机过程，由于高斯信号的线性相加结果仍为高斯的，不可能被分开，所以设至多一个信源为高斯分布.

盲源分离的目标就是寻找一个 $m \times n$ 的矩阵 $\boldsymbol{W}$，使得仅利用观测信号 $x_i(t)(i = 1, 2, \cdots, n)$，使 $\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{W}\boldsymbol{x}(t)$ 尽可能的逼近源信号 $\boldsymbol{s}(t)$[8-9]. 由于没有关于混叠过程的先验信息可以利用，只能根据源信号统计独立的假设来构造代价函数，因此分离后的信号存在幅度不确定性和排序不确定性. 同时为方便起见，假定 $m = n$.

### 1.2　信号的白化处理

白化是盲源分离算法中的一种预处理方法，所谓随机矢量 $\boldsymbol{x}$ 的白化，就是通过一定的线性变换 $\boldsymbol{U}$，即

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{x}.$$

使得变换后的随机矢量 $\boldsymbol{v}$ 的相关矩阵 $\boldsymbol{R}_v = E[\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^{\mathrm{H}}] = \boldsymbol{I}$，即 $\boldsymbol{v}$ 的各分量满足 $E[v_i v_j] = \delta_{ij}$. 对混合信号的预白化实际上是去除信号各个分量之间的相关性，即使得白化后的信号分量之间二阶统计独立. 白化虽然不能保证实现信号源的盲分离，但能够简化盲分离算法和改善盲分离算法的性能.

### 1.3　随机梯度和自然梯度

盲源分离算法是对代价函数最优化，通常把随机梯度搜索寻优的思想用进来[5]，得到随机梯度下降的实时学习算法，即

$$\Delta \boldsymbol{W}_k = -\eta \nabla \rho(\boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{W}) = -\eta \frac{\partial \rho(\boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{W})}{\partial \boldsymbol{W}}.$$

其中：$\rho(\boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{W})$ 是关于分离矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的代价函数；$\eta$ 是学习速率；$k$ 是算法的迭代次数. 已经证明在欧氏参数空间中随机梯度 $\frac{\partial \rho}{\partial \boldsymbol{W}}$ 是代价函数 $\rho$ 的最陡下降方向，其它空间却不是. 因此 Cichocki 等人为分离矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的参数空间引入自然黎曼度量（Natural Riemannian Metric）. 他们证明了在参数 $\boldsymbol{W}$ 的黎曼空间中真正最陡的下降方向不是常规随机梯度 $\frac{\partial \rho}{\partial \boldsymbol{W}}$，而是黎曼梯度，因此可以得到如下实时的自然梯度学习算法[5]：

$$\Delta \boldsymbol{W}_k = -\eta \frac{\partial \rho(\boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{W})}{\partial \boldsymbol{W}} \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}. \tag{1}$$

## 2　白化处理的自然梯度盲源分离统一算法

### 2.1　信号的白化

为了提高盲源分离的精度，首先对信号进行白化处理. 由于工程实际中数据 $x$ 是无限长的，因此必须建立一种自适应学习方法. 本文采用自然梯度学习算法，白化的代价函数 $J(U)$ 可以由下式表示[6]

$$J(\boldsymbol{U}) = 0.5\{\mathrm{Trace}(\boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}) - \log(\det(\boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}})) - n\}. \tag{2}$$

其中：$\boldsymbol{R}_x$ 是观测向量 $\boldsymbol{x}$ 的相关矩阵；$n$ 是观测信号的维数；Trace(·) 表式矩阵的迹；det(·) 表示矩阵的行列式，式(2) 的随机梯度为

$$\nabla J(\boldsymbol{U}) = \boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x - (\boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x = \boldsymbol{U}\boldsymbol{R}_x - \boldsymbol{U}^{-\mathrm{T}}.$$

根据式(1) 自然梯度的定义，信号的白化矩阵 $\boldsymbol{U}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{U}_{k+1} = \boldsymbol{U}_k + \eta(\boldsymbol{U}_k^{-\mathrm{T}} - \boldsymbol{U}_k\boldsymbol{R}_{x,k+1})\boldsymbol{U}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_k = \boldsymbol{U}_k + \eta(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{v,k+1})\boldsymbol{U}_k. \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{R}_v$ 是白化后的信号矢量 $\boldsymbol{v}$ 的自相关矩阵. 当 $k \to \infty$ 时，$\boldsymbol{U}_k \approx \boldsymbol{U}_{k+1}$，因此 $\boldsymbol{R}_{v,k+1} = \boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{U}_k$ 即是信号矢量 $\boldsymbol{x}$ 的白化矩阵.

### 2.2　白化信号的分离

如果信号已经过白化处理，则通过分离矩阵 $\boldsymbol{W}$，使得 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{v}$ 成为源信号的重构. 由于 $\boldsymbol{y}$ 中各向量 $\boldsymbol{y}_i$ 是相互独立的，因此 $\boldsymbol{y}$ 的相关矩阵应是对角阵，即对角元素之积等于该矩阵的行列式的值，因此分离矩阵的代价函数可由下式表示：

$$J(\boldsymbol{W}) = \frac{1}{2}\{\sum_{i=1}^{N} \log E(\boldsymbol{y}_i^2(t)) - \log\det(E(\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{y}(t)^{\mathrm{T}}))\}. \tag{4}$$

计算式(4) 的随机梯度得到

$$\nabla J(\boldsymbol{W}) = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{W}}\left(\sum_{i=1}^{N} \log(\boldsymbol{R}_y^{(i)}) - \log\det(\boldsymbol{R}_y)\right) =$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{W}}\Big(\sum_{i=1}^{N}\log(\boldsymbol{W}\boldsymbol{R}_v^{(i)}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}) - 2\log|\boldsymbol{W}| - \log\det(\boldsymbol{R}_v)\Big) = ((\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_y))^{-1}\boldsymbol{R}_y - \boldsymbol{I})\boldsymbol{W}^{-\mathrm{T}}.$$

其中：$\boldsymbol{R}_y$ 是分离信号矢量 $\boldsymbol{y}$ 的自相关矩阵，$\boldsymbol{R}^{(i)}$ 是相关矩阵的第 $i$ 个对角元素，diag(.) 表示由矩阵的对角元素组成的对角阵. 根据自然梯度定义，得到白化信号分离矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的自然梯度算式，即

$$\boldsymbol{W}_{k+1} = \boldsymbol{W}_k - \mu\nabla\boldsymbol{J}(\boldsymbol{W})\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}_k + \mu(\boldsymbol{I} - (\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1})\boldsymbol{W}_k. \tag{5}$$

当 $k\to\infty$ 时，$\boldsymbol{W}_k \approx \boldsymbol{W}_{k+1}$，因此 $\boldsymbol{R}_{y,k+1} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1})$ 是对角阵，$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}_i\boldsymbol{y}_j] = 0$，$i \neq j$，$\boldsymbol{y}$ 中各向量是相互独立的，满足分离条件.

## 2.3 统一算法

因为 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{U}\boldsymbol{x}$，知总的分离矩阵 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{U}$，并且当 $k\to\infty$ 时，白化信号的分离矩阵满足 $\boldsymbol{W}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{I}$. 将式(3) 和式(5) 的等式两边分别相乘，并做简单整理得到

$$\boldsymbol{B}_{k+1} = (\boldsymbol{I} + \mu[\boldsymbol{I} - (\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1}])\{\boldsymbol{B}_k + \eta(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{y,k+1})\boldsymbol{B}_k\}$$

令 $\eta = \mu$，带入上式整理得

$$\boldsymbol{B}_{k+1} = \boldsymbol{B}_k + (2\mu + \mu^2)\Big[\boldsymbol{I} - \frac{1+\mu}{2+\mu}((\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1}) - \frac{1+\mu}{2+\mu}\boldsymbol{R}_{y,k+1} + \frac{\mu}{2+\mu}((\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1}^2)\Big]\boldsymbol{B}_k. \tag{6}$$

实际中为了保证算法的全局收敛，常取 $\mu \ll 1$，因此可以忽略 $\mu$ 的高次项，并将学习速率 $\lambda = 2\mu$ 带入式(6) 得

$$\boldsymbol{B}_{k+1} \cong \boldsymbol{B}_k + \lambda\Big[\boldsymbol{I} - \frac{1}{2}(\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1} - \frac{1}{2}\boldsymbol{R}_{y,k+1}\Big]\boldsymbol{B}_k. \tag{7}$$

其中：$\boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{B}_k\boldsymbol{x}_{k+1}$，$\boldsymbol{R}_{y,k+1}$ 可由式(8) 估计，即

$$\boldsymbol{R}_{y,k+1} = \frac{k\gamma}{k+1}\boldsymbol{R}_{y,k} + \frac{\boldsymbol{y}_{k+1}\boldsymbol{y}_{k+1}^{\mathrm{T}}}{k+1}. \tag{8}$$

式中：$\gamma$ 为遗忘因子，用来跟踪非平稳特性，并且 $0 < \gamma \leqslant 1$.

算法流程如下：

1) 初始化分离矩阵 $\boldsymbol{B}_0$ 为一非奇异矩阵，相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{y,0} = [0]$，$k = 0$；

2) 估计 $k+1$ 时刻的分离信号 $\boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{B}_k\boldsymbol{x}_{k+1}$；

3) 根据式(8)，选择遗忘因子 $\gamma$，估计 $k+1$ 时刻的相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{y,k+1}$；

4) 根据式(7)，选择学习速率 $\lambda$，估计 $k+1$ 时刻的分离矩阵 $\boldsymbol{B}_{k+1}$；

5) 反复执行 2) ~ 4) 步直至分离矩阵 $\boldsymbol{B}_k$ 收敛.

## 2.4 算法可行性分析

分离后的信号矢量 $\boldsymbol{y}$ 应满足 $\boldsymbol{R}_y = E[\boldsymbol{y}\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}] \approx \boldsymbol{I}$，代入式(7) 得到 $\boldsymbol{B}_{k+1} = \boldsymbol{B}_k$，因此当源信号被分离后，式(7) 应是收敛的. 盲源分离有 2 个关键性能：1) 可分离性，即盲源分离后得到的信号向量各分量应该是相互独立的. 2) 等变化性和分离矩阵的非奇异性，非奇异性是算法稳定工作的必要条件，而等变化性则提供算法的均匀收敛，保证算法的收敛性与具体的混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 无关.

**定理 1** 白化处理的自然梯度盲源分离统一算法具有可分离性.

**证明** 算式(7) 收敛且 $k\to\infty$ 时，$\boldsymbol{B}_k = \boldsymbol{B}_{k+1}$，因此得到

$$\boldsymbol{I} - \frac{1}{2}(\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1} - \frac{1}{2}\boldsymbol{R}_{y,k+1} = 0. \tag{9}$$

设对角阵 $\Lambda = \mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1})$，代入式(9) 得

$$\boldsymbol{R}_{y,k+1} = 2(\Lambda^{-1} + \boldsymbol{I})^{-1}.$$

因此 $\boldsymbol{R}_{y,k+1}$ 也是对角阵，也就是 $\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}_i\boldsymbol{y}_j] = 0$，$i \neq j$，$\boldsymbol{y}$ 中各分量是相互独立的，$\boldsymbol{y}$ 既是分离出的源信号.

**定理 2** 算法满足盲信号分离的等变化性和分离矩阵的非奇异性条件.

**证明** 根据式(7)，令函数

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{y}_{k+1}) = \boldsymbol{I} - \frac{1}{2}(\mathrm{diag}(\boldsymbol{R}_{y,k+1}))^{-1}\boldsymbol{R}_{y,k+1} - \frac{1}{2}\boldsymbol{R}_{y,k+1}. \tag{10}$$

将式(10)代入式(7)可以得到

$$\boldsymbol{B}_{k+1} \cong \boldsymbol{B}_k + \lambda\boldsymbol{F}(\boldsymbol{y}_{k+1})\boldsymbol{B}_k. \tag{11}$$

等变化性和非奇异性的分析如下：

1) 等变化性. 将式(11) 的两端都右乘以混合矩阵 $\boldsymbol{A}$，并记 $\boldsymbol{C}_k = \boldsymbol{B}_k\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{C}_k\boldsymbol{s}$，代入得 $\boldsymbol{C}_{k+1} = \boldsymbol{C}_k + \lambda\boldsymbol{F}(\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{s})\boldsymbol{C}_k$，可以看出该式只与混合矩阵 $\boldsymbol{C}_k$ 有关，而与分离矩阵 $\boldsymbol{B}_k$ 和混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 无关，所以 $\boldsymbol{C}_{k+1}$ 的更新与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}_k$ 无关，因此本文算法是等变化的[10].

2) 非奇异性. 根据式(11) 的更新方程知 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}/\mathrm{d}k = \lambda\boldsymbol{F}(y)\boldsymbol{B}$，由此得到

$$\frac{\mathrm{d}\det(\boldsymbol{B})}{\mathrm{d}k} = \mathrm{Trace}\Big[\frac{\partial\det(\boldsymbol{B})}{\partial\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}k}\Big] = \det(\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{Trace}[\lambda\boldsymbol{F}(y)]. \tag{12}$$

解微分方程(12)可以得到

$$\det(\boldsymbol{B}_k) = \det(\boldsymbol{B}_0)\exp\Big\{\lambda\int_0^k\mathrm{Trace}[\boldsymbol{F}(y(\tau))]\mathrm{d}\tau\Big\}.$$

如果初始选择 $\boldsymbol{B}_0$ 为非奇异性矩阵，则经过 $k$ 次迭

代后 $\boldsymbol{B}_k$ 仍为非奇异性矩阵[10].

上述算法，统一了盲源分离中的白化和分离，不需要再单独对信号进行白化预处理，降低了算法的复杂度. 理论分析表明该算法能够分离源信号，并且满足盲源分离的等变化性和分离矩阵的非奇异性.

## 3　算法仿真

本文仿真使用 Matlab 软件，仿真中采用如下信号作为源信号：1）正弦信号 $\sin(2\pi \cdot 5t)$；2）占空比为 0.5，周期为 0.1 的方波信号；3）调幅信号 $\sin(2\pi \cdot 5t) \times \sin(2\pi \cdot 100t)$；4）相位调制信号 $\sin(2\pi \cdot 100t + 10\sin(2\pi \cdot 5t))$. 仿真中采用 4 个传感器，信道混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2.2 & 1.2 & 1.4 & 1.7 \\ 2.0 & 1.8 & 1.6 & 1.1 \\ 1.5 & 1.3 & 1.7 & 1.4 \\ 0.9 & 1.3 & 1.8 & 2.0 \end{pmatrix}.$$

信号的采样间隔为 $2 \times 10^{-4}$s. 盲信号分离算法的性能可以用“串音”误差来表示，即

$$E_{ct} = \sum_{p=1}^{n}\left(\sum_{q=1}^{n}\frac{|c_{pq}|}{\max\limits_{l}|c_{pl}|} - 1\right) + \sum_{q=1}^{n}\left(\sum_{p=1}^{n}\frac{|c_{pq}|}{\max\limits_{l}|c_{lq}|} - 1\right).$$

令：$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{BA} = \{c_{pq}\}$ 表示混合 - 分离合成系统的传递矩阵[10]. 本文的仿真结果如图 1 到图 6 所示，其中图 1 为源信号，图 2 为无噪声情况下传感器所接收到的混合信号，图 3 表示无噪声下使用本文算法所分离出的源信号，分离矩阵 $B$ 为

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1.123\,2 & -0.071\,9 & -2.406\,2 & 1.514\,4 \\ 1.891\,2 & 2.526\,7 & -7.490\,6 & 2.246\,5 \\ -0.801\,2 & 3.965\,0 & -5.468\,6 & 2.260\,1 \\ -0.899\,0 & 0.356\,0 & -0.758\,0 & 1.098\,7 \end{pmatrix}.$$

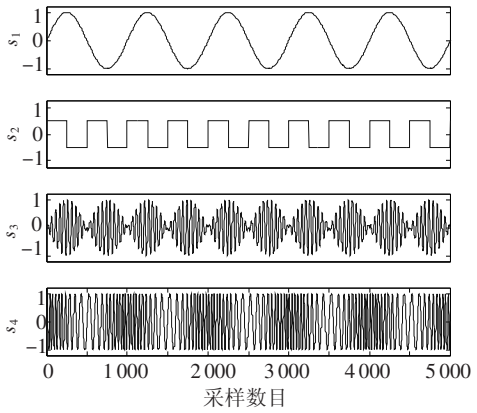


图 1　源信号波形图

可以看出在无噪声情况下，本文算法能够有效的对混合信号进行分离并恢复出源信号. 源信号 $s_1$ 和 $s_3$ 分离后反相，是因为它们分离后的幅度是负的，盲源分离并不能够解决幅度不确定性问题. 实际应用中观测信号是附加噪声的，图 4 是信噪比为 10 dB 时本文算法的分离结果，可以看出仍可以恢复出源信号；然而当信噪比为 0 dB 时，本文算法已无法恢复出源信号，如图 5 所示. 需要对观测信号进行去噪处理.

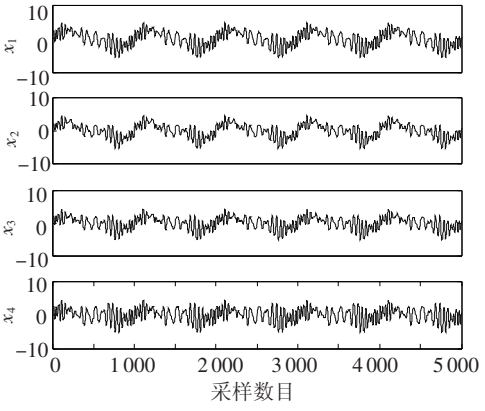


图 2　无噪声下混合信号波形图

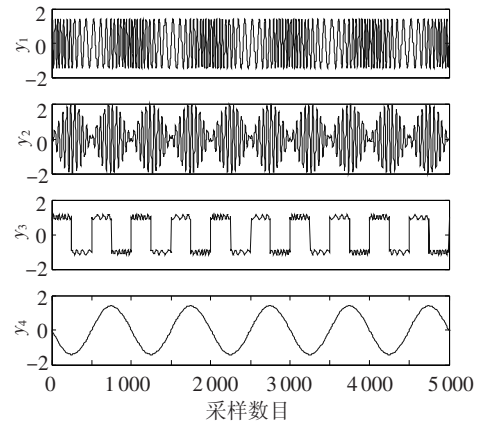


图 3　无噪声下分离信号波形图

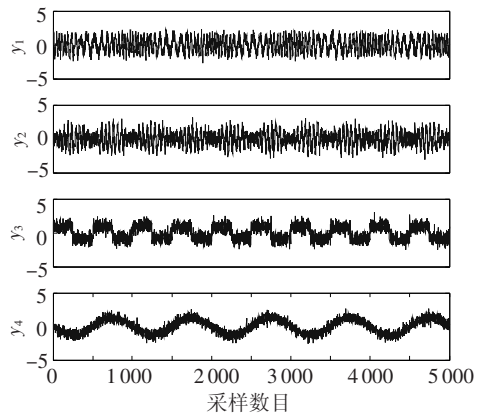


图 4　信噪比为 10 dB 时的分离信号波形图

图 6 给出了无噪声时基于式(4)分离代价函数的未白化的随机梯度算法,传统的 FastICA 算法和本文算法的 200 次独立运行的归一化“串音”误差曲线. 本文算法由于对观测信号进行了白化,并采用了自然梯度算法,性能明显好于未白化的随机梯度算法,相比 FastICA 算法也略有提高,当迭代次数为 2 500 次时本文算法就已达到较好的分离效果. 并且本文算法因为将白化和分离统一起来,不需要单独再对信号进行白化处理,节省了时间,当迭代次数为 5 000 时,本文算法时间只需 FastICA 算法的 2/3,具有较快的收敛速度.

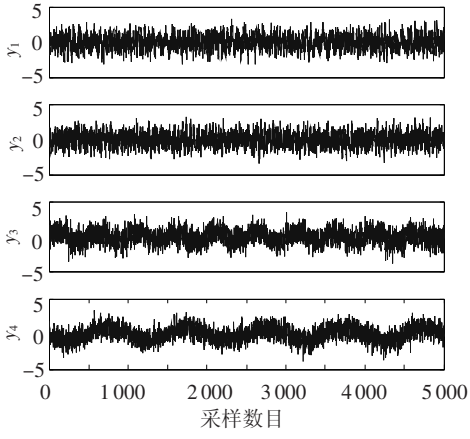


图 5 信噪比为 0 dB 时的分离信号波形图

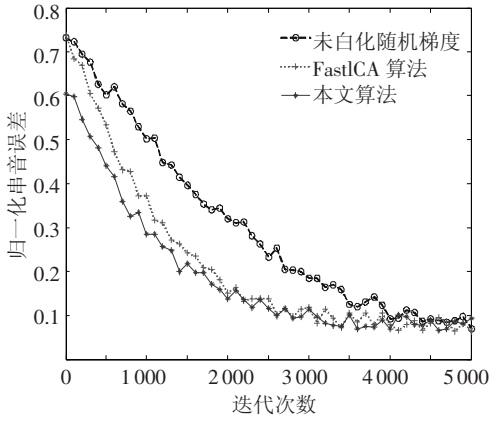


图 6 串音误差曲线

## 4 结 论

本文提出了一种基于白化处理的自然梯度盲源分离算法,算法将盲信号的白化和分离进行了统一,降低了算法的复杂度,减少了算法的运行时间,通过采用自然梯度学习规则提高了算法的性能,并理论证明了算法的可行性. 仿真表明,在一定信噪比下,本文算法能够有效的实现盲信号分离,并且相比信号未白化的随机梯度算法以及 FastICA 算法收敛速度更快,分离效果更好. 本文算法将白化和分离统一为一个迭代算法,比较适合盲源分离.

## 参考文献:

[1] ERDOGMUS D, MANDIC D, TANAKA T. Advances in blind signal processing [J]. Neuro-computing, 2008, 71: 2069 – 2070.

[2] JUTTEN C, HERAULT J. Blind separation of sources, an adaptive algorithm based on neuromimetic architecture [J]. Signal Processing, 1991, 24(1):1 – 10.

[3] TONG L, LI R W, SOON V C. Indeterminacy and identifiability of blind identification[J]. IEEE Trans On Circuits and Systems, 1991, 38(5): 499 – 509.

[4] COMON P. Blind separation of source, Part2: Problem statement[J]. Signal Processing, 1991, 24(1): 21 – 29.

[5] CICHOCKI A, UNBEHAUEN R, MOSZCZYNSKI L, *et al.* A new on-line adaptive learning algorithm for blind separation of source signals[C]//ISANN94. Taiwan: [s. n.], 1994: 406 – 411.

[6] CARDOSO J F, LAHELD B. Equivariant adaptive source separation [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(12): 3017 – 3030.

[7] PARK H M, OH S H, LEE S Y. A modified infomax algorithm for blind signal separation [J]. Neuro-computing, 2006, 70: 229 – 240.

[8] XIANG Yong. Blind source separation based on constant modulus criterion and signal mutual information [J]. Computers and Electrical Engineering, 2008, 34: 416 – 422.

[9] BOUSTANY R, ANTONI J. Blind extraction of a cyclostationary signal using reduced-rank cyclic regression—A unifying approach[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22: 520 – 541.

[10]朱孝龙, 张贤达, 冶继民. 基于自然梯度的递归最小二乘盲信号分离 [J]. 中国科学(E 辑), 2003, 8(33): 741 – 748.

(编辑 张 宏)