# 一种高效的 OFDM 比特功率分配算法

黄新林1,王 钢1,马永奎1,张成文1,姜 浩2

(1. 哈尔滨工业大学 通信技术研究所,哈尔滨 150001, xlhitere@163.com;2. 哈尔滨工业大学 电子与信息工程学院,哈尔滨 150001)

**摘 要:**针对802.11a中的数字调制方式:BPSK,QPSK,16QAM,64QAM(星座图采用格雷码编码,每个子载 波最多承载6比特),每次对[*R<sub>r</sub>*/6]个功率增量较小的子载波分配2 bit.仿真结果表明:改进的比特功率分 配算法与 Hughes-Hartogs 算法的比特功率分配结果一致,但是计算复杂度小于 Hughes-Hartogs 算法的 50%,并随着传输速率或子载波数的增加而进一步降低.

关键词:OFDM;比特功率分配;Hughes-Hartogs 算法;计算复杂度

中图分类号: TN929.5 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2010)09-1379-04

### An efficient bit loading algorithm for OFDM system

HUANG Xin-lin<sup>1</sup>, WANG Gang<sup>1</sup>, MA Yong-kui<sup>1</sup>, ZHANG Cheng-wen<sup>1</sup>, JIANG Hao<sup>2</sup>

(1. Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, xlhitcrc@ 163. com;
2. School of Electronics Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: We propose an efficient bit-loading algorithm to minimize the total power to transmit a target rate of a single user in OFDM communication systems. Considering the digital modulations exploited by 802. 11a, which are BPSK, QPSK, 16QAM and 64QAM (constellation using Gray code and each sub-carrier carrying a maximum of 6 bits),  $\lfloor R_T/6 \rfloor$  subcarriers which have litter power addition are allocated with 2 bits each time. The proposed bit loading algorithm is optimal and has the same performance as Hughes-Hartogs algorithm, but greatly reduces the computational complexity. Simulation results show that the proposed bit loading algorithm has the same bit allocation results as Hughes-Hartogs algorithm, but the computational complexity is less than 50% compared with that of Hughes-Hartogs algorithm. The computational complexity will be further reduced when the transmission rate or subcarriers number increases.

Key words: OFDM; bit loading; Hughes-Hartogs algorithm; computational complexity

正交频分复用(OFDM)作为一种多载波调制 技术,具有频谱利用率高、抗多径时延等优点,已 成为下一代移动通信技术的热点<sup>[1-3]</sup>.由于无线 信道的时变性和衰落特性,OFDM系统中各个子 信道条件不仅各不相同,而且会随时间呈现不规 则性<sup>[4]</sup>.比特功率分配算法是根据各子载波在频 率选择性信道中不同的瞬时信道增益,动态地分

作者简介:黄新林(1985—),男,博士研究生; 王 钢(1962—),男,教授,博士生导师. 配比特和发射功率,从而达到优化系统性能的目的<sup>[2,5-8]</sup>.目前,针对 OFDM 系统中的自适应比特功率分配算法主要有 Hughes-Hartogs 算法<sup>[9]</sup>、Chow 算法<sup>[10]</sup>、Fischer 算法<sup>[11]</sup>、ISR 算法<sup>[12]</sup>. Hughes-Hartogs 算法是一种最优的贪婪算法,其它的算法相对于 Hughes-Hartogs 算法简单但系统性能有所下降. Hughes-Hartogs 算法在分配一个比特时选择增加一个比特所需增加功率最小的子载波,直到所有的比特分配完毕.由于 Hughes-Hartogs 算法在分配一个比特的时候要对所有的子载波进行搜索,因此它的计算复杂度非常大,而且随着分配比特数的增加而线性增加.

本文提出了一种改进的 OFDM 比特功率分配

收稿日期:2009-07-09.

基金项目:装备预研资助项目(51306020201);国家重点基础研 究发展计划资助项目(2007CB310601);中国博士后 科学基金资助项目(20080440897).

算法,该算法是在比特误码率和传输速率一定的条件下使系统发射功率最小<sup>[13]</sup>的最优化算法.该算法每次对 $[R_r/6](R_r$ 为待分配的比特数)个功率增量较小的子载波分配2bit,直到剩余的比特数 $R_r \leq 5$ ,此时找出 $[R_r/2]$ 个功率增量最小的子载波,根据剩余的比特数进行分配.改进的比特功率分配算法性能与Hughes-Hartogs算法一致,但计算复杂度小于Hughes-Hartogs算法的 50%,从而大大提高了最优化算法的实时性和可行性.

#### 1 Hughgs-Hartogs 算法

Hughes-Hartogs 算法的主要思想是:首先将各个 子信道的比特数目均设为0,然后将所有的待分配比 特依次分配给相应的子信道.每次分配时,首先找到 增加1个比特时所需要增加的功率最小的子信道, 然后将该子信道的比特数目增加1个.如此循环,直 到所有的比特被分配完,最后计算各个子信道所需 要的功率.虽然 Hughes-Hartogs 算法能达到最优的 比特和功率分配结果,但是该算法的复杂度相当高, 目前难以在无线环境中应用.算法描述如下所示.

1)比特分配.

①初始化.每个子载波的初始化比特和功率 均为0,即

 $b_i = 0, P_i = 0, i = 1, 2, 3, \dots, N.$ 

②计算每个子载波增加1 bit 信息所需的功 率增量,即

$$\Delta P_i = \frac{f(b_i + 1) - f(b_i)}{|H(i)|^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

③求得  $\{\Delta P_i\}$  中的最小值及其对应的子载 波序号,即

$$\min_{P} P = \min_{i=1,2,3,\cdots,N} \Delta P_{i};$$
  
index(min\_P) = arg min\_{i=1,2,3,\cdots,N} \Delta P\_{i}.

④ 给序号为 *index*(min\_ P) 的子载波分配
 1 bit 的信息,即

$$b_{index(\min_P)} = b_{index(\min_P)} + 1$$
.

计算当前已分配的比特总数,即: $R = sum(b_i)$ .若 $R < R_T$ ,判断 $b_{index(min_P)} = = M(M为 每个子载波的最大比特承载数),若是则转至⑤,$  $否则转至②;若<math>R = R_T$ ,比特分配完毕,转至②进行功率分配.

⑤ 置 ΔP<sub>index(min\_P)</sub> = +∞,转至 ③.
2) 功率分配.
P<sub>i</sub> = f(b<sub>i</sub>)/ | H(i) |<sup>2</sup>, i = 1,2,3,...,N.
至此,分配完成.

#### 2 本文提出的改进算法

本算法主要是针对 802. 11a 中的数字调制方式: BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM, 星座图采用格雷码编码, 每个子载波最多传输 6 bit. 比特误码率为 *p*<sub>b</sub> 时, 各种调制方式所需的发射功率如表 1

所示,其中 
$$Q(x) = \int_x^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	表1	在比特误码率为 p <sub>b</sub>	时,各种调制方式所需的符号功率
---------------------------------------	----	------------------------	-----------------

BPSK(1bit/symbol)	QPSK(2bits/symbol)	16QAM(4bits/symbol)	64QAM(6bits/symbol)
$P_1 = 0.5[Q^{-1}(p_b)]^2$	$P_2 = [Q^{-1}(p_b)]^2$	$P_4 = 5 \times \left[ Q^{-1} \left( 2 \left[ 1 - (1 - p_b)^2 \right] / 3 \right) \right]^2$	$P_{6} = 21 \times \left[ Q^{-1} \left( 4 \left[ 1 - (1 - p_{b})^{3} \right] / 7 \right) \right]^{2}$

从数字调制所需的功率可以看出,QPSK 为 BPSK 的两倍,即 $P_2 = 2 \times P_1$ .所以在比特分配过 程中,如果某一子载波分配了第一个比特,则下一 比特也会分配给这个子载波.在比特功率分配过 程中,当待分配的比特数大于2时,可以对若干个 子载波同时分配2个比特.若待分配的比特数为  $R_r$ ,则有 $\lfloor R_r/6 \rfloor$ 个功率增量较小的子载波的优先 级大于其它的 $R_r - \lfloor R_r/6 \rfloor$ 个子载波,且 $\lfloor R_r/6 \rfloor \times$  $6 \leq R_r$ ,其中6为每个子载波能承载的最大比特 数.所以这 $\lfloor R_r/6 \rfloor$ 个功率增量较小的子载波能分 配比特,且为2 bit.所以,改进的比特功率算法也 是一种贪婪算法,其性能也是最优的.

改进的最优化比特功率分配算法描述如下.

1)比特分配.

①初始化:每个子载波的初始化比特和功率 均为0,即

 $b_i = 0, P_i = 0, i = 1, 2, 3, \dots, N.$ 

②计算每个子载波增加1 bit 信息所需的功率增量,即
 (b) + 1) f(b)

$$\Delta P_i = \frac{f(b_i + 1) - f(b_i)}{|H(i)|^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

③在N个子载波中,找到[*R<sub>r</sub>*/6]个功率增量 较小的子载波,即

$$\{\Delta P_{i_1}, \Delta P_{i_2}, \cdots, \Delta P_{i_{\lfloor}\frac{R_T}{6}\rfloor}\},\$$

 $index(\Delta P_{i_1}, \Delta P_{i_2}, \cdots, \Delta P_{i \lfloor \frac{R_T}{6} \rfloor}) = \arg\min_{i=1,2,3,\cdots,N} \Delta P_i.$ 

④ 给序号为 *index*( $\Delta P_{i_1}, \Delta P_{i_2}, \dots, \Delta P_{i_{\lfloor} \frac{R_T}{6}}$ )的 所有子载波分配 2 bit,即

$$b_{index \in \Delta P_{i_1}, \Delta P_{i_2}, \cdots, \Delta P_{i_{\lfloor} \frac{R_T}{\zeta}})} = b_{index \in \Delta P_{i_1}, \Delta P_{i_2}, \cdots, \Delta P_{i_{\lfloor} \frac{R_T}{\zeta}})} + 2 \; .$$

更新待分配比特数 $R_{T} = R_{T} - 2 \times \lfloor R_{T}/6 \rfloor$ ,若  $R_{T} \ge 6$ ,判断 $b_{index(\Delta P_{i_{n}})} = = M$ ,若是则转至⑤,否 则转至②继续分配比特;若 $R_{T} < 6$ ,此时 $R_{T} \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,在N个子载波中,找到 $\lfloor R_{T}/2 \rfloor$ 个功 率增量较小的子载波,根据 R<sub>r</sub>的大小给每个载波 分配比特.转至2)进行功率分配.

⑤ 置 ΔP<sub>index(min\_P)</sub> = +∞ 转至 ②.
2)功率分配.
P<sub>i</sub> = f(b<sub>i</sub>)/ | H(i) |<sup>2</sup>, i = 1,2,3,...,N.
至此,分配完成.

3 计算量分析

改进的比特功率分配算法的1)中的①、②、 ⑤及2)与 Hughes-Hartogs 算法一致,所以主要考 虑比特功率分配算法中对功率增量的比较次数, 即1)中的③.改进的比特功率分配算法所需的比 较次数的理论值上界(假设待分配比特数始终是 6 的整数倍)如下所示.

第一次分配过程中,从N个子载波中搜索出 *R<sub>r</sub>*/6个功率增量较小的子载波,所需的比较的次数为

 $c_1 \leq N + (N-1) + \dots + (N - R_T/6 + 1) = 0.5R_T(2N - R_T/6 + 1)/6 = (R_TN)/6 - 0.5[(R_T/6)^2 - R_T/6].$ 

第二次分配过程中,  $M N \uparrow f$ 载波中搜索出  $(2/3 \times R_r)/6 \uparrow f$ 功率增量较小的子载波,所需比 较的次数为

$$\begin{split} c_2 &\leq N + (N-1) + \dots + (N - (2/3 \times R_T)/6 + 1) = \\ & \left[ 0.5(2/3 \times R_T)/6 \right] (2N - (2/3 \times R_T)/6 + 1) = \\ & 2/3 \cdot (R_T N)/6 - 0.5 \left[ (2/3) \cdot (R_T/6) \right]^2 - \\ & (2/3) \cdot (R_T/6) \right]. \end{split}$$

以此类推,改进的比特功率分配算法所需的 比较次数为







0 20 40 60 80 100 120 140
 子载波序号
 (b)传输速率为 256 bit/OFDM 符号
 图 2 本文提出的改进算法

$$\begin{split} \sum_{i=1}^{L} c_i &\leq \sum_{i=1}^{+\infty} c_i = (R_T N) [1 + 2/3 + (2/3)^2 + \cdots]/6 - \\ & 0.5[(R_T/6)^2 + ((2/3) \cdot (R_T/6)^2 + ((2/3)^2 \cdot (R_T/6))^2 + \cdots] + 0.5[R_T/6 + (2/3) \cdot (R_T/6) + (2/3)^2 \cdot (R_T/6) + \cdots] = \\ & 0.5R_T N - R_T ((R_T/10) - 1)/4. \end{split}$$

而 Hughes-Hartogs 算法的比较次数为  $R_rN$ , 所以改进算法相对于 Hughes-Hartogs 算法的计算 复杂度降低了 50% 以上.

#### 4 性能仿真及时间比较

本文采用满足广义平稳非相关散射模型的 ITU - RM. 1225 城市中的车载 Channel A 信道模 型,具体参数如表 2 所示.

表 2 车载 Channel A 信道模型参数

	Chan	夕並耕區政	
<b>抽</b> 天奴 -	相对延时/ns	平均增益/dB	- 多音朝殃侈
1	0	0	典型值
2	310	- 1	典型值
3	710	-9	典型值
4	1090	- 10	典型值
5	1730	- 15	典型值
6	2510	- 20	典型值

OFDM 系统仿真参数设置如下:子载波个数 N = 128,系统带宽 B = 10 MHz,比特误码率为  $10^{-3}$ . Hughes-Hartogs 算法和本文的改进算法均假 设每个子载波对应的信道为平坦的<sup>[2]</sup>.图1 为最优 化的 Hughes – Hartogs 分配算法.图2 为改进算法 的分配结果.从图1,2 可以看出,Hughes-Hartogs 算 法和本文的改进算法在相同的信道、相同的传输速 率和相同的误码率条件下,得到相同的比特分配结 果,说明了本文提出的改进算法也是最优化算法.



(c)传输速率为384 bit/OFDM 符号



(c)传输速率为 384 bit/OFDM 符号

本文提出的改进算法不仅保证了最优化的分配结果,同时大大降低了算法复杂度,从而大大提高了最优化算法的实用性.本文在Windows XP/Intel(R)Pentium(R)DualCPU\_\_E2180@2.00GHz/Matlab7.6.0.324上进行仿真,仿真结果如图3所示.从图3(a)可以看出,当传输速率为128 bit/OFDM符号时,运行时间小于Hughes-Hartogs算法的50%;当传输速率为640 bit/OFDM符号时,运行时间约为Hughes-Hartogs算法的33%.从图3(b)可以看出,当传输速率为

256 bit/OFDM 符号时,运行时间约为 Hughes-Hartogs 算法的 25%;当传输速率为 1 280 bit/OFDM 符号时,运行时间小于 Hughes-Hartogs 算法的 25%;从图 3(c)可以看出,本文提出的最优化改 进算法运行时间比 Hughes-Hartogs 算法大大减 低,运行时间小于 Hughes-Hartogs 算法的 25%.仿 真结果表明,OFDM 系统的传输速率或子载波数 越大,改进算法相对于 Hughes-Hartogs 算法效率 越高,这一优越性从改进算法 1)中的③可以充分 体现出来.



## 参考文献:

- WU Z, NASSAR C R. Narrowband interference rejection in OFDM via carrier interferometry spreading codes[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2005, 4(4):1491-1501.
- [2] LOVE D J, HEATH R W. OFDM power loading using limited feedback [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2005,54(5):1773-1780.
- [3] TALBOT S L, BOROUJENY B F. Spectral method of blind carrier tracking for OFDM[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008,56(7):2706-2717.
- [4] BANSAL G, HOSSAIN M J, BHARGAVA V K. Optimal and suboptimal power allocation schemes for OFDMbased cognitive radio systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(11):4710-4718.
- [5] FEITEN A, MATHAR R, REYER M. Rate and power allocation for multiuser OFDM: an effective Heuristic verified by Branch-and-Bound [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(1):60-64.
- [6] WANG N, BLOSTEIN S D. Comparison of CP-based single carrier and OFDM with power allocation [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005,53(3):391 – 394.
- [7] MOHANRAM C, BHASHYAM S. A sub-optimal joint subcarrier and power allocation algorithm for multiuser

OFDM[J]. IEEE Communications Letters, 2005, 9(8): 685 – 687.

- [8] YANG Q, SHIEH W, MA Y. Bit and power loading for coherent optical OFDM[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2008,20(15):1305 - 1307.
- [9] HARTOGS D H. Ennsembel modem structure for imperfect transmission media: U. S. 4679227, 4731816, 4833796[P].1987,1988,1989.
- [10] CZYLWIK A. Adaptive OFDM for wideband radio channels [C]//Global Telecommunications Conference, 1996.
   GLOBECOM '96. Communications: The Key to Global Prosperity. London, UK:[s. n. ],1996,1:713-718.
- [11] FISCHER R F H, HUBER J B. A new loading algorithm for discrete multitone transmission [C]//IEEE Conference, Globecom'96. USA:IEEE, 1996,1:724-728.
- [12] LAI S K, CHENG R S, LETAIEF K B, et al. Adaptive tracking of optimal bit and power allocation for OFDM systems in time varying channels [C]//WCNC 1999 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. New Orleans, LA, USA: [s. n. ], 1999, 2:776 780.
- [13] LEE J, SONALKAR R V, CIOFFI J M. Multiuser bit loading for multicarrier systems [J]. IEEE Transactions on communications, 2006, 54(7):1170-1174.

(编辑 张 宏)