

三维电磁场有限元数据到有限差格式的转换算法

龚海军, 徐达鸣, 傅恒志

(哈尔滨工业大学 材料科学与工程学院, 哈尔滨 150001, 331ghj@163.com)

摘要:为实现电磁场作用下三维凝固传输过程高效率有限元/有限差(FEM/FDM)耦合数值计算,针对任意三维 ANSYS 有限元剖分网格与有限差网格间不规则空间几何对应关系,并基于有限元数值插值原理,提出了一种将三维有限元网格节点上的场量计算结果转换为有限差格式数据的算法.采用基于 Visual Fortran 6.6A 平台的 QuickWin 模块及 Fortran95 语言编写了三维数据转换和后处理图形显示程序.经冷坩埚电磁定向凝固等工艺三维电磁场有限元计算结果的 FEM→FDM 数据转换及三维矢量/标量场结果显示,表明该算法及计算与显示程序是成功和有效的,可为后续基于有限差法的电磁凝固传输耦合计算提供可靠的电磁场数据和有效的图示分析手段.

关键词:电磁场; ANSYS 有限元分析; FEM/FDM 数据转换; 后处理显示; 耦合计算; 电磁凝固

中图分类号: TG249.7

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)09-1418-06

An FEM FDM data conversion algorithm for three-dimensional electromagnetic fields

GONG Hai-jun, XU Da-ming, FU Heng-zhi

(School of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, 331ghj@163.com)

Abstract: An algorithm for converting the three-dimensional (3D) electromagnetic (EM) data calculated on finite element (FEM) nodes into a finite difference (FDM) format was proposed in order to perform efficient FEM/FDM-coupled computations for solidification transport phenomena (STP) under various EM fields. The present method is available for arbitrary spatial relationships between the irregular FEM and FDM mesh patterns based on the interpolation principle of FEM. The corresponding programs for the data conversion and post-processing for 3D-displays were developed using Fortran-95 language and the QuickWin module on a Visual-Fortran-6.6A platform. The sample calculations and displays for the system of a cold-crucible EM directional solidification show that the proposed FEM-FDM data conversion algorithm is successful and effective. The present work will provide reliable EM field data and an efficacious 3D graphic analysis tool for the subsequent EM-STP-coupled computations with an FDM-based numerical method.

Key words: electromagnetic fields; ANSYS-FEM analysis; FEM/FDM data conversion; post-processing display; coupled computation; electromagnetic solidification

电磁约束凝固成形和电磁连铸等电磁材料加工及其数值模拟技术是目前研究较为活跃的领域^[1-3].电磁场作用下的合金凝固是一个多场作用下的热量、质量及流体动量强耦合传输过

程^[4],如冷坩埚电磁定向凝固过程中,高温金属熔体与冷坩埚壁之间存在剧烈的传热,同时电磁场对冷坩埚中的金属熔体有高密度的加热、搅拌及约束作用^[5-8].对这些发生在四维时空中的复杂多物理场耦合问题,通常需要采用有限元(FEM)、有限差(FDM)或有限体积(FVM)法等进行数值解析.许多多物理场相互作用下的复杂场量耦合计算常联合使用 FEM 和 FDM/FVM 来进

收稿日期: 2009-09-27.

作者简介: 龚海军(1978—),男,博士研究生;

徐达鸣(1958—),男,教授,博士生导师;

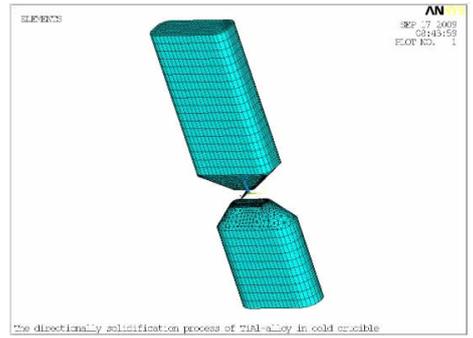
傅恒志(1929—),男,教授,中国工程院院士.

行,并已成为一种趋势^[9-12].由于 FEM 和 FDM/FVM 剖分网格空间结构差异较大,高效率的多场 FEM/FDM 耦合计算须有效解决两种数据格式的匹配,特别是三维 FEM→FDM 的数据格式转换问题.

为有效地将高效率凝固耦合传输统一模型^[13-15]应用于电磁凝固传输计算中,需采用 FEM 与 FVM 相结合的耦合计算方法,即应用通用有限元软件 ANSYS 进行电磁场量的计算,采用基于有限差法的凝固传输统一数学模型计算电磁凝固耦合传输过程.为此,本文提出一种将电磁场 FEM 计算结果转换成凝固传输耦合计算所需的 FDM/FVM 数据格式的有效方法.

1 三维电磁场计算模型

为检验本文数据转换方法和程序的普适性,首先对冷坩埚电磁定向凝固系统、电磁连铸系统、电磁熔炼和搅拌系统中的电磁场进行计算,然后将有限元格式的数据转换为有限差格式并显示.其中,冷坩埚电磁定向凝固系统造型和剖分如图 1 所示,模型比例为 1:1.本文计算模型采用 ANSYS 基于节点的方法,谐波模型除远场空气采用 INFIN111 单元外,其余均采用 SOLID97 单元,空



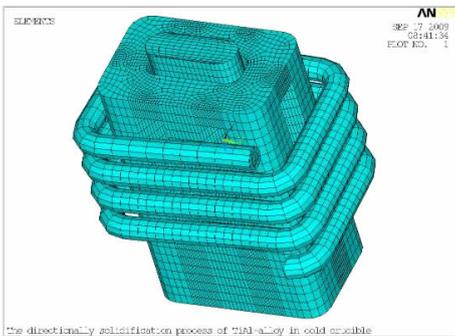
(b) TiAl 合金上下锭

图 1 冷坩埚电磁定向凝固计算模型结构及 FEM 网格剖分气单元定义磁矢位自由度,导体单元定义磁矢位和电压自由度.

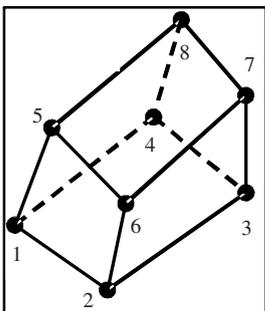
2 三维有限元计算结果的有限差转换

2.1 ANSYS 有限元计算结果的存储形式

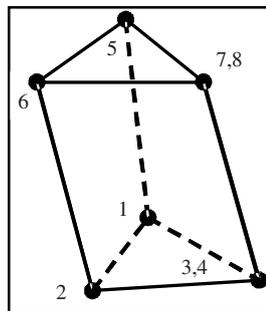
ANSYS 节点法求解电磁场得到的是节点解,对于静磁场计算结果的插值转换,需要输出结点坐标信息(*c.lis)、单元-材质-节点信息(*mn.lis)、节点形式的磁感应强度结果(*b.lis)、有单元信息的磁感应强度结果(*e.lis)4 个文件;对谐波和行波磁场,则还需另外输出焦耳热(*j.lis)和电流密度(*d.lis)两个结果文件.实际电磁计算中由于模型形状复杂,无法全部用六面体单元剖分网格,在某些区域会以退化的单元形式出现.通常情况下,8 节点空间等参数单元合并其中 1 个或几个节点,便可以退化为 4~7 节点的单元.在 ANSYS 模型中,六面体形单元只以楔形、金字塔形和四面体形 3 种退化单元形状来协调网格划分,如图 2 所示,不会出现 7 节点六面体单元(即图 2(a)中六面体合并任意相邻两点).故一般情况下,电磁场的计算值存储于 4 种不同形状和不同有效节点数目的单元或单元节点上.



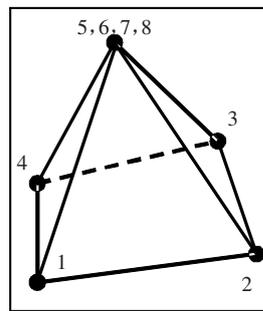
(a) 冷坩埚电磁定向凝固系统



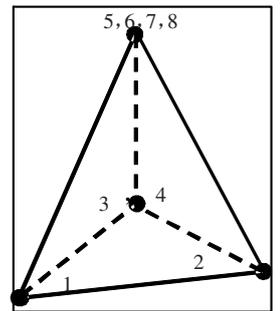
(a) 六面体单元



(b) 楔形单元



(c) 金字塔形单元



(d) 四面体形单元

图 2 ANSYS 三维电磁场有限元计算所用的 4 种单元形状

2.2 有限元计算结果的有限差转换

为将 3D-EM 的 FEM 计算结果应用于电磁凝固耦合传输计算,需将 FEM 数据向 FDM 形式

转换.对于如图 2(a)所示的三维一次 8 节点六面体单元,设: A 为其内部任意一点,8 个节点按右手定则顺序依次对其编号为 i, j, k, l, m, n, p, q .根

据有限元线性插值理论,电磁场量节点值在单元内沿 3 个坐标轴(x, y, z) 方向上将呈线性变化, x 方向分量 $u = u(x, y, z)$ 可写成

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6xz + a_7yz + a_8xyz. \tag{1}$$

$$u_A = [N] \{ \phi \} = \left[\frac{|\Delta_i|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_j|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_k|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_l|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_m|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_n|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_p|}{|\Delta|} \quad \frac{|\Delta_q|}{|\Delta|} \right] \{ \phi \}. \tag{2}$$

其中:

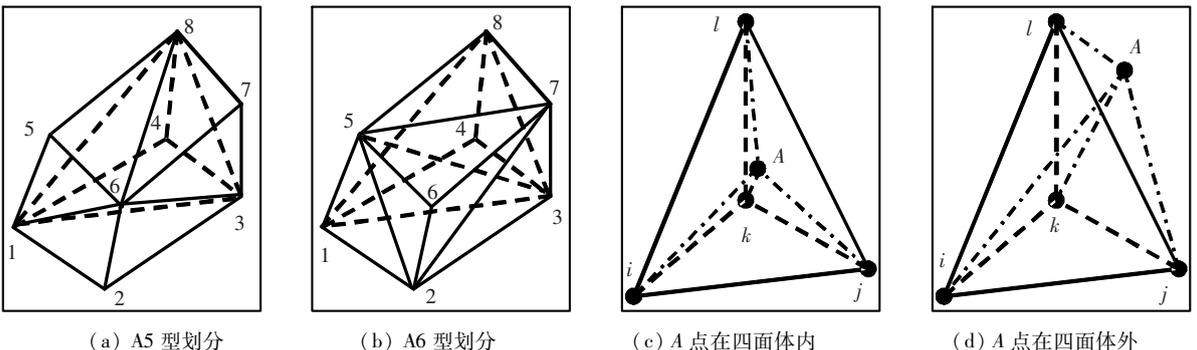
$$|\Delta| = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i & x_i y_i & x_i z_i & y_i z_i & x_i y_i z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j & x_j y_j & x_j z_j & y_j z_j & x_j y_j z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k & x_k y_k & x_k z_k & y_k z_k & x_k y_k z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l & x_l y_l & x_l z_l & y_l z_l & x_l y_l z_l \\ 1 & x_m & y_m & z_m & x_m y_m & x_m z_m & y_m z_m & x_m y_m z_m \\ 1 & x_n & y_n & z_n & x_n y_n & x_n z_n & y_n z_n & x_n y_n z_n \\ 1 & x_p & y_p & z_p & x_p y_p & x_p z_p & y_p z_p & x_p y_p z_p \\ 1 & x_q & y_q & z_q & x_q y_q & x_q z_q & y_q z_q & x_q y_q z_q \end{vmatrix}. \tag{3}$$

式中: $[N]$ 为形函数,是坐标 x, y, z 的函数, $\{ \phi \}$ 为六面体单元 8 个节点在 x 方向的电磁场分量构成的列向量,由 ANSYS 计算并导出. $|\Delta_i|, \dots, |\Delta_q|$ 分别为将 $|\Delta|$ 内的坐标值 $x_i, y_i, z_i, \dots, x_q, y_q, z_q$ 替换为 x_A, y_A, z_A . 同理, y, z 方向的电磁场分量 v, w 的插值计算可类似地写出.

对于在如图 3(c) 所示的四面体一次单元,同样设 A 为四面体内部任意一点,4 个节点按右手定则顺序依次对其编号为 i, j, k, l . 则 A 点处某一电磁场量值为

$$\begin{aligned} u_A &= [N] [u_i \quad u_j \quad u_k \quad u_l]^T, \\ v_A &= [N] [v_i \quad v_j \quad v_k \quad v_l]^T, \\ w_A &= [N] [w_i \quad w_j \quad w_k \quad w_l]^T. \end{aligned} \tag{4}$$

其中:



(a) A5 型划分 (b) A6 型划分 (c) A 点在四面体内 (d) A 点在四面体外

图 3 六面体 FEM 单元分解为四面的两种方式及 FDM 中心点与分解的四面体 FEM 的对应关系

确定了非四面体单元分解次序,便可通过体积判断来对 FDM 中心点与 FEM 单元进行查找和

式中: a_1, a_2, \dots, a_8 分别为待定系数. 六面体单元内任意一点 A 在 x 方向上的电磁场分量 u 可写成

$$[N] = [N_i \quad N_j \quad N_k \quad N_l] = \left[\frac{V_i}{V} \quad \frac{V_j}{V} \quad \frac{V_k}{V} \quad \frac{V_l}{V} \right]. \tag{5}$$

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}. \tag{6}$$

式中: V 为由 i, j, k, l 4 点构成的四面体体积, V_i, V_j, V_k, V_l 分别为四面体内的 A 点取代 i, j, k, l 构成的四面体体积.

其它两种形状单元的形函数可类似导出. 显而易见,采用四面体及其形函数进行线性插值计算相对其它单元形状要简单和方便,故本文将六面体形、楔形和金字塔形等非四面体单元都分解为便于插值计算的四面体单元来处理.

根据空间几何关系,任意六面体形单元可划分为 5 个或 6 个四面体,且分别有两种划分方式,以 A5、B5 和 A6、B6 表示,如图 3(a)、图 3(b) 所示. A5 型划分为 6 873, 6 581, 6 831, 6 321, 8 314, B5 型划分为 7 652, 8 754, 2 574, 7 324, 1 245; A6 型划分为 7 652, 2 573, 5 321, 8 753, 8 513, 1 483, B6 型划分为 7 652, 8 752, 5 218, 7 832, 1 238, 1 348. 为减少计算工作量,本文将六面体单元划分为 5 个四面体,楔形和金字塔形也做类似的分解处理,所有分解出的四面体子单元及其节点将携带原母单元及其节点上的所有信息.

对应. 具体方法是:如果 FDM 中心点 A 落入某非四面体 FEM 单元分解出的一个小四面体内

(图3(c)),则A点与此小四面体4个顶点组成的4个新小四面体的体积和与原小四面体体积将相等($< \epsilon, \epsilon$ 为一误差限),那么便认为该FDM中心点落入此四面体FEM单元中,随后以其对应的四面体的4个节点来线性插值;如果FDM中心点A落入小四面体外(图3(d)),那么根据四面体体积式(6),在顶点次序为非右手定则顺序的情况下,A点与此小四面体4个顶点组成的4个新小四面体的体积和将为负值或一小于原小四面体体积的值. ANSYS 网格原本为四面体形的单元无需再分解,可直接进行体积判断来与FDM单元查找对应,确认对应关系后便可对场量进行插值计算. 根据线性插值理论,上述插值计算方法对FDM中心点落在FEM单元表面、边界或单元节点上的情况同样适用.

需指出的是,ANSYS 计算的焦耳热和电流密度结果是按单元输出的,不能按上述方式直接插值计算,此时FDM中心点与FEM单元对应获取焦耳热和电流密度有两种方案:1)当某FDM中

心代表点落入某单元时,就以该单元的焦耳热和电流密度值作为FDM中心点的相应值,其缺点是当多个FDM中心代表点落入同一个FEM单元时取值都相同,不能很好显示焦耳热和电流密度值沿空间位置连续变化的趋势,且在靠近表面处焦耳热和电流密度值的插值结果将偏低;2)将FEM单元的焦耳热和电流密度值向单元的节点进行“节点化”处理. 即对于所有节点,先统计同一节点属于多少相邻单元共用,然后将此节点上的焦耳热和电流密度值取共用该节点的单元焦耳热和电流密度值的算术平均,最后再按上述处理磁感应强度的方法来查找对应和插值计算. 即本文选用第2套方案,这样处理的结果,也不可避免地会导致紧邻样件表面处焦耳热和电流密度值的插值结果偏低,但可以通过在场量梯度较大区域加细网格,保证足够的精度.

基于上述有限元的线性插值原理和所提出的实施方案,本文采用Fortran95语言编写了三维FEM→FDM数据转换程序,具体流程如图4所示.

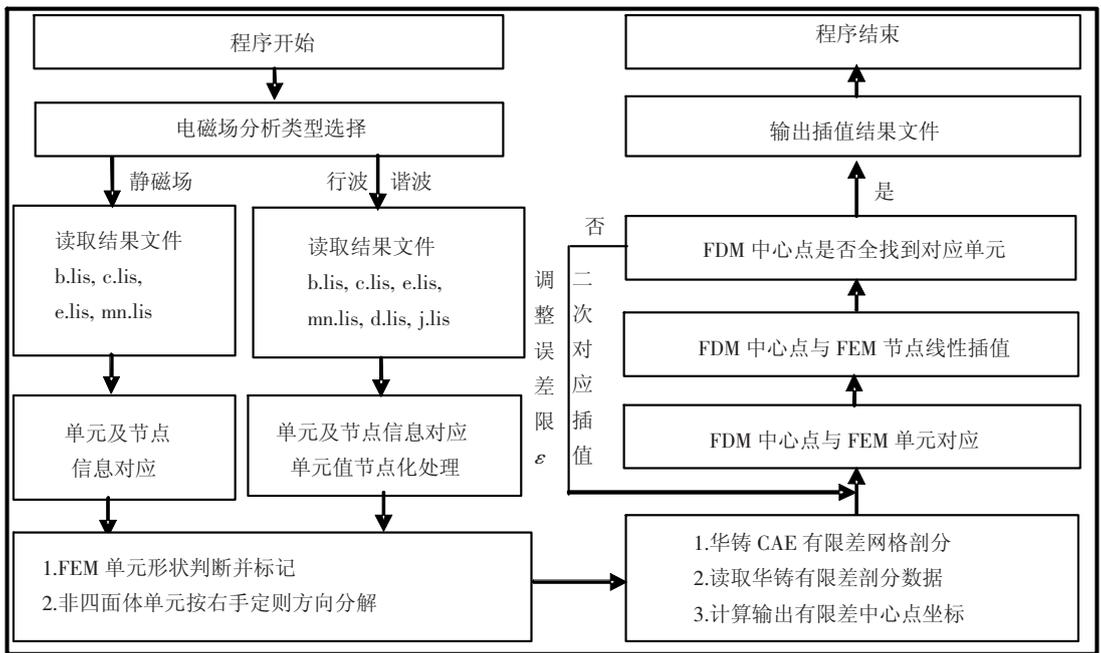


图4 FEM→FDM数据转换计算程序流程

对于一些几何形状复杂的模型,经过一次完整循环,有时会出现某些有限差中心点找不到与之对应有有限元单元的情况,也就是说没有得到插值结果,这时就需适当调整误差限 ϵ ,进行二次查找对应和插值,一般经过二次查寻都能找到对应单元;几何形状规则的模型,不会或很少出现需要二次查寻和对应的情况. 通常情况下,为了提高耦合计算精度和适应模型中变尺寸区域,FDM网格比有限元单元小而多,FEM/FDM转换计算的单元对应过程中可能有多个FDM中心点落入同一

FEM单元,如按六面体和五面体形函数进行插值计算,则这些落入同一FEM单元的多个FDM中心点的插值结果相近,这样便不能很好反映出因坐标变化而带来的场量变化;如将非四面体FEM单元分解,当FDM中心点落入某一非四面体FEM单元分解出的小四面体后,以此中心点所在的小四面体节点值进行插值计算,而当下一个FDM中心点再次落入同一非四面体FEM单元时,则以其所对应单元的另一分解出的小四面体节点值进行插值计算. 也就是说,不同时以非四面

体单元的所有节点来插值,这样便增加了插值结果对坐标的敏感性,这是分解非四面体单元进行插值计算的另一优点. 本文计算和转换工作在

1 台 CPU 主频为 3.0 GHz、内存为 3.0 GB 的 PC 上运行,各计算模型数据及转换计算用时对比如表 1 所示.

表 1 各计算模型 FEM→FDM 数据转换计算结果对比

计算实例	铸件或熔体中的 FEM 单元数					FDM 单元总数	第 1 次扫描下的 FDM 单元数	计算耗时 / s
	六面体	楔形	金字塔形	四面体	总数			
冷坩埚定向凝固	4 386	36	313	13 911	18 646	26 860	2 390	54.7
电磁连铸模型	66 816	0	112	279	67 207	75 206	2 474	511.0
感应熔炼模型	8 960	0	0	0	8 960	94 913	1 029	87.1

3 三维矢量场后处理显示对比

目前有许多商用软件自备后处理模块,可显示 3D 标量和矢量场,但是这些软件的显示模块通常不通用. 在凝固传输过程的研究中,尤其是对于涉及凝固的流动过程,纯液相区中的流速与固液两相区中的速度相比一般要大 1~2 个数量级以上,而这两个区域的流动行为对于凝固缺陷如宏观偏析等的定量预测极其重要,需要区分纯液相区和固液两相区采用双速度标尺才能同时有效显示整个凝固铸锭/铸件中的流场分布. 为此,本文通过 Visual Fortran 6. 6A 的 QuickWin 应用程序平台,用 Fortran 95 语言自行编写了集 FEM/FDM 数据转换计算和铸件凝固传输数值模拟数据 3D

图形显示功能于一体的后处理程序.

图 5 为冷坩埚电磁定向凝固系统内 TiAl 合金锭的各电磁场量对比,其中,图 5(a)、图 5(c)、图 5(e) 是 ANSYS 计算显示的结果,图 5(b)、图 5(d)、图 5(f) 是本程序将 ANSYS 计算结果转为有限差后的显示结果. 由图 5(a) 可见,磁感应强度在线圈所缠绕的中部区域最强,矢量方向沿合金铸锭向下,图 5(b) 是数据换后的等轴测显示结果,可见,转换后磁感应强度的大小和方向与转换前是一致的. 图 5(c)、图 5(e) 所示分别为 ANSYS 计算输出的上下锭中焦耳热和电流密度分布,相应的转换结果如图 5(d)、图 5(f) 所示,可见转换后的电磁场量分布与转换前吻合.

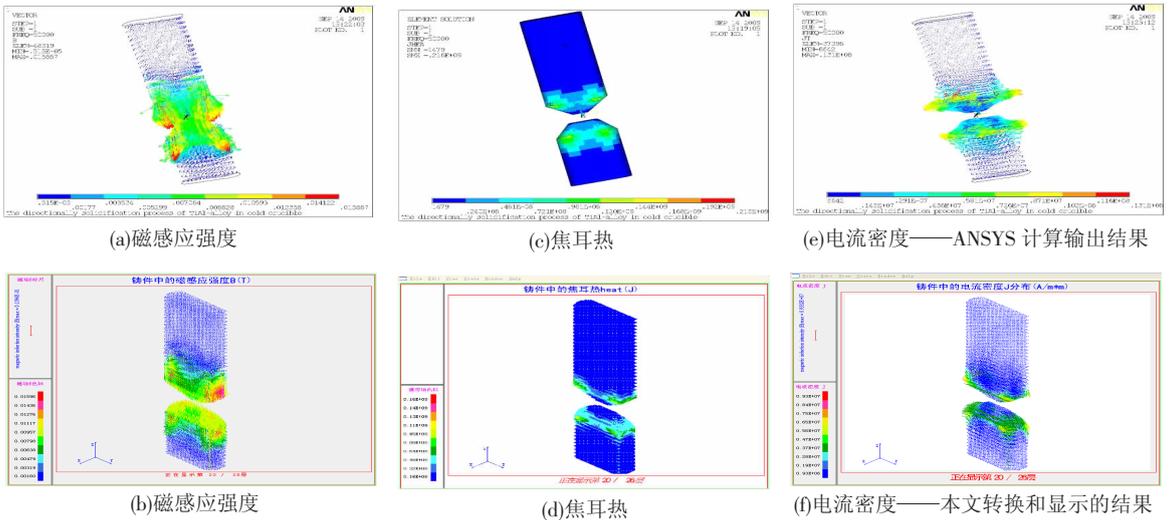


图 5 上、下钛合金铸锭中电磁场的 ANSYS 模拟结果与本文 FEM→FDM 数据转换后结果的对比

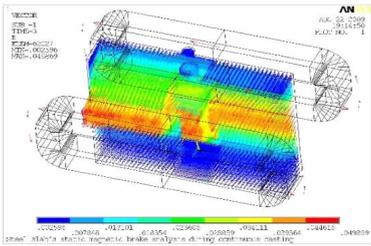
本文编写的后处理程序可根据实际需要,选择等轴测或斜二测显示二维和三维场量图像,如果必要,3 个坐标轴方向还可以任意互换,使图像在屏幕上以不同视角显现. 图 6(b) 即为连铸熔池内静磁场的斜二测分层显示,其分布规律和数值大小与转换前(图 6(a))一致,且水嘴出口处的液流和磁场值都显示正常. 图 6(c)、图 6(d) 所示为某一碳化硅坩埚内铝合金熔体的磁感应强度^[16]转换前后对比,结果表明:对于双变曲率的曲面结构,本文提出与开发的 FEM→FDM 转换算

法和计算、显示程序同样适用.

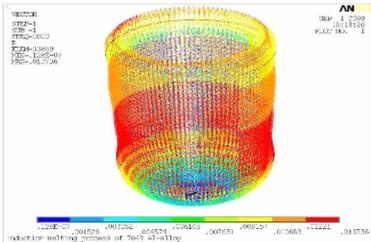
4 结 论

1) 将六面体有限元剖分单元及其退化单元统一地分解为简单四面体单元,然后进行 FEM→FDM 三维空间对应和数据插值计算这一处理方法是简便、可行的.

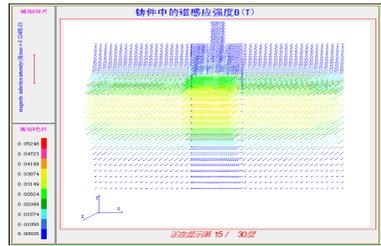
2) 对三维电磁场有限元计算实例的数据处理及结果显示表明,本文提出的 FEM→FDM 数据转换计算方法及开发的显示手段是成功和有效的.



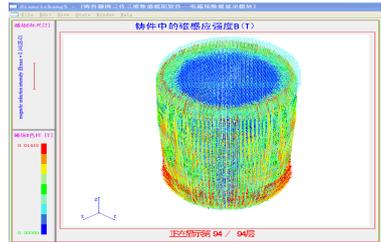
(a) ANSYS 计算输出的磁感应强度结果



(c) ANSYS 计算输出的磁感应强度结果



(b) 本文转换和显示的磁感应强度结果



(d) 本文转换和显示的磁感应强度结果

图6 不同电磁计算模型中磁感应强度的 ANSYS - FEM 模拟结果与本文 FEM→FDM 数据转换后结果的对比

3) 本文 FEM→FDM 数据转换算法和程序适用于由有限元法计算的任意三维矢/标量场数据向有限差格式转换计算,这一算法及程序与自行开发的 3D 图形显示软件为实现任意三维电磁凝固传输 FEM - FDM 耦合数值计算及工艺优化提供了必要的技术手段。

参考文献:

- [1] ASAI S. Recent development and prospect of electromagnetic processing [J]. *Science and Technology of Advanced Materials*, 2000, 1(4):191 - 200.
- [2] FORT J, KLYMYSHYN N, GARNICH M. Electromagnetic and thermal-flow modeling of a cold-wall crucible induction melter [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2005, 36(1):141 - 152.
- [3] DING Hongsheng, CHEN Ruirun, GUO Jingjie, *et al.* Directional solidification of titanium alloys by electromagnetic confinement in cold crucible [J]. *Materials Letters*, 2005, 59(7):741 - 745.
- [4] 包燕平, 张涛, 蒋伟, 等. 板坯连铸结晶器内钢液流场的三维数学模型[J]. *北京科技大学学报*, 2001, 23(2):106 - 110.
- [5] 李娇, 文光华, 祝明妹, 等. 宽板坯结晶器流场和温度场数值模拟优化分析[J]. *重庆大学学报*, 2009, 32(2):173 - 176.
- [6] 陈瑞润, 丁宏升, 郭景杰, 等. 冷坩埚连续熔铸与定向凝固 Ti6Al4V 合金的温度场计算[J]. *稀有金属材料与工程*, 2007, 36(10):1722 - 1727.
- [7] TANAKA T, YASHIRO N, SHIRAI Y, *et al.* LPE growth of AlN single crystal using cold crucible under atmospheric nitrogen gas pressure[J]. *Physical Status Solid C-Current Topics in Solid State Physics*, 2007, 4(7):2227 - 2230.
- [8] WU Shiping, LIU Dongrong, SU Yanqing, *et al.* Model-

ing of microstructure formation of Ti-6Al-4V alloy in a cold crucible under electromagnetic field[J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2008, 456(1/2):85 - 95.

- [9] 徐艳, 康进武, 黄天佑. 铸造过程温度场/应力场双向耦合的数值模拟[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2008, 48(5):769 - 772.
- [10] 李辉, 李志强. 铸造过程中的应力场数值模拟[J]. *中国铸造装备与技术*, 2007(6):13 - 15.
- [11] 李培锋, 孙立斌, 康进武, 等. 基于微机的铸件凝固过程应力数值模拟及工程应用[J]. *铸造技术*, 2001(3):5 - 8.
- [12] BAI Yunfeng, XU Daming, MAO Lihe, *et al.* FEM/FDM-joint simulation for transport phenomena in directionally solidifying TiAl casting under electromagnetic field[J]. *ISIJ International*, 2004, 44(7):1173 - 1179.
- [13] XU Daming, BAI Yunfeng, GUO Jingjie, *et al.* Numerical simulation of heat, mass and momentum transport behaviors in directionally solidifying alloy castings under electromagnetic fields using an extended direct-simple scheme[J]. *Int J Numerical Methods in Fluids*, 2004, 46(7):767 - 791.
- [14] XU Daming, NI Jun. A numerical approach of direct-SIMPLE deduced pressure equations to simulations of transport phenomena during shaped casting[C]//*Proceedings of the First International Multi-Symposium on Computer and Computational Sciences*. Washington: IEEE Computer Society, 2006: 815 - 821.
- [15] XU Daming, LI Qingchun. Numerical method for solution of strongly coupled binary alloy solidification problems[J]. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 1991, 20(2):181 - 201.
- [16] VIVÈS Ch, RICOU R. Fluid flow phenomena in a single phase coreless induction furnace[J]. *Metallurgical Transactions B*, 1985, 16(2):227 - 235. (编辑 张红)