

三维超材料的非线性电、磁响应特性

武立华, 王政平, 伍法美

(哈尔滨工程大学 理学院, 哈尔滨 150001, wulihua@hrbeu.edu.cn)

摘 要: 理论研究了埋入在非线性介质中的由金属线和谐振环构成的具有三维周期性结构的超材料的有效电、磁响应, 计算了该种超材料的有效磁导率和介电常数实部和虚部随外场的变化关系. 结果表明, 这种超材料有效磁导率和介电常数的实部对外磁场的响应具有回滞效应. 在一定条件下, 这种结构的属性可在右手材料、电单负材料与磁单负材料之间转换, 且这种转换可适当选择在某些特定频率范围内的外磁场强度的方式控制.

关键词: 超材料; 非线性光学; 回滞效应; 有效磁导率; 有效介电常数

中图分类号: O437.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2010)09-1509-04

Effective nonlinear electromagnetic properties of 3-D metamaterials

WU Li-hua, WANG Zheng-ping, WU Fa-mei

(College of Science, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China, wulihua@hrbeu.edu.cn,)

Abstract: We theoretically analyze the effective electronic and magnetic responses of a 3-dimensional nonlinear composite consisting of periodical arrays of wires and split-ring resonators (SRRs) embedded into a nonlinear dielectric. We calculate the dependences of the real parts and imaginary parts of the effective permittivity and permeability of the structure on the varying external magnetic field strength. We demonstrate that both the real parts of the effective permittivity and permeability have hysteresis structures. We also discuss the switching of the composite among right-handed materials, epsilon-negative materials, and mu-negative materials under different conditions, which can be controlled by a proper choice of the external magnetic field strength (intensity of incident electromagnetic waves) in a certain frequency range.

Key words: metamaterials; nonlinear optics; hysteresis effect; effective permeability; effective permittivity

早在 20 世纪 40 年代, 就有人提出了负折射的概念^[1]. 1968 年, Veselago^[2] 报告了同时具有负介电常数和负磁导率的介质 - 双负材料 (Double Negative Material, DNG) 的性质, 指出这种介质具有反多普勒效应、负折射、反切伦柯夫辐射等性质. 30 年后人们分别在理论^[3-4] 和实验^[5] 上证明了实现 DNG 的可能性. 国际上学者将由人工设计的、具有特异电磁性质的结构安排制备形成的材料统称为超材料 (metamaterials), 其中, 除 DNG 外, 还包括那些仅有介电常数为负值的材料 - 电单负材料 (epsilon-negative, ENG) 及仅磁导率为负值的材料 - 磁单负材料 (mu-negative, MNG). 相

应地将同时具有正介电常数和正磁导率的介质称为双正材料 (Double Positive Materials, DPS).

本文推导了由细导线 (Wires) 和裂环谐振器 (split ring resonators, SRRs) 构成的三维周期性结构超材料的有效磁导率表达式. 同时研究了此类超材料的有效非线性电、磁响应特性, 计算了有效磁导率和有效介电常数随外场的变化关系.

1 模型及理论分析

由 Wires 和 SRRs 构成的三维周期性超材料的结构见文献[6]. 在外磁场存在情况下, 由微观磁场 $\vec{H}'$ 和宏观磁场 $\vec{H}$ 的 Lorentz-Lorentz 关系^[7] $\vec{H}' = \vec{H} + \frac{4\pi\vec{M}}{3} = \vec{B} - \frac{8\pi\vec{M}}{3}$ 及磁感应强度的定义 $\vec{B} = \mu_{\text{eff}}\vec{H}$ 和 $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$ 推得其有效磁导

收稿日期: 2009-02-16.

作者简介: 武立华 (1979—), 女, 讲师, 博士生;

王政平 (1949—), 男, 教授, 博士生导师.

率为

$$\mu_{\text{eff}} = 1 + \frac{1}{\frac{\vec{H}'}{4\pi M} - \frac{1}{3}}.$$

(1)

由文献[8]知对于该结构为

$$\frac{\vec{H}'}{4\pi M} = \frac{|\vec{H}|c}{2\pi^2 a^2 n_m I}.$$

(2)

式中: a 为 SRR 半径, n_m 为 SRRs 体密度, I 为每个 SRR 的电流, c 为真空中的光速. 当外磁场取 $e^{i\omega t}$ 形式,每个 SRR 内由外场产生的电动势为 $\varepsilon = ZI$,则电流 I 为

$$I = \frac{\varepsilon}{Z} = \frac{-i\pi a^2 \left(\frac{\omega}{c}\right) |\vec{H}|}{Z}.$$

(3)

式中: ω 为入射光的角频率, c 为真空中的光速, $Z = \frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R$, L 为每个 SRR 的自感, C 为每个 SRR 狭缝间的电容, R 为每个 SRR 的电阻. 应用式(1) ~ 式(3) 得到:

$$\mu_{\text{eff}} = 1 + \frac{F\omega^2}{\omega_{\text{ONL}}^2 - \omega^2 \left(1 + \frac{F}{3}\right) + i\Gamma\omega}.$$

(4)

式中: ω_{ONL} 为非线性本征频率,且有 $\omega_{\text{ONL}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

d 为结构周期, $C = \frac{\varepsilon_D \pi r^2}{4\pi d_0}$, r 为 SRR 线的半径,其中, ε_D 为非线性电介质介电常数,且有 $\varepsilon_D = \varepsilon_D(|\vec{E}|^2)$, $F = \frac{2\pi n_m (\pi a^2)^2}{c^2 L}$ 为结构参数, $\Gamma = \frac{R}{L}$ 为损耗系数. 由电容 C 与非线性电介质介电常数 ε_D 的关系可得到该超材料有效介电常数 ε_{eff} 为

$$\varepsilon_{\text{eff}}(|\vec{E}|^2) = \left(\frac{c}{a}\right)^2 \frac{d_0}{\pi h \omega_{\text{ONL}}^2(\vec{H})} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma_e)}.$$

(5)

式中: ω_p 为有效等离子频率,且 $\omega_p = \left(\frac{c}{d}\right) \left[\ln \frac{d}{r_w}\right]$, r_w 为 Wires 半径. 利用式(4)、式(5)

和非线性本征频率与外磁场的关系^[9] 为

$$|\vec{H}|^2 = \alpha A^2 E_c^2 \frac{\left(1 - \frac{\omega_{\text{ONL}}^2}{\omega_0^2}\right) \left[\left(\frac{\omega_{\text{ONL}}^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \gamma^2\right]}{\left(\frac{\omega_{\text{ONL}}^2}{\omega_0^2}\right)^6},$$

(6)

即可得到有效磁导率和有效介电常数随外磁场的

变化规律. 其中, $A^2 = \frac{16\varepsilon_{D0}^3 \omega_0^2 (2r)^2}{c^2}$, $\omega_0 = \left(\frac{c}{a}\right) \left[\frac{d_0}{(\pi 2r \varepsilon_{D0})}\right]^{\frac{1}{2}}$ 为该超材料的线性本征频率, ε_{D0} 为线性介电常数, γ 为磁损耗系数.

2 有效磁导率和有效介电常数对外磁场变化的非线性关系

每个 SRR 狭缝嵌入的克尔介质在微波波段有很强的非线性特性^[10],其介电常数可表示为

$$\varepsilon_D(|\vec{E}|^2) = \varepsilon_{D0} + \alpha \frac{|\vec{E}|^2}{E_c}.$$

式中: ε_{D0} 为线性介电常数, $\alpha = \pm 1$ 分别为克尔聚焦或非聚焦情况, E_c 为非线性电介质的特征电场强度值^[11].

根据上述理论分析结果可以计算出该超材料的有效磁导率和有效介电常数对外磁场的响应. 当 $\gamma_e = 0.1\omega_p$, $r_w = 0.05\text{ cm}$, $a = 0.2\text{ cm}$, $\varepsilon_{D0} = 4$, $r = 0.02\text{ cm}$, $d_0 = 0.001\text{ cm}$, $d = 0.5\text{ cm}$ 时,线性本征频率 $\omega_0 = 6.69 \times 10^9\text{ rad/s}$, 当 $\frac{\omega}{\omega_0} =$

1.2 时, $\lambda \approx 24\text{ cm}$, $\frac{\omega}{\omega_0} = 0.8$ 时, $\lambda \approx 35\text{ cm}$,则超

材料的周期远小于入射光波的波长(此为有效介质理论成立的条件). 在此条件下计算得到有效磁导率实部和有效介电常数实部在聚焦介质和散焦介质情况下的非线性特性. 如图 1 所示. 图 1(a) 给出了在聚焦 ($\alpha = 1$) 且 $\omega_0 < \omega < \omega_p$ (其中, ω_0 为线性本征频率, ω_p 为等离子频率) 情况下,有效介电常数和有效磁导率实部随外磁场强度的变化情况. 由图 1(a) 可见,有效介电常数和有效磁导率实部随外磁场强度增加而增加,且 $Re(\varepsilon_{\text{eff}})$ 始终大于零. 当外场强度较小时,材料特性为 MNG,此时超材料与空气界面只存在 TE 表面波,这一点可能在超透镜成像方面被用于放大倏逝波;当外磁场强度增大到某一值时, $Re(\mu_{\text{eff}})$ 将变为正值. 此时该超材料特性由 MNG 材料跳变为 DPS. 所以随外磁场强度的增加,超材料由最初的不透明介质向透明介质转变,表明通过改变外场强度可实现改变结构透射特性的目的. 此外由于非线性折射率正比于 $|\vec{E}|^2$,当 $Re(\mu_{\text{eff}}) < 0$ 时,随着外磁场强度的增加非线性折射率增大,所以在 SRRs 中的局域电场不断增大,因而在此情况下可以获得较强的非线性效应.

图 1(b) 为聚焦且 $\omega < \omega_0 < \omega_p$ 的情况下,有效介电常数和有效磁导率实部随外磁场强度的变化

情况. 由图 1(b)可见, 由于非线性本征频率的平方是外磁场的三值函数, 导致二者实部在磁场变化过程中都有一回滞过程, 但二者的跳变特性截然不同. 即随着外磁场强度的不断变大, 有效介电常数的实部在某一临界值处由最初的较小正值跳到了较大正值, 而有效磁导率的实部则在同一临界值处由最初的正值跳到了负值, 在此过程中材料特性由最初的透明介质向不透明介质转变, 即材料由 DPS 材料跳变到 MNG 材料. 其相反过程可以在磁场强度由大变小的过程中得到. 这一过程可以实现光学双稳态.

图 1(c) 给出了在散焦 ($\alpha = -1$) 且 $\omega_0 < \omega < \omega_p$ 的情况下, 有效介电常数和有效磁导率实部随外磁场强度的变化情况. 在外磁场由小变大的过程中, 非线性介电常数的实部在某一外磁场临界值处由较大的正值跳变到较小的值, 而有效磁导率的实部则由最初的负值跳到了正值, 此时该超材料特性由 MNG 材料跳变为 DPS. 材料也由最初的不透明材料向透明材料转变. 同样的在外

磁场由大变小的过程中, 该超材料特性在另外一临界值处由 DPS 材料跳变为 MNG. 所以该超材料是 MNG 材料或 DPS 材料取决于外磁场变化过程是增大的还是减小的.

图 1(d) 描述了散焦且 $\omega < \omega_0 < \omega_p$ 的情形下, 有效介电常数和有效磁导率实部随外磁场强度的变化情况. 随着外磁场增大, 有效介电常数和有效磁导率实部都将逐渐减小. 当外磁场超过某一临界值时, 材料由 DPS 变为 ENG.

图 1(b) 与图 1(c) 所示的双稳变化特性有可能导致磁畴壁在该超材料的传播及不透明介质平板中电磁感应透明区的存在和时空电磁孤波的形成^[12].

图 2 给出了该超材料的有效介电常数和有效磁导率虚部对外磁场的非线性响应曲线. 由图 2 可知, 随着外磁场强度的增加, 几种情况下的电损耗都趋于定值. 而磁损耗则呈现多值性及跳变性.

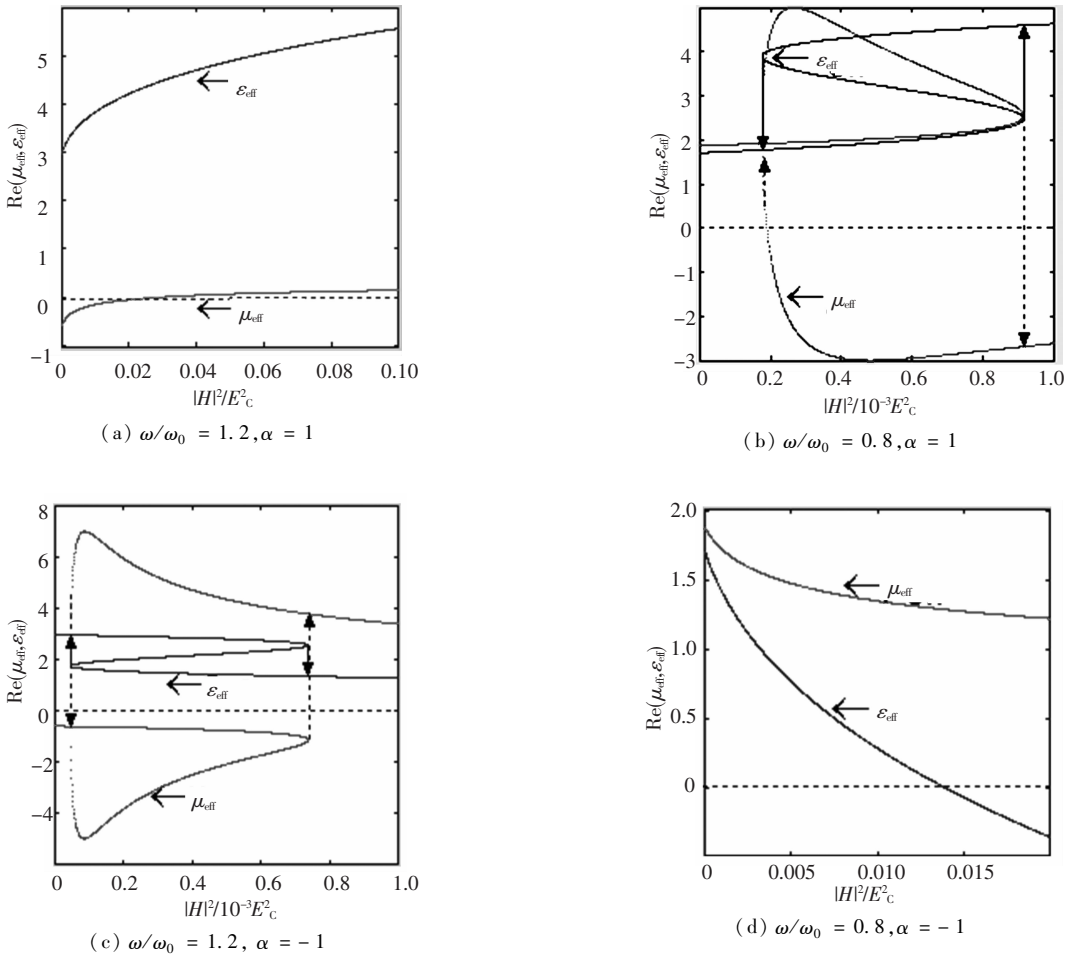


图 1 有效磁导率和有效介电常数实部随外磁场强度的变化

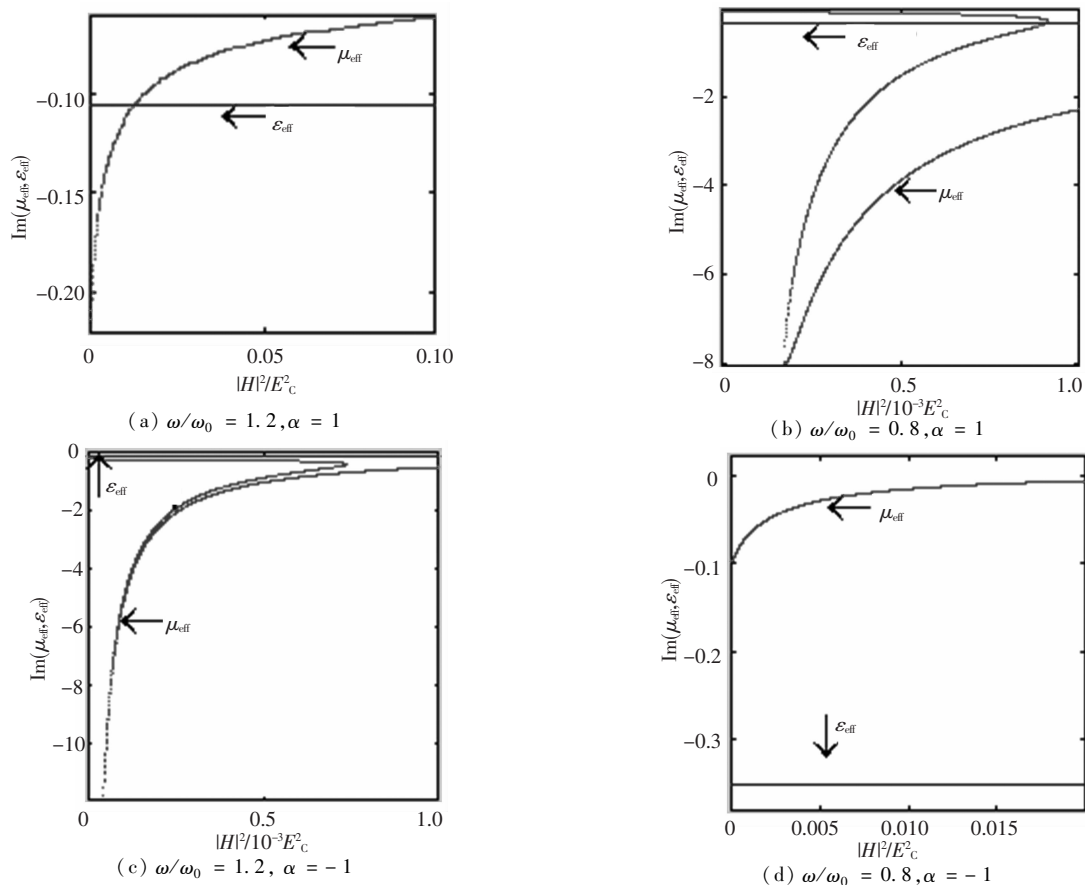


图2 有效磁导率和有效介电常数虚部随外磁场强度的变化

3 结 论

1) 这种超材料有效磁导率和有效介电常数实部对外磁场的非线性响应具有回滞特性。

2) 在不同的条件下, 这种超材料的性质可在 DPS、ENG 及 MNG 之间转换。上述研究结果可用于实现对这种超材料属性的调控。

3) 这种超材料的有效磁导率和有效介电常数随外场强度的变化关系可被用于增强非线性效应和实现双稳态转化。

参考文献:

- [1] MANDEL'SHTAM L I. Group velocity in crystal lattice [J]. Zh Eksp Teor Fiz, 1945, 15:475-478.
- [2] VESELAGO V G. The electrodynamics substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Sov Phys Usp, 1968, 10(14):509-514.
- [3] PENDRY J B, HOLDEN A J, STEWART W J, *et al.* Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures [J]. Phys Rev Lett, 1996, 76(25):4773-4776.
- [4] PENDRY J B, HOLDEN A J, ROBBINS D, *et al.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47(11):2075-2084.
- [5] SMITH D R, PADILLA W, VIER D C, *et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and per-

mittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(18):4184-4187.

- [6] ZHAROV A A, SHADRIVOV I V, KIVSHAR Y S. Suppression of left-handed properties in disordered metamaterials [J]. Journal of Applied Physics, 2005, 97(11):1-3.
- [7] BORN M, WOLF E. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light [M]. UK: Cambridge University Press UK, 2002.
- [8] SHADRIVOV I V, ZHAROVA N A, ZHAROV A A, *et al.* Defect modes and transmission properties of left-handed bandgap structures [J]. Phys Rev E, 2004, 70(4):1-6.
- [9] O'BRIEN S, McPEAKE D, RAMAKRISHNA S A, *et al.* Near-infrared photonic band gaps and nonlinear effects in negative magnetic metamaterials [J]. Phys Rev B, 2004, 69(24):1-4.
- [10] SHADRIVOV I V. Nonlinear guided waves and symmetry breaking in left-handed waveguides [J]. Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications, 2004, 2(3):175-180.
- [11] BELYANTSEV A M, KOZLOV V A, PISKARYOV V I. Submillimetre wave harmonic generation in magnetized plasma in n-InSb [J]. Infrared Physics, 1981, 21(2):79-84.
- [12] SHADRIVOV I V, ZHAROV A A, ZHAROVA N A, *et al.* Nonlinear magnetoinductive waves and domain walls in composite metamaterials [J]. Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications, 2006, 4(2):69-74.

(编辑 张 红)