

Gough-Stewart 机构 Hunt 奇异位形的判定

何景峰¹, 李保平², 杨宏斌², 韩俊伟¹

(1. 哈尔滨工业大学 机电工程学院, 150001 哈尔滨, hjfeng@hit.edu.cn; 2. 中兵光电科技股份有限公司, 100176 北京)

摘要: 对 Gough-Stewart 机构的结构参数和支腿长度与机构的奇异性关系进行研究。针对 3-3、6-3、6-6 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异时的位形特点, 导出了发生 Hunt 奇异时结构参数和支腿长度所需满足的关系式。将该关系式作为一个判定公式, 判断给定几何结构参数和支腿长度的 Gough-Stewart 机构是否存在或靠近 Hunt 奇异位形, 并利用两个实验验证了判定方法的有效性。该公式简洁, 非常适合于工程应用, 为并联机构的工程设计提供了一种简便直观的 Hunt 奇异性判定方法。

关键词: Hunt 奇异; Gough-Stewart 机构; 奇异性判定

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)01-0079-04

Hunt singularity determination for Gough-Stewart platform

HE Jing-feng¹, LI Bao-ping², YANG Hong-bin², HAN Jun-wei¹

(1. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, hjfeng@hit.edu.cn;

2. China north Optical-Electrical Technology Co., Ltd. 100176 Beijing, China)

Abstract: Geometry parameters and lengths of legs often have close relations with the singularity of a Gough-Stewart platform. When these parameters are improperly selected, the platform may have hunt singularities. The relations among the geometrical parameters and the leg lengths when in hunt singularity for 3-3, 6-3, 6-6 Gough-Stewart are derived according to their geometrical constrains. The obtained relations can be used as a geometrical criterions, for a Gough-Stewart platform with given geometrical parameters, to determine if the mechanism may have or close to Hunt singularity in its workspace. Two experiments are performed, which validates the hunt singularity criterions.

Key words: Hunt singularity; Gough-Stewart platform; singularity determination.

目前, 6 自由度 Gough-Stewart 机构被广泛应用于各种运动模拟设备中, 如飞行模拟器、车辆或舰船运动模拟器等。利用线几何法虽然有可能找到并联机构的所有奇异位形^[1], 但是非常复杂, 特别是对于 6-6 Gough-Stewart 机构, 奇异性仍然是一个研究热点^[2-4], 至今没有得到完全解决。Merlet^[5]利用线几何法列举了 6-3 Stewart 机构的奇异位形, 而黄真^[6]对 6-6 Gough-Stewart 机构利用线几何方法给出了一种奇异位形。H. D. Li^[7]针对并联机构的雅克比矩阵, 对其行列式的

代数表达式进行研究, 并给出了关于 6-6 Gough-Stewart 机构的奇异超曲面。B. Dasgupta 等^[8-10]研究了并联机构的无奇异工作空间及其路径规划问题, 对无奇异路径规划具有很好的参考价值。尽管如此, 根据奇异性超曲面进行奇异性避让的研究仍然处于初步阶段, 目前, 尚未能给出一个可以直接用于工程实际的奇异性判断方法。在各种已知奇异位形中, Hunt 奇异是比较容易产生的。Hunt^[11]在提出这种奇异位形时, 主要针对的是 6-3 Gough-Stewart 机构, 而对于 3-3 Gough-Stewart 机构和 6-6 Gough-Stewart 机构没有进行论述, 而且通常 Hunt 奇异都是根据几何图形给出的, 但是从应用上却没有给出一个可行和简便的 Hunt 奇异的判断方法。

本文针对 Hunt 奇异, 对 3-3, 6-3, 6-6 这 3

收稿日期: 2009-09-04.

基金项目: 哈尔滨工业大学优秀青年教师培养计划资助(HITQJNS. 2009. 010).

作者简介: 何景峰(1974—), 男, 博士, 讲师;

韩俊伟(1964—), 男, 教授, 博士生导师.

种 Gough-Stewart 结构进行了研究,并给出了每种 Hunt 奇异位形的存在性判据.

1 3-3 Gough-Stewart 机构

3-3 Gough-Stewart 机构如图 1 所示. 它的上平台和固定平台都是三角形结构,6 个支腿的上铰和下铰两两合并为 1 个连接铰. 这种机构发生 Hunt 奇异时,支腿 1、2、5、6 将处于同 1 个平面内,即平面 $A_3A_5B_5B_1$,6 个支腿都与直线 A_3A_5 相交,从而发生第 1 类特殊线丛奇异.

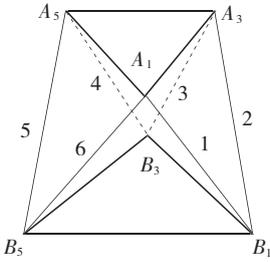


图 1 3-3 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异

此时即使将各个支腿都锁住不动,并联机构仍然能够绕直线 A_3A_5 进行转动. 另一方面,从重力平衡的角度来看,此时上平台和负载的重力将对直线 A_3A_5 形成 1 个力矩,但由于 6 个支腿都通过这条直线,无法与重力力矩平衡,因此,并联机构会绕直线 A_3A_5 进行转动.

为了导出发生 Hunt 奇异时的几何条件,在上平台上做 A_3A_5 边的垂线 A_1A_d ,类似地,在固定平台上做 B_3B_d 垂直于 B_1B_5 ,如图 2(a) 所示. 这样,可以根据三角形的边长情况来得到发生 Hunt 奇异时的几何条件.

当线段 A_dB_d 的长度等于线段 A_1A_d 和线段 A_1B_d 的长度之和时,三角形将变成一条直线,1、6 号支腿落在了平面 $A_1A_3A_5$ 内,如图 2(b) 所示. 从而发生 Hunt 奇异.

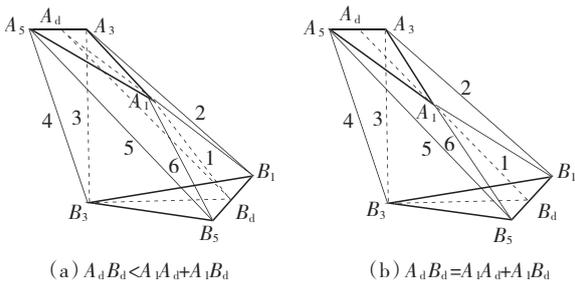


图 2 3-3 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异的几何条件

上述条件写成公式的形式为

$$A_dB_d = A_1A_d + A_1B_d. \tag{1}$$

式(1)给出了发生 Hunt 奇异的必要条件,而如果支腿最长长度足够长,不但能够达到 Hunt 奇异,而且随着 2、5 号支腿继续伸长,虽然上述三角形关系存在,但此时 1、6 支腿长度已经不是最短长度. 如果将 1、6 最短来表示线段 A_1B_d ,那么, Gough-Stewart 机构可以达到 Hunt 奇异位形的条件应该写成不等式:

$$A_dB_d \geq A_1A_d + A_1B_d.$$

为了与 Gough-Stewart 机构的结构尺寸联系起来,用上铰分布圆半径 r_a 、下铰分布圆半径 r_b 、支腿最短长度 L_{min} 和支腿最长长度 L_{max} 来表示上述不等式,见图 3.

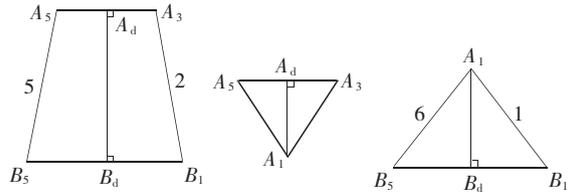


图 3 3-3 Gough-Stewart 机构各线段间的几何关系

线段 A_1A_d 可以直接表示为

$$A_1A_d = r_a \sin(\pi/6) + r_a = 3r_a/2. \tag{2}$$

A_1B_1 为 1 号支腿的最短长度,为 L_{min} ,那么, A_1B_d 、 A_dB_d 分别表示为

$$A_1B_d = \sqrt{L_{min}^2 - \left(r_b \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^2} = \sqrt{L_{min}^2 - 3r_b^2/4},$$

$$A_dB_d = \sqrt{(A_3B_1)^2 - (B_1B_d - A_3A_d)^2}.$$

式中, B_1B_d 和 A_3A_d 分别利用下铰分布圆半径和上铰分布圆半径表示为

$$B_1B_d = r_b \cos(\pi/6), \quad A_3A_d = r_a \cos(\pi/6).$$

A_3B_1 为 2 号支腿的最长长度 L_{max} ,则可以将 A_dB_d 写成

$$A_dB_d = \sqrt{L_{max}^2 - \left(r_b \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - r_a \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^2} = \sqrt{L_{max}^2 - (3/4)(r_b - r_a)^2}.$$

这样,3-3 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异时的几何条件为

$$\sqrt{L_{max}^2 - \frac{3}{4}(r_b - r_a)^2} \geq \frac{3}{2}r_a + \sqrt{L_{min}^2 - \frac{3}{4}r_b^2}. \tag{3}$$

式(3)中仅出现了 Gough-Stewart 机构结构的几何参数,对于给定结构的 Gough-Stewart 机构,利用上述公式可以直接判断是否存在 Hunt 奇异,非常便于工程应用.

2 6-3 Gough-Stewart 机构

6-3 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异判据与

3-3 Gough-Stewart 机构原理相同. 只是此时各个下铰是分开的, 需要将下铰间距 d_b 考虑进来.

由于下铰间距通常很小, 为此, 可以认为, 当 1、6 支腿落于平面 $A_3A_5B_1B_6$ 内时, 将发生 Hunt 奇异 (见图 4). 此时的几何条件近似写成:

$$A_d B_d \geq A_1 A_d + A_1 B_d, \quad (4)$$

$$A_1 B_d = \sqrt{L_{\min}^2 - (B_1 B_d)^2}, \quad (5)$$

$$B_1 B_d = r_b \sin(\pi/3 - a \sin(d_b/(2r_b))).$$

为了求取线段 $A_d B_d$ 的长度, 将 2 号支腿的下铰点由 B_2 移到 B_a . 此时, $A_3 B_a$ 的长度可以近似为 $L_{\max} + B_2 B_a$. 这样 $A_d B_d$ 的长度就可以在梯形 $A_3 A_d B_d B_a$ 中进行表示, 参见图 5, 有

$$A_d B_d = \sqrt{L_{\max}^2 - (B_a B_d - A_3 A_d)^2}, \quad (6)$$

$$B_a B_d = B_1 B_d + B_1 B_a = r_b \sin\left(\frac{\pi}{3} - a \sin\left(\frac{d_b}{2r_b}\right)\right) + \frac{d_b}{2}.$$

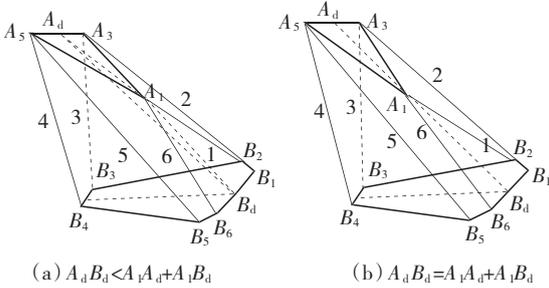


图 4 6-3 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异的几何条件

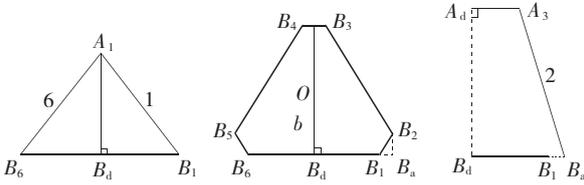


图 5 6-3 Gough-Stewart 机构各线段间的几何关系

将式(2)、(5)、(6)代入式(4)中, 得到 6-3 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异判据公式:

$$\left\{ (L_{\max} + d_b \cos(\pi/6))^2 - (r_b \sin(\pi/3 - a \sin(d_b/(2r_b))))^2 + d_b/2 - r_a \cos(\pi/6) \right\}^{\frac{1}{2}} \geq (3/2)r_a + (L_{\min} - (r_b \sin(\pi/3 - a \sin(d_b/(2r_b))))^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

3 6-6 Gough-Stewart 机构

6-6 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异判据. 6-6 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异时, 近似认为 1、6 支腿将能够落于平面 $A_3A_4B_1B_6$ 内. 此时的几何条件可以写成

$$A_d B_d \geq A_c A_d + A_c B_d.$$

此时, 随着 2、5 支腿的伸长或 1、6 支腿的缩短, 图 6 (a) 将可以进一步达到如图 6(b) 的 Hunt 奇异位形.

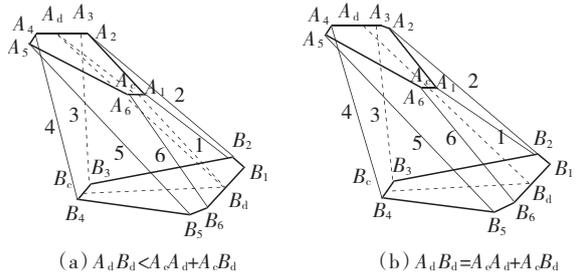


图 6 6-6 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异的几何条件

类似的, 可以得到 6-6 Gough-Stewart 机构 Hunt 奇异位形判断公式

$$\left((L_{\max} + \cos(\pi/6)(d_a + d_b))^2 - (h_a - h_b)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \geq r_a \cos(\pi/3 - a \sin(d_a/(2r_a))) + (r_a^2 - (d_a/2)^2)^{\frac{1}{2}} + (L_{\min}^2 - (r_b \sin(\pi/3 - a \sin(d_b/(2r_b)))) - d_a/2)^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

式中:

$$h_a = r_a \sin(\pi/3 - a \sin(d_a/(2r_a))) + d_a/2,$$

$$h_b = r_b \sin(\pi/3 - a \sin(d_b/(2r_b))) + d_b/2.$$

在对上述 3 种机构进行 Hunt 奇异位形判别公式推导的过程中, 对于 3-3 Gough-Stewart 机构得到的是精确的判断准则, 该准则中不存在任何近似; 而对于 6-3 和 6-6 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异判据, 都做了一定近似. 对于大多数运动模拟器, 在设计时均尽可能使上、下铰靠近^[12], 而且由于奇异位形在工程实际中是 1 个区域的概念, 而不是单纯的 1 个点, 因此, 利用近似的奇异判据可以对这个区域进行有效判断, 而且在 Gough-Stewart 机构结构设计和控制系统保护中, 都要留有一定的安全余量; 因此, 本节提出的 Hunt 奇异性判断条件能够满足工程上对 Hunt 奇异判据的要求.

实际上, 当要判断某个 Gough-Stewart 机构结构是否存在奇异时, 可以直接利用 3-3 Gough-Stewart 机构的 Hunt 奇异性判据就可以对奇异性进行近似判断, 而且该公式简洁, 非常适合于工程应用, 可以作为经验公式对 Gough-Stewart 机构进行初步奇异性判断.

4 计算实例与实验

给定 2 个 6-6 Gough-Stewart 机构, 称为结构 1 和结构 2, 它们的结构参数如表 1 所示.

表 1 结构 1 与结构 2 结构参数					m	
结构	上铰圆半径 r_a	下铰圆半径 r_b	上铰短边间距 d_a	下铰短边间距 d_b	支腿极限长度	
					L_{\min}	L_{\max}
1	0.47	0.47	0.26	0.26	1.438 5	1.883 5
2	0.78	0.78	0.20	0.20	1.470 0	2.050 0

分别利用上述3种 Hunt 奇异位形判断条件对结构1、结构2进行判断。为了对不同尺寸的机构进行比较,在进行奇异性条件计算时,利用机构各自的上铰圆半径 r_a ,对计算结果进行了无量纲化处理。

表2给出了针对这2种结构分别计算式(3)、式(7)和式(8)的左端与右端值,并将差值列于表2中,当该值为正时,说明满足奇异判据, Gough-Stewart 机构被判断具有 Hunt 奇异,或者说该机构在其工作空间中存在或者非常靠近 Hunt 奇异。

表2 两种结构的奇异性计算结果

结构	3-3 Gough-Stewart	6-3 Gough-Stewart	6-6 Gough-Stewart
结构1	0.158 7	0.438 2	0.565 4
结构2	-0.391 7	-0.141 6	-0.086 9

由表2可见,结构1满足3种奇异性判据,该结构具有 Hunt 奇异位形。而对于结构2,3个值均为负数,该结构不具有 Hunt 奇异位形。实际上,如果上述3个值有负值也有正值时,也说明该机构处于 Hunt 奇异附近。

为了进一步验证上述分析结果,分别对结构1和结构2进行实验。实验时,在保持其他支腿最短,而逐渐增长支腿2、5的长度。对于结构1,当支腿2、5伸长过程中,该试验台会进入奇异区,此时即使各个支腿不再伸长,上平台连同负载在重力作用下会发生翻转,如图7(a)所示。而对于结构2,即使将2、5号支腿伸到最长,也不存在平台翻转现象,如图7(b)所示。



(a) 结构1

(b) 结构2

图7 Hunt 奇异性实验

5 结 论

1) 根据6自由度 Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异位形时的结构特点,分别给出了3-3、6-3和6-6这3种机构形式下, Gough-Stewart 机构发生 Hunt 奇异时的判定公式。

2) 对于1个给定几何结构的 Gough-Stewart 机构,只需根据其结构参数,就可以直接利用该判

定公式对该机构的 Hunt 奇异性状态进行判定,从而为并联机构的工程设计提供了一种简便直观的 Hunt 奇异性判定方法。

参 考 文 献:

- [1] HUANG Zhen, CHEN Longhui, LI Yanwen. The singularity principle and property of Stewart parallel manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 2003, 20(4): 163 - 176.
- [2] TSAI K Y, LIN J C. Determining the compatible orientation workspace of Stewart-Gough parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(10): 1168 - 1184.
- [3] JIANG Q, GOSSELIN C M. Determination of the maximal singularity-free orientation workspace for the Gough-Stewart platform [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(6): 1281 - 1293.
- [4] BANDYOPADHYAY S, GHOSAL A. Geometric characterization and parametric representation of the singularity manifold of a 6 - 6 Stewart platform manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(11): 1377 - 1400.
- [5] MERLET J P. Singular configuration of parallel manipulators and grassmann geometry[J]. International Journal of Robotics research, 1989, 8(5): 45 - 56.
- [6] 曹毅, 黄真, 李艳文, 等. 并联机构奇异轨迹的性质识别[J]. 中国机械工程, 2005, 16(10): 901 - 905.
- [7] LI H D. The analytical singularity locus equation and the determination of singularity-free zones in the workspace of the general Gough-Stewart platform [D]. Quebec: University Laval, 2005.
- [8] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. Singularity-free path planning for the Stewart platform manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(6): 711 - 725.
- [9] COLINS C S. Singularity analysis and design of parallel manipulators [D]. Irvine: University of California, 1997.
- [10] KUMAR A, CHEN I M, YEO S H, et al. Workspace generation and planning singularity-free path for parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(7): 776 - 805.
- [11] HUNT K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms[J]. ASME Journal of Mechanisms Transmissions Automation, 1983, 105: 705 - 712.
- [12] ADVANI S K. The kinematic design of flight simulator motion-bases [D]. Delft, Netherlands: Delft University of Technology, 1997.