

# 汽车悬架运动学特性参数优化方法

管欣<sup>1</sup>, 逢淑一<sup>1</sup>, 詹军<sup>1</sup>, 秦民<sup>2</sup>, 高立新<sup>3</sup>

(1. 吉林大学汽车动态模拟国家重点实验室, 130022 长春, psylyl@sohu.com;

2. 一汽技术中心, 长春 130011; 3. 奇瑞汽车股份有限公司, 241009 安徽 芜湖)

**摘要:**为解决汽车悬架运动学特性参数优化难题,提出用数学语言描述悬架运动学特性参数的约束条件,及利用牛顿迭代法进行优化的方法.该方法能快速找出所需调整的设计变量,并能快速有效地搜索到最优解,适合于多设计变量、多目标函数的优化.针对某样车后悬架前束角及外倾角存在的问题,应用该方法对目标函数影响较大的设计硬点坐标值进行优化.结果表明,2次迭代后,使悬架运动学特性达到较为合理的设计状态.

**关键词:** 车辆工程;底盘调教;悬架优化;多目标优化

中图分类号: U463.33

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)01-0145-04

## Optimization of suspension kinematics characteristic parameters

GUAN Xin<sup>1</sup>, PANG Shu-yi<sup>1</sup>, ZHAN Jun<sup>1</sup>, QIN Min<sup>2</sup>, GAO Li-xin<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Automobile Dynamic Simulation, Jilin University, 130022 Changchun, China, psylyl@sohu.com;

2. China FAW Group Corporation R & D Center, Changchun 110025, China; 3. Chery Automobile Co. Ltd. 241009 Wuhu, Anhui, China)

**Abstract:** To solve the problem of optimization of vehicle suspension kinematics, a new method to describe the kinematics constraint conditions by mathematics and to optimize the kinematics parameters by Newton iteration method is presented. With it, the proper variable of the suspension and the optimum solution can be found quickly, so that it is suitable to the optimization of suspension kinematics with multi-variable and multi-objective function. Taking a off-road vehicle's problem in toe angle and camber angle as an example, the optimization results of hard-points coordinates show that the desired characteristics of the suspension kinematics can be achieved in two step iterations.

**Key words:** vehicle engineering; chassis tuning; suspension optimization; multi-objective optimization

随着汽车行驶速度的提高,悬架运动学对操纵稳定性的影响程度显著增强<sup>[1-4]</sup>.国内外在悬架运动学特性参数优化方面没有成熟的优化方法,一般采用根据工程师经验的试凑法<sup>[5-7]</sup>.虽有研究人员提出一些目标函数,但目标函数忽视了悬架运动学的内部规律,不能针对具体悬架形式进行优化.

本文提出了悬架运动学优化的一般方法,探索了一种用数学语言描述悬架运动学特性参数的约束条件,并利用牛顿迭代法思想进行优化的方法.该方法通过求解矩阵求得最优解.

## 1 约束条件的数学描述

悬架运动学特性参数的设计变量为悬架设计硬点各向坐标,分别为  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , 目标函数为悬架运动学特性参数,分别设为  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 对于第  $k$  个变量  $x_k$ , ( $1 \leq k \leq m$ ), 其影响目标函数的函数分别是  $f_{k1}(x_k), f_{k2}(x_k), \dots, f_{kn}(x_k)$ , 对应关系如表 1.

表 1 设计变量对应的函数

变量	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$
$x_1$	$f_{11}(x_1)$	$f_{12}(x_1)$	...	$f_{1n}(x_1)$
$x_2$	$f_{21}(x_2)$	$f_{22}(x_2)$	...	$f_{2n}(x_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$x_m$	$f_{m1}(x_m)$	$f_{m2}(x_m)$	...	$f_{mn}(x_m)$

收稿日期: 2009-05-31.

基金项目: 国家高技术发展计划资助项目(2006AA110101); 吉林省科技发展计划重点项目(2008006).

作者简介: 管欣(1961—),男,教授,博士生导师.

$f_{11}(x_1)$  到  $f_{mn}(x_m)$  是为分析方便定义的函数,第  $k$  个变量  $x_k$  影响第  $j$  个参数的函数为  $f_{kj}(x_k)$ ,该函数只考虑变量  $x_k$  对  $y_j$  的影响,当  $i \neq j$  时,假设  $x_k$  小范围变化对  $f_{ij}(x_i)$  影响忽略不计.

悬架设计硬点对特性参数的影响函数  $f_{kj}(x_k)$  在动力学模型中不能直接得到,但在工程实际中,  $x_k$  在  $(x_k - \Delta x_k, x_k + \Delta x_k)$  小范围内变动时,近似满足下列关系:

$$f'_{kj} = \frac{f_{kj}(x_k) - f_{kj}(x_k - \Delta x_k)}{\Delta x_k} = \frac{f_{kj}(x_k + \Delta x_k) - f_{kj}(x_k)}{\Delta x_k} \quad (1)$$

不妨设  $S_{kj}$  为  $x_k$  处的斜率,  $S_{kj} = f'_{kj}(x_k)$ ,其物理意义为  $x_k$  单位长度的变化引起  $y_j$  的变化量.按照对导数的定义,可以得出各变量导数(见表 2).

表 2 设计变量对应的导数

变量	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$
$x_1$	$S_{11}$	$S_{12}$	...	$S_{1n}$
$x_2$	$S_{21}$	$S_{22}$	...	$S_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$x_m$	$S_{m1}$	$S_{m2}$	...	$S_{mn}$

在优化悬架运动学参数时,由式(1)可得

$$f_{kj}(x_k + \Delta x_k) = f_{kj}(x_k) + S_{kj} * \Delta x_k.$$

对于目标函数  $y_j$ ,当  $x_1, x_2, \dots, x_m$  均发生变化时,其变化后的值  $y'_j$  变为

$$y'_j = f_{1j}(x_1 + \Delta x_1) + f_{2j}(x_2 + \Delta x_2) + \dots + f_{mj}(x_m + \Delta x_m) \approx f_{1j}(x_1) + S_{1j}\Delta x_1 + f_{2j}(x_2) + S_{2j}\Delta x_2 + \dots + f_{mj}(x_m) + S_{mj}\Delta x_m = f_{1j}(x_1) + f_{2j}(x_2) + f_{mj}(x_m) + S_{1j}\Delta x_1 + S_{2j}\Delta x_2 + \dots + S_{mj}\Delta x_m. \quad (2)$$

其中,

$$y_j = f_{1j}(x_1) + f_{2j}(x_2) + f_{mj}(x_m), \quad (3)$$

式(2) - 式(3)得

$$S_{1j}\Delta x_1 + S_{2j}\Delta x_2 + \dots + S_{mj}\Delta x_m = y'_j - y_j. \quad (4)$$

因此,令  $y'_j - y_j$  为约束条件,可以解得满足上述约束条件的  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$  的取值.根据具体问题取不同数量的设计变量及约束方程.

式(4)中,当  $j = 1, 2, \dots, n$  时,可以对  $j$  个目标进行约束,得到关于  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$  的矩阵,求解矩阵即得到  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$  的取值.

## 2 悬架运动学的牛顿迭代法

令设计变量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ,目标函数  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $m$  个设计变量  $n$  个约束方程可以写成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & \dots & S_{m1} \\ S_{12} & S_{22} & \dots & S_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{1n} & S_{2n} & \dots & S_{mn} \end{bmatrix}_{n \times m} \times [X]_{m \times 1} = [Y]_{n \times 1}.$$

假定  $n$  个约束方程各不相同,即没有重复约束.给定  $n$  个约束条件时,应选数量  $\geq n$  的设计变量进行优化.

由于以上提出的函数  $f$  是未知的,对于已知的设计变量  $X$ ,可以在动力学软件中求解出导数矩阵  $S$ ,因此只能先求  $X$ ,再求此时对应的  $S$  矩阵,这里选取牛顿迭代法进行优化.该方法的特点是在搜索最优解时先预估一个较优的解,在较优解的基础上进一步求解,经过  $n$  次迭代,搜索出最优解  $X_n$ ,如图 1 所示.

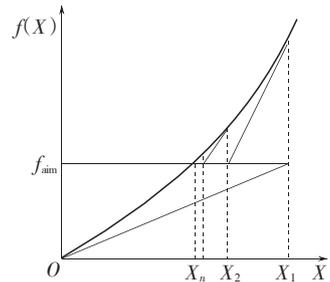


图 1 牛顿迭代法求解

约束条件为定值约束时,得到的最优解不一定是工程实际能够接受的,这时可以对每个约束扩大范围,给出约束范围,在线性规划的可行区域内取值,按工程实际选取合适的  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$ .即使约束条件在较大范围约束,仍然可能出现空解的情况,此时需要权衡各约束的重要程度,或者更换设计变量重新求解.

## 3 实例优化

### 3.1 样车后悬架存在的问题

本文分析的样车后悬架为双横臂独立悬架,模型是由多体动力学软件 ADAMS/Car<sup>[8-10]</sup> 建立,从三维数模得到悬架硬点坐标,整车模型及本文针对分析的后悬架模型如图 2、3 所示.对样车进行平行轮跳仿真,轮心跳动量在  $-100 \sim 100$  mm.对前束角及外倾角变化趋势分析如下.

为了不因轮胎的侧偏而使磨损加剧,滚动阻力增加,直线行驶能力下降,则前束角在行驶中应尽量保持基本不变.如图 4 所示,该曲线由  $-3.8^\circ$  变化到  $14^\circ$ ,变化幅度较大,较好的前束角变化曲线应为前束角轮跳变化基本不变,即控制在零值附近.

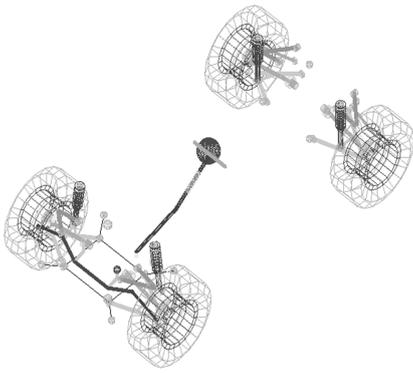


图2 ADAMS 整车车辆模型

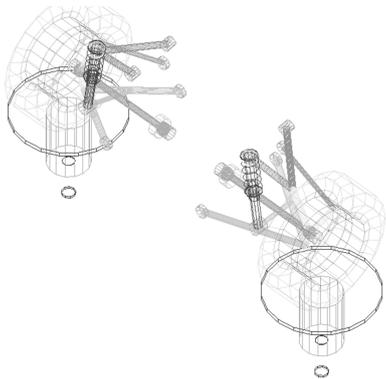


图3 ADAMS 车辆后悬架模型

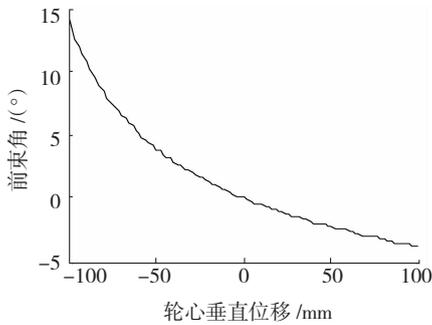


图4 车轮前束随轮跳变化曲线

汽车作曲线行驶时车体侧倾,引起外侧车轮相对地面向正的外倾角方向变化,内侧车轮相对地面向负的外倾角方向变化,从而降低了轮胎的侧偏性能;因此,独立悬架常设计成车轮上跳时外倾角朝负值方向变化,而在下落时朝正的方向变化.如图5所示,该车的外倾角变化不符合设计要求.

### 3.2 悬架运动学优化

双横臂悬架主要的设计硬点为悬架上、下控制臂对应的前点、后点、外点6点及横向杆内外2点,共计8个点,对应 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 3向坐标,共24个设计变量.考虑到悬架的实际情况以及影响前束角及外倾角的程度,可以对上控制臂前点 $z$ 坐标 $x_1$ 、横向杆内点 $z$ 坐标 $x_2$ 进行优化.

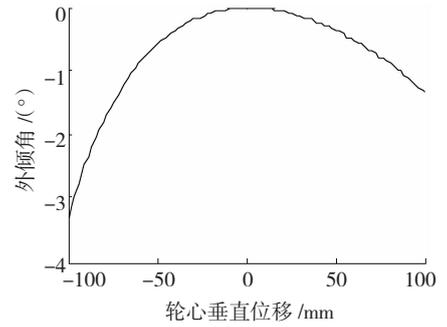


图5 车轮外倾角随轮跳变化曲线

前束角随轮跳不断变化,选取何处轮跳位置的前束角和外倾角作为目标函数需要根据具体悬架特性曲线来定.图4中轮心下落至 $-100\text{ mm}$ 处的前束角达到 $14^\circ$ ,变化过大,因此对轮心下落至 $-100\text{ mm}$ 处前束角进行约束;外倾角在轮心下落至 $-100\text{ mm}$ 处较大地降低了轮胎侧偏性能,因此在 $-100\text{ mm}$ 处进行约束.表3、4中 $y_{\text{toe}1}$ 、 $y_{\text{toe}2}$ 取下落至 $-100\text{ mm}$ 处的前束角, $y_{\text{camber}1}$ 、 $y_{\text{camber}2}$ 指下落至 $-100\text{ mm}$ 处的外倾角,其中下脚标1、2分别表示第1次和第2次优化前的目标函数.表3、4为第1次和第2次优化时的变量对应的导数.

表3 第1次优化时设计变量对应的导数

变量	$y_{\text{toe}1}$	$y_{\text{camber}1}$
$x_1$	$S_{11} = 0.429$	$S_{12} = -0.130$
$x_2$	$S_{21} = -0.133$	$S_{22} = -0.015$

表4 第2次优化时设计变量对应的导数

变量	$y_{\text{toe}2}$	$y_{\text{camber}2}$
$x_1$	$S_{11} = 0.217$	$S_{12} = -0.106$
$x_2$	$S_{21} = -0.155$	$S_{22} = 0.004$

与表3相比,表4中系数均有所变化,相应的约束范围也进行了调整:

$$S_{11}\Delta x_1 + S_{21}\Delta x_2 = y'_{\text{toe}1} - y_{\text{toe}1} \in [-14.1, -13.9]; \quad (6)$$

$$S_{12}\Delta x_1 + S_{22}\Delta x_2 = y'_{\text{camber}1} - y_{\text{camber}1} \in [3.7, 3.9]; \quad (7)$$

$$S_{11}\Delta x_1 + S_{21}\Delta x_2 = y'_{\text{toe}2} - y_{\text{toe}2} \in [-3.8, -3.6]; \quad (8)$$

$$S_{12}\Delta x_1 + S_{22}\Delta x_2 = y'_{\text{camber}2} - y_{\text{camber}2} \in [-0.1, 0.1]. \quad (9)$$

以上范围根据预期到达的量给出,其中式(6)、(7)是第一次优化的约束方程,式(8)、(9)是第二次优化的约束方程.

经过2次优化运算,得到前束角及外倾角变化曲线如图6、7所示.第1次优化取 $\Delta x_1 = -30\text{ mm}$ ,  $\Delta x_2 = 8.5\text{ mm}$ ,图6中 $-100\text{ mm}$ 轮跳处的前束角

下降  $14^\circ$ , 但由于变量对目标函数变化非线性的特点, 只下降  $10.2^\circ$ , 降至  $3.8^\circ$ , 外倾角变化基本到达目标值; 第2次优化是在第1次基础上进行的, 取  $\Delta x_1 = 1 \text{ mm}$ ,  $\Delta x_2 = 25 \text{ mm}$ , 此时前束角降至  $0^\circ$  附近, 外倾角在第1次优化基础上基本不变, 达到设定目标. 该车已经优化至 3.1 中所述范围内.

通过2次优化, 最后确定的方案为: 上控制臂前点  $z$  坐标  $x_1$  下降  $29 \text{ mm}$ , 横向杆内点  $z$  坐标  $x_2$  升高  $33.5 \text{ mm}$ . 以上是在仅调整2处坐标值的情况下对车轮前束角和车轮外倾角进行的优化, 经优化得到预期的结果.

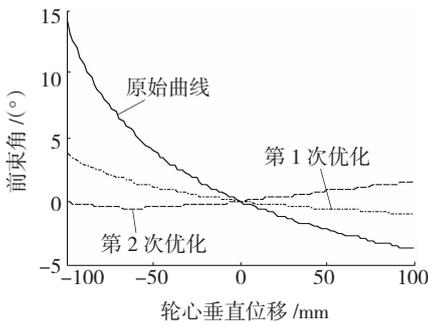


图6 车轮前束角随轮跳变化曲线

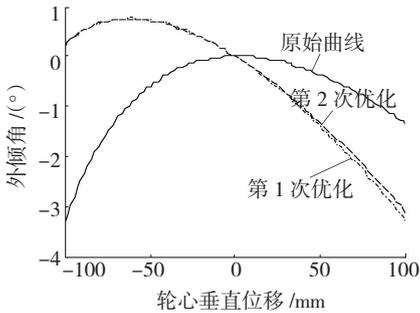


图7 车轮外倾角随轮跳变化曲线

### 4 结 论

1) 本文首次提出了用数学语言描述悬架运动学特性参数的约束条件, 利用牛顿迭代法进行

优化的方法.

2) 该方法可以快速找出悬架运动学特性参数与设计硬点坐标的对应关系, 适合多设计变量、多目标函数的优化, 解决了悬架运动学特性参数优化的难题.

### 参 考 文 献:

- [1] 郭孔辉. 汽车操纵动力学[M]. 吉林: 吉林科学技术出版社, 1991: 8-69.
- [2] PACEJKA H B. Tyre and vehicle dynamics[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002: 92-157.
- [3] WMATSCHINSKY M. Road vehicle suspensions [M]. London, UK: Professional Engineering Pub, 2000: 19-50.
- [4] REIMPELL J. The automotive chassis: engineering principles [M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001: 150-182.
- [5] YANG Xiaobo, MEDEPALLI Su. Sensitivities of suspension bushings on vehicle impact harshness performances[J]. SAE Paper, 2005-01-0827: 5-8.
- [6] LIU Xiaoping, JIANG Siyuan. A DOE based approach to multi-response optimization[J]. SAE Paper, 2003-01-0880: 3-6.
- [7] MONTGOMERY D, MYERS H R. Response surface methodology: process and product in optimization using designed experiments [M]. [S. l.]: John Wiley & Sons, 1995: 123-142.
- [8] PARK J, GUENTHER D A, HEYDINGER G J. Kinematic suspension model applicable to dynamic full vehicle simulation[J]. SAE Paper, 2003-01-0859: 2-4.
- [9] RAO P S, ROCCAFORTE D, CAMPBELL R. Developing an ADAMS model of an automobile using test data [J]. SAE Paper, 2002-01-1567: 3-5.
- [10] SAYERS M W. A generic multibody vehicle model for simulating handling and braking[J]. Vehicle System Dynamics, 1996, 25(Suppl): 599-613.

(编辑 杨 波)